Так как в элементарных вибраторах токи $\dot{I}_{э2}$ и $\dot{I}_{э1}$ полагают неизменными по длине вибраторов, лемма Лоренца записывается в виде

$$\dot{\mathbf{E}}_{12}\dot{I}_{э2}\int\limits_{l_2} d\mathbf{l} = \dot{\mathbf{E}}_{21}\dot{I}_{э1}\int\limits_{l_1} d\mathbf{l},$$

или

$$\dot{\mathbf{E}}_{12}\dot{I}_{э2}\mathbf{l}_2 = \dot{\mathbf{E}}_{21}\dot{I}_{э1}\mathbf{l}_1. \tag{31.13}$$

Это соотношение называется *теоремой взаимности для элементарных электрических вибраторов*. Теорема позволяет найти любую из входящих в нее шести величин, если известны пять оставшихся.

Аналогичное соотношение (теорема взаимности) получается для элементарных магнитных вибраторов:

$$\dot{\mathbf{H}}_{12}\dot{I}_{м2}\mathbf{l}_2 = \dot{\mathbf{H}}_{21}\dot{I}_{м1}\mathbf{l}_1. \tag{13.14}$$

Может быть найдена теорема взаимности для элементарных электрического и магнитного вибраторов. Лемма Лоренца при этом записывается в форме

$$\int\limits_{V_1} (\dot{\mathbf{J}}_{м1}\dot{\mathbf{H}}_2 + \dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1)\,dV = 0.$$

Последующая аналогичная математическая обработка этого выражения приводит к искомой теореме:

$$\dot{\mathbf{H}}_{21}\dot{I}_{м1}\mathbf{l}_1 = -\dot{\mathbf{E}}_{12}\dot{I}_{э2}\mathbf{l}_2. \tag{31.15}$$

ГЛАВА 32
ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОЛНОВОДАХ

§ 32.1. Постановка вопроса

Возможны различные способы возбуждения поля заданного типа в волноводах. В настоящей главе будут схематично даны некоторые из этих способов и с помощью леммы Лоренца определены общие выражения, позволяющие рассчитать амплитуду поля в волноводе в результате воздействия заданной системы сторонних токов.

§ 32.2. Общие принципы возбуждения в волноводах поля заданного типа

Поля в волноводах могут возбуждаться с помощью антенных или возбуждающих устройств следующих типов:

а) штыревого;

б) рамочного или петлевого;

в) щелевого.

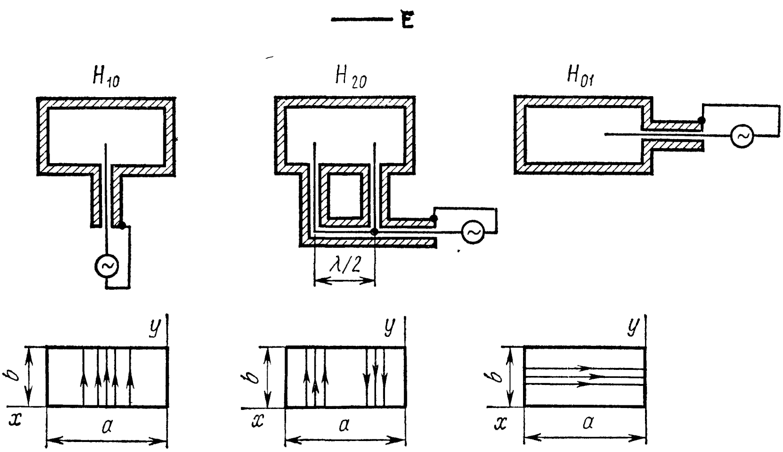

Рис. 32.1

Общие принципы размещения возбуждающих устройств состоят в следующем:

1) при возбуждении поля устройством штыревого типа штырь (или штыри) следует располагать в месте, где напряженность электрического поля в волноводе максимальна. Ось штыря должна совпадать с полем $\dot{\mathbf{E}}$;

2) при возбуждении поля устройством рамочного или петлевого типа петлю необходимо располагать в месте, где напряженность магнитного поля в волноводе максимальна. Плоскость петли должна быть перпендикулярна полю $\dot{\mathbf{H}}$;

3) при возбуждении поля антенной щелевого типа щель следует располагать так, чтобы она пересекала линии тока в стенках волновода.

На рис. 32.1 показаны схематично способы возбуждения штыревыми антеннами полей различного типа в прямоугольном волноводе.

На рис. 32.2 приведен пример возбуждения штыревой антенной волны типа H_{11} в круглом волноводе, а на рис. 32.3 — примеры возбуждения волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе и волны типа H_{11} в круглом волноводе с помощью петлевой или рамочной антенны.

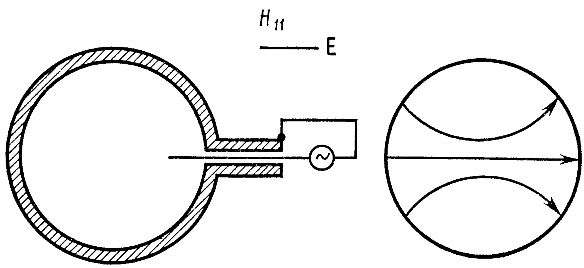

Рис. 32.2

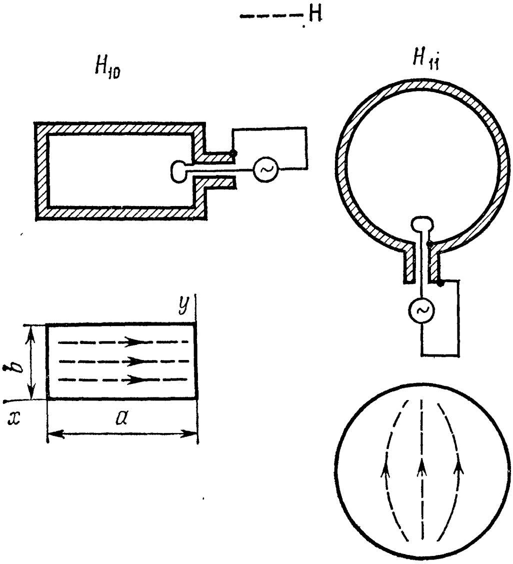

Рис. 32.3

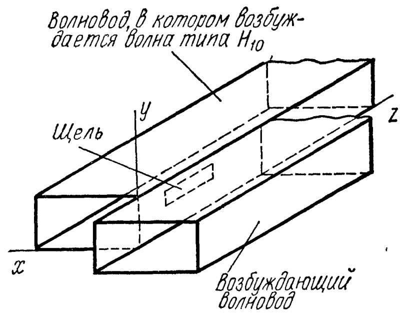

Рис. 32.4

На рис. 32.4 схематично показано возбуждение волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе с помощью щели и второго волновода, в котором распространяется эта волна.

§ 32.3. Условия ортогональности волн в волноводах

При отсутствии сторонних токов $\dot{\mathbf{J}}_э$ и $\dot{\mathbf{J}}_м$ лемма Лоренца для ограниченного объема в соответствии с формулой (31.11) будет иметь вид

$$\oint\limits_{S_1} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\} \, d\mathbf{S} = 0. \tag{32.1}$$

Рассмотрим металлический волновод, объем которого ограничен воображаемыми плоскостями, проведенными в сечениях z_a и z_b так, как показано на рис. 32.5.

В качестве поля $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$ в выражении (32.1) выберем волну какого-либо одного типа, в качестве поля $\dot{\mathbf{E}}_2$, $\dot{\mathbf{H}}_2$ — волну какого-либо другого типа. Запишем лемму Лоренца для замкнутой поверхности S_1, состоящей из двух поперечных сечений волновода в точках z_a, z_b, площадь которых обозначим соответственно S_a, S_b, и боковой поверхности волновода, заключенной между этими сечениями. Считая металлические стенки волновода идеальными и используя граничные условия у поверхности идеального металла, можно сказать, что у стенок волновода поля $\dot{\mathbf{H}}_1$ и $\dot{\mathbf{H}}_2$ ориентированы тангенциально, а поля $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{E}}_2$ — нормально к стенкам. Тогда векторные произведения $[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]$, $[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]$ будут ориентированы тангенциально к стенкам волновода и скалярное произведение этих векторов на элемент площади dS в лемме Ло-

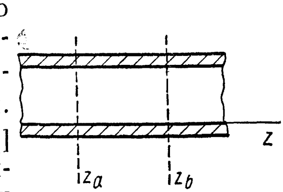

Рис. 32.5

ренца окажется равным нулю, так как элемент площади ориентирован нормально к стенкам. При этом интеграл по замкнутой поверхности S_1 в лемме Лоренца (32.1) сведется к интегралам по площадям поперечных сечений S_a и S_b:

$$\oint_{S_1} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S} = \int_{S_a} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S}_a +$$
$$+\int_{S_b} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S}_b = \int_{S_a} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\,(-\mathbf{1}_z)\, dS +$$
$$+\int_{S_b} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, \mathbf{1}_z\, dS = 0,$$

откуда

$$\int_{S_a} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S} = \int_{S_b} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S}. \tag{32.2}$$

Полученное выражение позволяет сделать вывод о независимости входящих в него интегралов от координаты z, в силу того что значение этих интегралов в различных сечениях волновода остается неизменным.

Предположим, что волна $\dot{\mathbf{E}}_2$, $\dot{\mathbf{H}}_2$ распространяется в положительном направлении оси z, а волна $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$ — в отрицательном направлении. Фазовая скорость волны $\dot{\mathbf{E}}_2$, $\dot{\mathbf{H}}_2$ при этом будет положительной, а фазовая скорость волны $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$ — отрицательной. Для этого случая оказываются справедливыми выражения:

$$\dot{\mathbf{E}}_2 = \dot{\mathbf{E}}_{20} e^{-jh_2 z}, \quad \dot{\mathbf{H}}_2 = \dot{\mathbf{H}}_{20} e^{-jh_2 z}, \tag{32.3}$$

$$\dot{\mathbf{E}}_1 = \dot{\mathbf{E}}_{10} e^{jh_1 z}, \quad \dot{\mathbf{H}}_1 = \dot{\mathbf{H}}_{10} e^{jh_1 z}. \tag{32.4}$$

Подставляя эти выражения в интегралы соотношения (32.2), опуская индексы a и b у площадей при S, получаем

$$\int_S \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S} =$$
$$= \int_S \{[\dot{\mathbf{E}}_{20}\dot{\mathbf{H}}_{10}]-[\dot{\mathbf{E}}_{10}\dot{\mathbf{H}}_{20}]\}\, d\mathbf{S}\, e^{-j(h_2-h_1)z}. \tag{32.5}$$

Как было отмечено, интеграл этого вида не зависит от координаты z, что выполнимо при соблюдении условий:

$$\int_S \{[\dot{\mathbf{E}}_{20}\dot{\mathbf{H}}_{10}]-[\dot{\mathbf{E}}_{10}\dot{\mathbf{H}}_{20}]\}\, d\mathbf{S} = 0, \tag{32.6}$$

или

$$h_2 - h_1 = 0, \quad h_2 = h_1. \tag{32.7}$$

При

$$h_2 \neq h_1 \tag{32.8}$$

должно выполняться равенство (32.6), которое в силу справедливости выражения (32.5) приводит к формуле

$$\int\limits_S \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, dS = 0. \tag{32.9}$$

Рассмотрим теперь случай, когда поля $\dot{\mathbf{E}}_2$, $\dot{\mathbf{H}}_2$ и $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$ распространяются в одном направлении, например в положительном направлении оси z. Тогда справедливы выражения (32.3) и соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_1 &= \dot{\mathbf{E}}_{10} e^{-jh_1 z}, \\ \dot{\mathbf{H}}_1 &= \dot{\mathbf{H}}_{10} e^{-jh_1 z}. \end{aligned} \tag{32.10}$$

Подставляя эти выражения в интегралы (32.2), опуская индексы a и b у площадей S, получаем

$$\int\limits_S \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, dS =$$

$$= \int\limits_S \{[\dot{\mathbf{E}}_{20}\dot{\mathbf{H}}_{10}] - [\dot{\mathbf{E}}_{10}\dot{\mathbf{H}}_{20}]\}\, dS e^{-j(h_2 + h_1)z}. \tag{32.11}$$

Независимость этого интеграла от координаты z выполняется только при соблюдении равенства (32.6), которое приводит к формуле (32.9).

Таким образом, если волны в волноводе распространяются в разные стороны и продольные волновые числа этих волн не равны друг другу или если волны распространяются в одну сторону независимо от соотношения волновых чисел, то соблюдается соотношение (32.9).

Интеграл вида $\int\limits_S \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, dS$ может быть отличным от нуля только при равенстве продольных волновых чисел двух волн и распространении их в разные стороны. Эти условия называют *условиями ортогональности волн в волноводах.*

§ 32.4. Определение амплитудных коэффициентов поля, возбужденного в волноводах заданной системой сторонних токов

Условия ортогональности волн и лемма Лоренца могут быть использованы при определении амплитуды поля, возбужденного в волноводах заданной системой сторонних токов.

Пусть существует система сторонних токов в объеме V_1, находящемся между поверхностями S_a и S_b, расположенными в сечениях $z = z_a$, $z = z_b$, как показано на рис. 32.6.

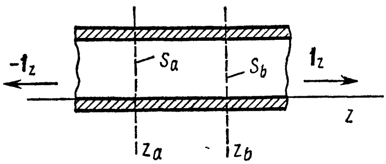

Рис. 32.6

Для решения задачи используем лемму Лоренца (31.11). Предположим для простоты, что возбуждение поля осуществляется системой сторонних токов $\dot{\mathbf{J}}_{э2}$, остальные же токи равны нулю:

$$\dot{\mathbf{J}}_{м1} = \dot{\mathbf{J}}_{м2} = \dot{\mathbf{J}}_{э1} = 0. \qquad (32.12)$$

При этих условиях лемма Лоренца запишется в виде

$$\oint_{S_1} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, d\mathbf{S} = \int_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\, dV. \qquad (32.13)$$

Векторы $\dot{\mathbf{E}}_2$ и $\dot{\mathbf{E}}_1$ должны подходить к стенкам волновода, выполненным из идеального металла, нормально. В силу этого векторные произведения $[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]$ и $[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]$ будут ориентированы тангенциально к стенкам волновода. Скалярные произведения этих векторов на элемент площади $d\mathbf{S}$ стенок волновода в поверхностном интеграле выражения (32.13) будут равны нулю, и этот интеграл следует брать только по площадям поперечных сечений S_a и S_b. Лемма Лоренца (32.13) при этом приобретает вид

$$\int_{S_a} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\} (-\mathbf{1}_z)\, dS + $$
$$+ \int_{S_b} \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\} \mathbf{1}_z dS = \int_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\, dV. \qquad (32.14)$$

Поле $\dot{\mathbf{E}}_2$, $\dot{\mathbf{H}}_2$, возбуждаемое сторонними токами с плотностями $\mathbf{J}_{э2}$, в общем случае может представлять собой суперпозицию волн различных типов.

Как известно, конкретный тип волны обозначают E_{mn} или H_{mn}. Для упрощения записи суммарный вектор электрического или магнитного поля волны конкретного типа будем обозначать одним индексом k. Тогда для области волновода, соответствующей значениям $z \geqslant z_b$, поле, распространяющееся в сторону положительных значений оси z, может быть представлено в форме

$$\dot{\mathbf{E}}_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_k \dot{\mathbf{E}}_k, \qquad \dot{\mathbf{H}}_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_k \dot{\mathbf{H}}_k. \qquad (32.15)$$

Здесь $\dot{A}_k$ — амплитудные коэффициенты волны определенного типа с индексом k.

Для области волновода, соответствующей значениям $z \leqslant z_a$, поле, распространяющееся в сторону отрицательных значений оси z, выражают аналогично:

$$\dot{\mathbf{E}}_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{E}}_{-k},$$
$$\dot{\mathbf{H}}_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}, \tag{32.16}$$

где $\dot{A}_{-k}$ — амплитудные коэффициенты волны конкретного типа.

Наличие двух полей, распространяющихся в разные стороны, обусловлено тем, что излучающие устройства, в которых действуют сторонние токи с плотностями $\dot{\mathbf{J}}_{э2}$, расположены в области, ограниченной сечениями z_a и z_b, и создают электромагнитные волны, распространяющиеся от этой области в обе стороны.

Под полем $\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_1$ в выражении (32.14) будем понимать волну конкретного типа E_{mn} или H_{mn}, амплитудный коэффициент которой необходимо определить. Это поле считают вспомогательным при дальнейших операциях с леммой Лоренца. Предполагается, что вспомогательное поле создается своей системой сторонних токов, находящейся за пределами рассматриваемой области волновода и не связанной с плотностями токов $\dot{\mathbf{J}}_{э2}$.

Если система вспомогательных токов расположена в части волновода, для которой справедливо неравенство $z < z_a$, то электромагнитная волна, созданная этими токами, в интересующей области волновода будет распространяться в сторону положительных значений оси z. Такое поле будем записывать в форме $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$. Если система вспомогательных токов расположена в части волновода, для которой справедливо неравенство $z > z_b$, то электромагнитная волна, созданная этими токами, в интересующей области волновода будет распространяться в сторону отрицательных значений оси z. При этом вспомогательное поле будем записывать в форме $\dot{\mathbf{E}}_{-1}$, $\dot{\mathbf{H}}_{-1}$.

Рассмотрим первый случай, когда вспомогательное поле распространяется в сторону положительных значений оси z и записывается в виде $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$. Подставим выражения (32.15), (32.16), а также вспомогательное поле $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$ в лемму Лоренца (32.14):

$$\int_{S_a} \left\{ \left[\sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{E}}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_1 \right] - \left[\dot{\mathbf{E}}_1 \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k} \right] \right\} (-\mathbf{1}_z)\, dS +$$
$$+ \int_{S_b} \left\{ \left[\sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_k\dot{\mathbf{E}}_k\dot{\mathbf{H}}_1 \right] - \left[\dot{\mathbf{E}}_1 \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_k\dot{\mathbf{H}}_k \right] \right\} \mathbf{1}_z dS = \int_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\, dV. \tag{32.17}$$

На основании условий ортогональности волн в волноводах (см. § 32.3) интеграл вида $\int_S \{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1] - [\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\, dS$ отличен от нуля только тогда, когда поля $\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_2$ и $\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_1$ распространяются в разные стороны и продольные волновые числа этих полей равны друг другу.

В выражении (32.17) волны $\dot{\mathbf{E}}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}$ и $\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_1$ распространяются в разные стороны. Следовательно, интеграл

$$\int\limits_{S_a}\left\{\left[\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{E}}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_1\right]-\left[\dot{\mathbf{E}}_1\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}\right]\right\}(-\mathbf{1}_z)\,dS\neq 0$$

в случае, когда продольное волновое число волны $\dot{\mathbf{E}}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}$ равно продольному волновому числу волны $\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_1$. Другими словами, интеграл не равен нулю, когда тип волны $\dot{\mathbf{E}}_{-k}$, $\dot{\mathbf{H}}_{-k}$ аналогичен типу волны $\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_1$ ($k=1$) с той лишь разницей, что эти волны распространяются в разные стороны. При этом в рядах $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{E}}_{-k}$ и $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}$ сохранятся лишь члены $\dot{A}_{-1}\dot{\mathbf{E}}_{-1}$ и $\dot{A}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_{-1}$. Второй интеграл по поверхности S_b в выражении (32.17) равен нулю в силу условий ортогональности волн, так как волны $\dot{\mathbf{E}}_k$, $\dot{\mathbf{H}}_k$ и $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$ распространяются в одну сторону. С учетом сказанного выражение (32.17) можно записать в виде

$$\int\limits_{S_a}\{[\dot{A}_{-1}\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{A}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_{-1}]\}(-\mathbf{1}_z)\,dS=\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\,dV,$$

или

$$\dot{A}_{-1}\int\limits_{S_a}\{[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_{-1}]\}\,\mathbf{1}_z\,dS=-\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\,dV. \qquad (32.18)$$

Это выражение позволяет найти амплитудный коэффициент $\dot{A}_{-1}$ волны заданного типа, распространяющейся в сторону отрицательных значений оси z:

$$\dot{A}_{-1}=-\frac{\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\,dV}{\int\limits_{S_a}\{[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_{-1}]\}\,\mathbf{1}_z\,dS}. \qquad (32.19)$$

Далее рассмотрим второй случай, когда вспомогательное поле распространяется в сторону отрицательных значений оси z и записывается в виде $\dot{\mathbf{E}}_{-1}$, $\dot{\mathbf{H}}_{-1}$. Подставим выражения (32.15), (32.16) в качестве поля $\dot{\mathbf{E}}_2$, $\dot{\mathbf{H}}_2$ и вспомогательное поле в качестве поля $\dot{\mathbf{E}}_1$, $\dot{\mathbf{H}}_1$ в лемму Лоренца (32.14):

$$\int\limits_{S_a}\left\{\left[\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{E}}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-1}\right]-\left[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}\right]\right\}(-\mathbf{1}_z)\,dS+$$
$$+\int\limits_{S_b}\left\{\left[\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{k}\dot{\mathbf{E}}_{k}\dot{\mathbf{H}}_{-1}\right]-\left[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{k}\dot{\mathbf{H}}_{k}\right]\right\}\mathbf{1}_z\,dS=\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\,dV. \qquad (32.20)$$

На основании условий ортогональности волн в волноводах

$$\int\limits_{S_a}\left\{\left[\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{E}}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-1}\right]-\left[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\sum_{k=0}^{\infty}\dot{A}_{-k}\dot{\mathbf{H}}_{-k}\right]\right\}(-\mathbf{1}_z)\,dS=0.$$

Путем рассуждений, аналогичных проведенным ранее, выражение (32.20) можно представить в виде

$$\dot{A}_1\int\limits_{S_b}\{[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_{-1}]-[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]\}\,\mathbf{1}_z\,dS=\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\,dV.$$

Эта формула позволяет определить амплитудный коэффициент $\dot{A}_1$ волны искомого типа, распространяющейся в сторону положительных значений оси z:

$$\dot{A}_1=\frac{\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{э2}\dot{\mathbf{E}}_1\,dV}{\int\limits_{S_b}\{[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_{-1}]-[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]\}\,\mathbf{1}_z\,dS}. \qquad (32.21)$$

Аналогичен ход рассуждений и в случае волн магнитного типа. При этом в лемме Лоренца (31.11) полагают

$$\dot{\mathbf{J}}_{м1}=\dot{\mathbf{J}}_{э1}=\dot{\mathbf{J}}_{э2}=0, \qquad (32.22)$$

и она приобретает вид

$$\oint\limits_{S_1}\{[\dot{\mathbf{E}}_2\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_2]\}\,d\mathbf{S}=-\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{м2}\dot{\mathbf{H}}_1\,dV. \qquad (32.23)$$

Обозначив амплитудный коэффициент искомого поля, распространяющегося в сторону отрицательных значений оси z, $\dot{B}_{-1}$ и амплитудный коэффициент искомого поля, распространяющегося в сторону положительных значений оси z, $\dot{B}_1$, получим следующие выражения для этих коэффициентов:

$$\dot{B}_{-1}=\frac{\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{м2}\dot{\mathbf{H}}_1\,dV}{\int\limits_{S_a}\{[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]-[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_{-1}]\}\,\mathbf{1}_z\,dS}, \qquad (32.24)$$

$$\dot{B}_1=-\frac{\int\limits_{V_1}\dot{\mathbf{J}}_{м2}\dot{\mathbf{H}}_1\,dV}{\int\limits_{S_b}\{[\dot{\mathbf{E}}_1\dot{\mathbf{H}}_{-1}]-[\dot{\mathbf{E}}_{-1}\dot{\mathbf{H}}_1]\}\,\mathbf{1}_z\,dS}. \qquad (32.25)$$

В приложении IV дан пример расчета амплитудного коэффициента волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе.