ГЛАВА 33
ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРАХ

§ 33.1. Постановка вопроса

Так же как и возбуждение поля заданного типа в волноводах, создание волн заданного типа в объемных резонаторах может осуществляться различными способами, описанными в § 32.2.

При возбуждении поля устройством штыревого типа штырь следует располагать в месте наибольшего электрического поля волны заданного типа в резонаторе и ориентировать параллельно электрическим силовым линиям.

При возбуждении поля устройством петлевого типа петля должна быть расположена в месте наибольшего магнитного поля волны заданного типа в резонаторе и ориентирована так, чтобы плоскость петли пересекалась магнитными силовыми линиями.

Если для возбуждения используют щель, то последняя должна пересекать линии тока, создаваемые в стенках резонатора волной заданного типа.

В настоящей главе будут рассмотрены вопросы возбуждения электромагнитного поля в объемных резонаторах заданной системой сторонних токов и определены общие выражения для амплитудных коэффициентов волны заданного типа.

§ 33.2. Условия ортогональности волн в объемных резонаторах

Допустим, что в объемном резонаторе, лишенном потерь, существуют собственные колебания типов k и q.

Под индексами k и q будем понимать определенные совокупности индексов m, n, p, определяющих поле в резонаторе. Тогда для каждого из колебаний будут справедливы следующие уравнения Максвелла, записанные без сторонних токов:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_k = j\omega_k \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_k, \tag{33.1}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_k = -j\omega_k \mu_a \dot{\mathbf{H}}_k, \tag{33.2}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q = j\omega_q \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_q, \tag{33.3}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q = -j\omega_q \mu_a \dot{\mathbf{H}}_q. \tag{33.4}$$

Запишем уравнения (33.3), (33.4) для сопряженных значений векторов $\dot{\mathbf{E}}_q^*$ и $\dot{\mathbf{H}}_q^*$:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q^* = -j\omega_q \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_q^*, \tag{33.5}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q^* = j\omega_q \mu_a \dot{\mathbf{H}}_q^*. \tag{33.6}$$

Умножим уравнение (33.6) скалярно на $\dot{\mathbf{H}}_k$, уравнение (33.1) — на $\dot{\mathbf{E}}_q^*$ и вычтем почленно из первого произведения второе:

$$\dot{\mathbf{H}}_k \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q^* - \dot{\mathbf{E}}_q^* \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_k = j\omega_q \mu_a \dot{\mathbf{H}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k - j\omega_k \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^*. \qquad (33.7)$$

Умножим уравнение (33.2) скалярно на $\dot{\mathbf{H}}_q^*$, уравнение (33.3) — на $\dot{\mathbf{E}}_k$ и вычтем почленно из первого произведения второе:

$$\dot{\mathbf{H}}_q^* \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_k - \dot{\mathbf{E}}_k \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q^* = -j\omega_k \mu_a \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^* + j\omega_q \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{E}}_k. \qquad (33.8)$$

Далее используем векторное тождество $\mathbf{b} \operatorname{rot} \mathbf{a} - \mathbf{a} \operatorname{rot} \mathbf{b} = \operatorname{div} [\mathbf{ab}]$. В результате соотношения (33.7) и (33.8) запишутся в виде

$$\operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k] = j\omega_q \mu_a \dot{\mathbf{H}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k - j\omega_k \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^*, \qquad (33.9)$$

$$\operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^*] = -j\omega_k \mu_a \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^* + j\omega_q \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{E}}_k. \qquad (33.10)$$

Проинтегрируем выражения (33.9), (33.10) по объему V_1 и используем теорему Остроградского—Гаусса (2.1):

$$\oint_{S_1} [\dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k]\, d\mathbf{S} = j\omega_q \mu_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k\, dV - j\omega_k \varepsilon_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^*\, dV, \qquad (33.11)$$

$$\oint_{S_1} [\dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^*]\, d\mathbf{S} = -j\omega_k \mu_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^*\, dV + j\omega_q \varepsilon_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{E}}_k\, dV. \qquad (33.12)$$

В случае идеального металла поля $\dot{\mathbf{E}}_q^*$ и $\dot{\mathbf{E}}_k$ подходят нормально к стенкам резонатора и векторы, возникающие в результате векторных произведений $[\dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k]$, $[\dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^*]$, будут ориентированы к стенкам тангенциально. Тогда скалярные произведения этих векторов на элемент площади $d\mathbf{S}$, ориентированный нормально к стенкам резонатора, будут равны нулю. Нулю будут равны и поверхностные интегралы в выражениях (33.11), (33.12). При этом возникают соотношения:

$$\omega_q \mu_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q^* \dot{\mathbf{H}}_k\, dV = \omega_k \varepsilon_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^*\, dV, \qquad (33.13)$$

$$\omega_k \mu_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^*\, dV = \omega_q \varepsilon_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q^* \dot{\mathbf{E}}_k\, dV. \qquad (33.14)$$

Умножим выражение (33.13) на ω_k, выражение (33.14) — на ω_q и вычтем из первого произведения второе:

$$(\omega_k^2 - \omega_q^2)\, \varepsilon_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^*\, dV = 0. \qquad (33.15)$$

Умножим выражение (33.13) на ω_q, выражение (33.14) — на ω_k и вычтем из первого произведения второе:

$$(\omega_q^2 - \omega_k^2)\, \mu_a \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^*\, dV = 0. \qquad (33.16)$$

Из соотношений (33.15) и (33.16) следует:

при $\omega_q \neq \omega_k$, $q \neq k$

$$\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^* dV = \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^* dV = 0, \tag{33.17}$$

при $\omega_q = \omega_k$, $q = k$

$$\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_k \dot{\mathbf{E}}_q^* dV \neq 0, \quad \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_k \dot{\mathbf{H}}_q^* dV \neq 0. \tag{33.18}$$

Из соотношений (33.13), (33.14) можно сделать вывод, что при $q = k$

$$\mu_a \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}_q|^2 dV = \varepsilon_a \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2 dV. \tag{33.19}$$

Формулы (33.17), (33.18) называют *условиями ортогональности волн в объемных резонаторах.*

§ 33.3. Определение амплитудных коэффициентов поля, возбужденного в объемных резонаторах заданной системой сторонних токов

Допустим, что возбуждение поля в объемном резонаторе осуществляется заданной системой сторонних электрических токов с плотностью $\dot{\mathbf{J}}_э$. При этом возбужденное поле $\dot{\mathbf{E}}$, $\dot{\mathbf{H}}$ подчиняется следующим уравнениям Максвелла:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = j\omega\varepsilon_a \dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{J}}_э, \tag{33.20}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_a \dot{\mathbf{H}}. \tag{33.21}$$

При отсутствии стороннего тока решением однородных уравнений Максвелла явились бы собственные колебания, число типов которых, как было установлено в гл. 21, бесконечно велико. В общем случае поля $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ представляли бы собой суперпозицию бесконечного числа волн различных типов:

$$\dot{\mathbf{E}} = \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_k \dot{\mathbf{E}}_k, \tag{33.22}$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \sum_{k=0}^{\infty} \dot{A}_k \dot{\mathbf{H}}_k. \tag{33.23}$$

Введение возбуждающего устройства с плотностью тока $\dot{\mathbf{J}}_э$ приводит к некоторому искажению картины поля в резонаторе по сравнению с собственными колебаниями, которое более заметно в непосредственной близости от возбуждающего устройства. Тем не менее в силу высокой добротности резонаторов картина электрического и магнитного полей, возникающих в результате действия стороннего тока, мало отличается от вида собственных колебаний. Задачей проводимого исследования является отыскание амплитудных коэффициентов волн заданного типа.

Обозначим индекс, соответствующий искомой волне, буквой q. Положим с некоторой погрешностью, что эта волна будет близка к одному из собственных колебаний рядов (33.22), (33.23). Как собственные резонансные колебания поля $\dot{\mathbf{E}}_q$, $\dot{\mathbf{H}}_q$ должны удовлетворять однородным уравнениям Максвелла:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q = j\omega_р\varepsilon_а\dot{\mathbf{E}}_q, \tag{33.24}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q = -j\omega_р\mu_а\dot{\mathbf{H}}_q, \tag{33.25}$$

где $\omega_р$ — резонансная частота.

Далее осуществим математические операции, сходные с теми, которые были проведены в предыдущем параграфе. Запишем уравнения (33.24), (33.25) для сопряженных значений векторов $\dot{\mathbf{E}}_q^*$, $\dot{\mathbf{H}}_q^*$:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q^* = -j\omega_р\varepsilon_а\dot{\mathbf{E}}_q^*, \tag{33.26}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q^* = j\omega_р\mu_а\dot{\mathbf{H}}_q^*. \tag{33.27}$$

Умножим уравнение (33.27) скалярно на $\dot{\mathbf{H}}$, уравнение (33.20) — на $\dot{\mathbf{E}}_q^*$ и вычтем почленно из первого произведения второе:

$$\dot{\mathbf{H}} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q^* - \dot{\mathbf{E}}_q^* \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = j\omega_р\mu_а\dot{\mathbf{H}}_q^*\dot{\mathbf{H}} - j\omega\varepsilon_а\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}_q^* - \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*. \tag{33.28}$$

Затем умножим уравнение (33.21) скалярно на $\dot{\mathbf{H}}_q^*$, уравнение (33.26) — на $\dot{\mathbf{E}}$ и вычтем из первого произведения второе:

$$\dot{\mathbf{H}}_q^* \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q^* = -j\omega\mu_а\dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{H}}_q^* + j\omega_р\varepsilon_а\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{E}}. \tag{33.29}$$

В соответствии с векторными тождествами можно написать соотношения

$$\dot{\mathbf{H}} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_q^* - \dot{\mathbf{E}}_q^* \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = \operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{H}}], \tag{33.30}$$

$$\dot{\mathbf{H}}_q^* \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_q^* = \operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}_q^*]. \tag{33.31}$$

Используя эти тождества, уравнения (33.28), (33.29) можно записать в виде

$$\operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{H}}] = j\omega_р\mu_а\dot{\mathbf{H}}_q^*\dot{\mathbf{H}} - j\omega\varepsilon_а\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}_q^* - \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*,$$

$$\operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}_q^*] = -j\omega\mu_а\dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{H}}_q^* + j\omega_р\varepsilon_а\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{E}}.$$

Проинтегрируем полученные выражения по объему V_1 и используем теорему Остроградского — Гаусса, в силу которой

$$\int_{V_1} \operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{H}}]\, dV = \oint_{S_1} [\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{H}}]\, d\mathbf{S},$$

$$\int_{V_1} \operatorname{div} [\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}_q^*]\, dV = \oint_{S_1} [\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}_q^*]\, d\mathbf{S},$$

$$\oint_{S_1} [\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{H}}]\, d\mathbf{S} = j\omega_р\mu_а \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q^*\dot{\mathbf{H}}\, dV - j\omega\varepsilon_а \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}_q^*\, dV - \int_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*\, dV, \tag{33.32}$$

$$\oint_{S_1} [\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}_q^*]\, d\mathbf{S} = -j\omega\mu_а \int_{V_1} \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{H}}_q^*\, dV + j\omega_р\varepsilon_а \int_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{E}}\, dV. \tag{33.33}$$

В соответствии с граничными условиями у поверхности идеального металла поля $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{E}}_q^*$ подходят нормально к стенкам резонатора. При этом векторные произведения $[\dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{H}}]$, $[\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}_q^*]$ будут ориентированы к стенкам резонатора тангенциально. Скалярные произведения этих векторов на элемент площади $d\mathbf{S}$, ориентированный нормально к стенкам резонатора, равны нулю, и выражения (33.32), (33.33) записываются в форме

$$j\omega_p\mu_a \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q^*\dot{\mathbf{H}}\,dV - j\omega\varepsilon_a \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV - \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV = 0, \tag{33.34}$$

$$-j\omega\mu_a \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{H}}_q^*\,dV + j\omega_p\varepsilon_a \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{E}}\,dV = 0. \tag{33.35}$$

Как указывалось, поля $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ с некоторой погрешностью можно рассматривать как собственные колебания резонатора. В этом случае поля $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ по общей структуре близки к рядам (33.22), (33.23). К собственным колебаниям применимы условия ортогональности (33.17), (33.18), в силу которых интегралы $\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q^*\dot{\mathbf{H}}\,dV$, $\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{E}}\,dV$ отличны от нуля только тогда, когда индекс q равен индексу k в рядах (33.22), (33.23). При этом выражения (33.34), (33.35) приобретают следующий вид

$$j\omega_p\mu_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q^*\dot{\mathbf{H}}_q\,dV - j\omega\varepsilon_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV - \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV = 0,$$

$$-j\omega\mu_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{H}}_q\dot{\mathbf{H}}_q^*\,dV + j\omega_p\varepsilon_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{E}}_q^*\dot{\mathbf{E}}_q\,dV = 0,$$

или

$$j\omega_p\mu_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}_q|^2\,dV - j\omega\varepsilon_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2\,dV = \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV, \tag{33.36}$$

$$-j\omega\mu_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}_q|^2\,dV + j\omega_p\varepsilon_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2\,dV. \tag{33.37}$$

Умножим выражение (33.36) на ω, выражение (33.37) — на ω_p и сложим почленно первое произведение со вторым:

$$j(\omega_p^2 - \omega^2)\,\varepsilon_a\dot{A}_q \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2\,dV = \omega \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV,$$

откуда

$$\dot{A}_q = \frac{\omega \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э\dot{\mathbf{E}}_q^*\,dV}{j(\omega_p^2 - \omega^2)\,\varepsilon_a \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2\,dV}. \tag{33.38}$$

Когда частота ω колебаний стороннего тока с плотностью $\dot{\mathbf{J}}_э$ стремится к резонансной частоте ω_p собственных колебаний резонатора, амплитудный коэффициент $\dot{A}_q$, как следует из выражения

(33.38), стремится к бесконечности, что эквивалентно процессам в идеальном колебательном контуре. Для определения амплитуды колебаний в реальном резонаторе целесообразно исходить из следующих рассуждений.

Для заданного типа волн, как отмечалось в гл. 26, объемный резонатор может быть заменен эквивалентным колебательным контуром, обладающим определенными параметрами $L_э$, $C_э$, $r_э$ и добротностью Q. В таком эквивалентном колебательном контуре колебания затухают по закону $e^{-\alpha_э t}$, где эквивалентный коэффициент затухания $\alpha_э$ определяется одной из следующих формул:

$$\alpha_э = \frac{r_э}{2L_э} = \frac{\omega_р r_э}{2\omega_р L_э} = \frac{\omega_р}{2Q}. \tag{33.39}$$

Колебания в таком контуре могут быть записаны в виде соотношений

$$u(t) = U_0 e^{-\alpha_э t} \cos(\omega_р t + \varphi) = \operatorname{Re}\{U_0 e^{-\alpha_э t} \times e^{j(\omega_р t + \varphi)}\},$$

или

$$u(t) = \operatorname{Re}\{\dot{U}_0 e^{j(\omega_р + j\alpha_э)t}\}, \tag{33.40}$$

где $\dot{U}_0 = U_0 e^{j\varphi}$.

При такой форме записи выражение

$$\omega_р + j\alpha_э = \omega_р + j\frac{\omega_р}{2Q} \tag{33.41}$$

можно рассматривать как комплексную частоту собственных колебаний в резонаторе, возникающую при наличии потерь. Подставив вместо квадрата частоты $\omega_р^2$ в знаменателе выражения (33.38) квадрат комплексной частоты собственных колебаний $(\omega_р + j\alpha_э)^2$, можно учесть влияние потерь на процессы в объемном резонаторе:

$$(\omega_р + j\alpha_э)^2 = \left(\omega_р + j\frac{\omega_р}{2Q}\right)^2 = \omega_р^2 + j\frac{\omega_р^2}{Q} - \frac{\omega_р^2}{4Q^2}.$$

Объемные резонаторы обладают большой добротностью, поэтому

$$\omega_р^2/4Q^2 \ll \omega_р^2/Q$$

и

$$(\omega_р + j\alpha_э)^2 \approx \omega_р^2 + j\frac{\omega_р^2}{Q}. \tag{33.42}$$

Подставляя это выражение вместо $\omega_р^2$ в знаменатель формулы (33.38), получаем соотношение для амплитудного коэффициента $\dot{A}_{qr}$ поля в реальном объемном резонаторе:

$$\dot{A}_{qr} = \frac{\omega \int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_э \dot{\mathbf{E}}_q^* \, dV}{j\left(\omega_р^2 + j\frac{\omega_р^2}{Q} - \omega^2\right)\varepsilon_а \int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2 \, dV}. \tag{33.43}$$

При резонансе $\omega = \omega_р$ и

$$\dot{A}_{qr\text{р}} = -\frac{Q\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_\text{э}\dot{\mathbf{E}}_q^* dV}{\omega_\text{р}\varepsilon_\text{а}\int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2 dV}. \quad (33.44)$$

При возбуждении резонатора заданной системой сторонних магнитных токов с плотностью $\dot{\mathbf{J}}_\text{м}$ выражения для амплитудных коэффициентов можно легко получить путем использования принципа перестановочной двойственности. Для этого в выражении (33.44) следует осуществить обычные перестановки:

$$\dot{\mathbf{H}} \rightleftarrows \dot{\mathbf{E}}, \quad \varepsilon_\text{а} \rightleftarrows -\mu_\text{а}, \quad \dot{\mathbf{J}}_\text{э} \longrightarrow -\dot{\mathbf{J}}_\text{м}.$$

В результате возникает следующая формула для амплитудного коэффициента при резонансе:

$$\dot{A}_{qr\text{р}} = -\frac{Q\int\limits_{V_1} \dot{\mathbf{J}}_\text{м}\dot{\mathbf{H}}_q^* dV}{\omega_\text{р}\mu_\text{а}\int\limits_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}_q|^2 dV}. \quad (33.45)$$

В приложении IV дан пример расчета амплитудного коэффициента волны типа H_{101} в прямоугольном резонаторе.

ГЛАВА 34
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

§ 34.1. Постановка вопроса

В анизотропных средах, как указывалось в § 1.3, 1.5, возникают более сложные связи между векторами $\dot{\mathbf{D}}$ и $\dot{\mathbf{E}}$ или $\dot{\mathbf{B}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$, в зависимости от того, в каком из параметров среды ($\varepsilon_\text{а}$ или $\mu_\text{а}$) проявляется анизотропия. В случае анизотропии тензорный характер $\varepsilon_\text{а}$ или $\mu_\text{а}$ приводит к возникновению новых физических процессов в среде, математическое исследование которых существенно усложняется вследствие усложнения исходной системы электродинамических уравнений. Анализ электродинамических задач с тензорной диэлектрической проницаемостью не отличается от анализа явлений с тензорной магнитной проницаемостью среды. Плазма и ферриты, находящиеся в магнитном поле, являются анизотропными средами. В плазме диэлектрическая проницаемость является тензором, в ферритах тензорный характер имеет магнитная проницаемость.