

При резонансе $\omega = \omega_p$ и

$$\dot{A}_{qrp} = - \frac{Q \int_{V_1} \mathbf{j}_3 \dot{\mathbf{E}}_q^* dV}{\omega_p \epsilon_a \int_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}_q|^2 dV}. \quad (33.44)$$

При возбуждении резонатора заданной системой сторонних магнитных токов с плотностью \mathbf{j}_m выражения для амплитудных коэффициентов можно легко получить путем использования принципа перестановочной двойственности. Для этого в выражении (33.44) следует осуществить обычные перестановки:

$$\dot{\mathbf{H}} \leftrightarrow \dot{\mathbf{E}}, \quad \epsilon_a \leftrightarrow -\mu_a, \quad \mathbf{j}_3 \rightarrow -\mathbf{j}_m.$$

В результате возникает следующая формула для амплитудного коэффициента при резонансе:

$$\dot{A}_{qrp} = - \frac{Q \int_{V_1} \mathbf{j}_m \dot{\mathbf{H}}_q^* dV}{\omega_p \mu_a \int_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}_q|^2 dV}. \quad (33.45)$$

В приложении IV дан пример расчета амплитудного коэффициента волны типа H_{101} в прямоугольном резонаторе.

ГЛАВА 34

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

§ 34.1. Постановка вопроса

В анизотропных средах, как указывалось в § 1.3, 1.5, возникают более сложные связи между векторами $\dot{\mathbf{D}}$ и $\dot{\mathbf{E}}$ или $\dot{\mathbf{B}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$, в зависимости от того, в каком из параметров среды (ϵ_a или μ_a) проявляется анизотропия. В случае анизотропии тензорный характер ϵ_a или μ_a приводит к возникновению новых физических процессов в среде, математическое исследование которых существенно усложняется вследствие усложнения исходной системы электродинамических уравнений. Анализ электродинамических задач с тензорной диэлектрической проницаемостью не отличается от анализа явлений с тензорной магнитной проницаемостью среды. Плазма и ферриты, находящиеся в магнитном поле, являются анизотропными средами. В плазме диэлектрическая проницаемость является тензором, в ферритах тензорный характер имеет магнитная проницаемость.

В настоящей главе будут рассмотрены некоторые основные вопросы распространения электромагнитных волн в однородной анизотропной ферритовой среде. Метод анализа пригоден при замене ферритовой среды намагниченной плазмой.

§ 34.2. Вид тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей намагниченной плазмы и феррита

Плазма, представляющая собой газ, в котором некоторая часть атомов или молекул ионизована, обладает параметрами, зависящими от степени ионизации, частоты распространяющихся в ней электромагнитных волн и воздействующего на нее постоянного магнитного поля. В отсутствие магнитного поля плазма изотропна. При воздействии на плазму постоянного магнитного поля диэлектрическая проницаемость плазмы становится тензором. В зависимости от характера ионизации и мощности электромагнитных волн плазму следует рассматривать как однородную или неоднородную, линейную или нелинейную среду. Не вдаваясь в суть физических процессов, происходящих в плазме [6], [7], можно сказать, что в намагниченной вдоль оси z плазме ее абсолютная диэлектрическая проницаемость ϵ_a может быть представлена в виде тензора:

$$(\epsilon_a) = \begin{pmatrix} \epsilon_a & -ja & 0 \\ ja & \epsilon_a & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{a33} \end{pmatrix}. \quad (34.1)$$

Компоненты тензора зависят от концентрации электронов в плазме, частоты соударений электронов с ионами и молекулами, величины постоянного магнитного поля и частоты распространяющихся в плазме электромагнитных волн. Сравнивая тензор (ϵ_a) с тензором диэлектрической проницаемости общего вида (1.25), можно сделать заключение об относительной простоте тензора (34.1). В соответствии с выражением общего вида (1.23) связь составляющих комплексной амплитуды вектора электрического смещения \mathbf{D} с составляющими комплексной амплитуды вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} в декартовой системе координат в случае тензора (34.1) выражается следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_x &= \epsilon_a \dot{E}_x - ja \dot{E}_y, \\ \dot{D}_y &= ja \dot{E}_x + \epsilon_a \dot{E}_y, \\ \dot{D}_z &= \epsilon_{a33} E_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.2)$$

Эту связь необходимо учитывать при записи в скалярной форме первого уравнения Максвелла. В отсутствие потерь и сторонних токов, при обычном (скалярном) виде диэлектрической проницаемости первое уравнение Максвелла записывают в виде

$$\text{rot } \mathbf{H} = j\omega \epsilon_a \mathbf{E}. \quad (34.3)$$

Если $\epsilon_a = (\epsilon_a)$ — тензор, то вид этого уравнения будет следующим:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = j\omega (\epsilon_a) \dot{\mathbf{E}}. \quad (34.4)$$

Поскольку магнитная проницаемость плазмы при воздействии постоянного магнитного поля остается скалярной величиной, равной μ_a , второе уравнение Максвелла записывают в обычной форме:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_a \dot{\mathbf{H}}. \quad (34.5)$$

Запись этих уравнений в форме

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = j\omega \dot{\mathbf{D}}, \quad (34.6)$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -j\omega \dot{\mathbf{B}} \quad (34.7)$$

остается в силе независимо от того, скалярными или тензорными являются величины ϵ_a и μ_a . Записывая ротор в декартовой системе координат, уравнение (34.6) можно представить системой скалярных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} &= j\omega \dot{D}_x, \\ \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} &= j\omega \dot{D}_y, \\ \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} &= j\omega \dot{D}_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.8)$$

Подставляя выражения для \dot{D}_x , \dot{D}_y , \dot{D}_z из формул (34.2), запишем систему (34.8) таким образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} &= j\omega \epsilon_a \dot{E}_x + \omega a \dot{E}_y, \\ \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} &= -\omega a \dot{E}_x + j\omega \epsilon_a \dot{E}_y, \\ \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} &= j\omega \epsilon_{a33} \dot{E}_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.9)$$

Если анизотропии нет, то $a=0$, $\epsilon_{a33} = \epsilon_a$ и система уравнений (34.9) существенно упрощается:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} &= j\omega \epsilon_a \dot{E}_x, \\ \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} &= j\omega \epsilon_a \dot{E}_y, \\ \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} &= j\omega \epsilon_a \dot{E}_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.10)$$

Сравнение систем уравнений (34.9) и (34.10) позволяет сделать вывод о том, что в основе анализа явлений в анизотропной среде лежат уравнения более сложные, чем в случае изотропной среды.

Ферриты представляют собой вещества, обладающие магнитными свойствами ферромагнетиков и электрическими свойствами диэлектриков. Относительная магнитная проницаемость ферритов может достигать тысяч и относительная диэлектрическая проницаемость — десятков. Поскольку их электрическая и магнитная удельные проводимости относительно малы, затухание электромагнитных волн в ферритах невелико и при исследовании фундаментальных процессов в ферритах электрической и магнитной проводимостями в ряде случаев можно пренебречь.

Различают обычные ферриты, в которых внутреннее магнитное поле отсутствует, и монокристаллы ферритов (гексаферриты), в которых существует значительное собственное магнитное поле. Магнитная проницаемость обычных ферритов, не находящихся во внешнем магнитном поле, представляет собой скалярную величину. При воздействии внешнего магнитного поля магнитная проницаемость становится тензором.

Магнитная проницаемость монокристаллов является тензорной величиной. При воздействии на ферритовую среду внешнего магнитного поля, ориентированного вдоль оси z , тензор магнитной проницаемости феррита по форме сходен с тензором диэлектрической проницаемости плазмы:

$$(\mu_a) = \begin{pmatrix} \mu_a - jb & 0 & 0 \\ jb & \mu_a & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{a33} \end{pmatrix}. \quad (34.11)$$

Диэлектрическая проницаемость ферритов является величиной скалярной. Поэтому первое уравнение Максвелла следует записать в виде (34.3), а второе уравнение Максвелла — в форме (34.7). Связь векторов $\mathbf{\dot{B}}$ и $\mathbf{\dot{H}}$ определяется соотношением

$$\mathbf{\dot{B}} = (\mu_a) \mathbf{\dot{H}}, \quad (34.12)$$

или в развернутой форме с учетом тензора (34.11):

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_x &= \mu_a \dot{H}_x - jb \dot{H}_y, \\ \dot{B}_y &= jb \dot{H}_x + \mu_a \dot{H}_y, \\ \dot{B}_z &= \mu_{a33} \dot{H}_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.13)$$

Соответственно второе уравнение Максвелла (34.7) можно представить системой скалярных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} &= -j\omega \mu_a \dot{H}_x - \omega b \dot{H}_y, \\ \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} &= \omega b \dot{H}_x - j\omega \mu_a \dot{H}_y, \\ \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} &= -j\omega \mu_{a33} \dot{H}_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.14)$$

При исчезновении подмагничивающего поля обычный феррит становится изотропным материалом. При этом $b=0$, $\mu_{a33}=\mu_a$, уравнения (34.14) превращаются в обычную систему скалярных уравнений Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} &= -j\omega\mu_a \dot{H}_x, \\ \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} &= -j\omega\mu_a \dot{H}_y, \\ \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} &= -j\omega\mu_a \dot{H}_z. \end{aligned} \right\} \quad (34.15)$$

§ 34.3. Продольное распространение плоских волн в намагниченной ферритовой среде. Эффект Фарадея

Пусть однородная ферритовая среда без потерь намагничена постоянным магнитным полем, ориентированным вдоль оси z . При этом тензор магнитной проницаемости среды определяется выражением (34.11). Уравнения (34.10) и (34.14) дают систему скалярных уравнений, соответствующих первому и второму уравнениям Максвелла в данном случае.

Рассмотрим распространение в такой среде плоской волны, вектор Пойнтинга которой ориентирован вдоль оси z . При этом справедливы следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x, \dot{E}_y, \dot{H}_x, \dot{H}_y &\neq 0, \\ \dot{E}_z = \dot{H}_z &= 0, \\ \partial/\partial z \neq 0, \quad \partial/\partial x = \partial/\partial y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (34.16)$$

Используя эти выражения в уравнениях (34.10), (34.14), получим систему уравнений, описывающих рассматриваемый процесс:

$$\left. \begin{aligned} d\dot{H}_y/dz &= j\omega\epsilon_a \dot{E}_x, \\ d\dot{H}_x/dz &= j\omega\epsilon_a \dot{E}_y, \\ d\dot{E}_y/dz &= j\omega\mu_a \dot{H}_x + \omega b \dot{H}_y, \\ d\dot{E}_x/dz &= \omega b \dot{H}_x - j\omega\mu_a \dot{H}_y. \end{aligned} \right\} \quad (34.17)$$

Запишем решения системы (34.17) в форме падающих волн:

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_x &= \dot{H}_{x0} e^{-j\beta_\Phi z}, \\ \dot{H}_y &= \dot{H}_{y0} e^{-j\beta_\Phi z}, \\ \dot{E}_x &= \dot{E}_{x0} e^{-j\beta_\Phi z}, \\ \dot{E}_y &= \dot{E}_{y0} e^{-j\beta_\Phi z}, \end{aligned} \right\} \quad (34.18)$$

где β_Φ — фазовая постоянная плоской волны в феррите.

Подставляя решения (34.18) в систему уравнений (34.17), получаем соотношения:

$$\beta_{\Phi} \dot{H}_{y0} = \omega \varepsilon_a \dot{E}_{x0}, \quad (34.19)$$

$$\beta_{\Phi} \dot{H}_{x0} = -\omega \varepsilon_a \dot{E}_{y0}, \quad (34.20)$$

$$-\beta_{\Phi} \dot{E}_{y0} = \omega (\mu_a \dot{H}_{x0} - jb \dot{H}_{y0}), \quad (34.21)$$

$$\beta_{\Phi} \dot{E}_{x0} = \omega (jb \dot{H}_{x0} + \mu_a \dot{H}_{y0}). \quad (34.22)$$

Из выражения (34.22) найдем \dot{E}_{x0} и подставим его значение в формулу (34.19):

$$\beta_{\Phi} \dot{H}_{y0} = \frac{\omega^2 \varepsilon_a}{\beta_{\Phi}} (jb \dot{H}_{x0} + \mu_a \dot{H}_{y0}). \quad (34.23)$$

Из выражения (34.21) найдем \dot{E}_{y0} и подставим его значение в формулу (34.20)

$$\beta_{\Phi} \dot{H}_{x0} = \frac{\omega^2 \varepsilon_a}{\beta_{\Phi}} (\mu_a \dot{H}_{x0} - jb \dot{H}_{y0}). \quad (34.24)$$

Далее выразим с помощью соотношения (34.24) \dot{H}_{x0} через \dot{H}_{y0} :

$$H_{x0} (\beta_{\Phi}^2 - \omega^2 \mu_a \varepsilon_a) = -jb \omega^2 \varepsilon_a \dot{H}_{y0},$$

откуда

$$\dot{H}_{x0} = -\frac{jb \omega^2 \varepsilon_a}{\beta_{\Phi}^2 - \omega^2 \mu_a \varepsilon_a} \dot{H}_{y0}. \quad (34.25)$$

Умножим выражение (34.23) на β_{Φ} и подставим в него значение \dot{H}_{x0} из формулы (34.25):

$$\beta_{\Phi}^2 \dot{H}_{y0} = -jb \omega^2 \varepsilon_a \frac{jb \omega^2 \varepsilon_a}{\beta_{\Phi}^2 - \omega^2 \mu_a \varepsilon_a} \dot{H}_{y0} + \omega^2 \mu_a \varepsilon_a \dot{H}_{y0}.$$

Сокращая это выражение на \dot{H}_{y0} и выполняя некоторые преобразования, найдем уравнение для фазовой постоянной плоской волны в ферритовой среде β_{Φ} :

$$\beta_{\Phi}^4 - 2\omega^2 \mu_a \varepsilon_a \beta_{\Phi}^2 + \omega^4 \mu_a^2 \varepsilon_a^2 - \omega^4 b^2 \varepsilon_a^2 = 0, \quad (34.26)$$

имеющее простое решение:

$$\beta_{\Phi} = \pm \sqrt{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a \pm \sqrt{\omega^4 \mu_a^2 \varepsilon_a^2 - \omega^4 \mu_a^2 \varepsilon_a^2 + \omega^4 b^2 \varepsilon_a^2}},$$

$$\beta_{\Phi} = \pm \omega \sqrt{\varepsilon_a (\mu_a \pm b)}. \quad (34.27)$$

Знак «плюс» перед корнем в соответствии с решениями (34.18) следует использовать для волны, распространяющейся в сторону положительных значений оси z . Знак «минус» соответствует отраженной волне, распространяющейся в сторону отрицательных значений оси z . Так как в рассматриваемом случае среда однородна и безгранична, отраженной волны не может возникнуть и выраже-

ние (34.27) записывают в форме

$$\beta_{\Phi} = \omega \sqrt{\varepsilon_a (\mu_a \pm b)}. \quad (34.28)$$

Таким образом, имеется два значения фазовой постоянной плоской волны в феррите:

$$\beta_{\Phi_1} = \omega \sqrt{\varepsilon_a (\mu_a + b)}, \quad (34.29)$$

$$\beta_{\Phi_2} = \omega \sqrt{\varepsilon_a (\mu_a - b)}. \quad (34.30)$$

Каждой фазовой постоянной соответствует своя фазовая скорость:

$$v_{\Phi_1} = \omega / \beta_{\Phi_1}, \quad (34.31)$$

$$v_{\Phi_2} = \omega / \beta_{\Phi_2}. \quad (34.32)$$

Проанализируем, какому физическому процессу соответствует появление двух фазовых скоростей. Вернемся к выражению (34.25). Подставим в него значение β_{Φ} из формулы (34.28):

$$\dot{H}_{x0} = - \frac{j b \omega^2 \varepsilon_a}{\omega^2 \varepsilon_a \mu_a \pm \omega^2 \varepsilon_a b - \omega^2 \mu_a \varepsilon_a} \dot{H}_{y0}.$$

Проведя необходимые сокращения, получаем следующую связь между составляющими \dot{H}_{x0} и \dot{H}_{y0} :

$$\dot{H}_{x0} = \mp j \dot{H}_{y0}. \quad (34.33)$$

В силу существования двух равноправных фазовых постоянных β_{Φ_1} и β_{Φ_2} , соответствующим двум полям, распространяющимся с фазовыми скоростями v_{Φ_1} и v_{Φ_2} , с учетом решений (34.18) суммарное поле $\dot{H}_{x\Sigma}$ записывают в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{x\Sigma} &= \dot{H}_{x0} e^{-j\beta_{\Phi_1} z} + \dot{H}_{x0} e^{-j\beta_{\Phi_2} z} = \dot{H}_{x0} (e^{-j\beta_{\Phi_1} z} + e^{-j\beta_{\Phi_2} z}), \\ \dot{H}_{x0} &= H_{x0} e^{j\Phi_H}, \end{aligned} \right\} \quad (34.34)$$

где Φ_H — начальная фаза, которую для простоты записи можно положить равной нулю.

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{x0} &= H_{x0}, \\ \dot{H}_{x\Sigma} &= H_{x0} (e^{-j\beta_{\Phi_1} z} + e^{-j\beta_{\Phi_2} z}). \end{aligned} \right\} \quad (34.35)$$

Мгновенное значение $H_{x\Sigma}(t)$ находят с помощью обычного перехода от комплексных амплитуд к мгновенным значениям:

$$\begin{aligned} H_{x\Sigma}(t) &= \text{Re}(\dot{H}_{x\Sigma} e^{j\omega t}) = \text{Re}\{H_{x0} (e^{-j\beta_{\Phi_1} z} + e^{-j\beta_{\Phi_2} z}) e^{j\omega t}\}, \\ H_{x\Sigma}(t) &= H_{x0} \{\cos(\omega t - \beta_{\Phi_1} z) + \cos(\omega t - \beta_{\Phi_2} z)\}. \end{aligned} \quad (34.36)$$

На основании тригонометрического соотношения $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ выражение (34.36) можно представить в форме

$$H_{x\Sigma}(t) = 2H_{x0} \cos\left(\omega t - \frac{\beta_{\Phi_1} + \beta_{\Phi_2}}{2} z\right) \cos\left(\frac{\beta_{\Phi_2} - \beta_{\Phi_1}}{2} z\right),$$

или ввиду четности косинуса

$$H_{x\Sigma}(t) = 2H_{x0} \cos\left(\omega t - \frac{\beta_{\Phi 1} + \beta_{\Phi 2}}{2} z\right) \cos\left(\frac{\beta_{\Phi 1} - \beta_{\Phi 2}}{2} z\right). \quad (34.37)$$

Из формулы (34.33) следует, что

$$\dot{H}_{y0} = \pm j\dot{H}_{x0}. \quad (34.38)$$

Знак «плюс» соответствует фазовой постоянной $\beta_{\Phi 1}$, знак «минус» — фазовой постоянной $\beta_{\Phi 2}$. По аналогии с формулами (34.34) суммарное поле $\dot{H}_{y\Sigma}$ записывают в виде

$$\dot{H}_{y\Sigma} = \dot{H}_{y0} e^{-j\beta_{\Phi 1} z} + \dot{H}_{y0} e^{-j\beta_{\Phi 2} z},$$

или с учетом соотношения (34.38), а также первой формулы (34.35) ($\dot{H}_{x0} = H_{x0}$):

$$\dot{H}_{y\Sigma} = jH_{x0} e^{-j\beta_{\Phi 1} z} - jH_{x0} e^{-j\beta_{\Phi 2} z} = jH_{x0} (e^{-j\beta_{\Phi 1} z} - e^{-j\beta_{\Phi 2} z}).$$

Перейдем от комплексных амплитуд к мгновенным значениям поля $H_{y\Sigma}(t)$:

$$\begin{aligned} H_{y\Sigma}(t) &= \operatorname{Re} \{ jH_{x0} (e^{-j\beta_{\Phi 1} z} - e^{-j\beta_{\Phi 2} z}) e^{j\omega t} \}, \\ H_{y\Sigma}(t) &= -H_{x0} \{ \sin(\omega t - \beta_{\Phi 1} z) - \sin(\omega t - \beta_{\Phi 2} z) \}. \end{aligned} \quad (34.39)$$

На основании тригонометрического соотношения $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ выражение (34.39) можно представить в форме

$$H_{y\Sigma}(t) = -2H_{x0} \cos\left(\omega t - \frac{\beta_{\Phi 1} + \beta_{\Phi 2}}{2} z\right) \sin\left(\frac{\beta_{\Phi 2} - \beta_{\Phi 1}}{2} z\right),$$

или ввиду нечетности синуса

$$H_{y\Sigma}(t) = 2H_{x0} \cos\left(\omega t - \frac{\beta_{\Phi 1} + \beta_{\Phi 2}}{2} z\right) \sin\left(\frac{\beta_{\Phi 1} - \beta_{\Phi 2}}{2} z\right). \quad (34.40)$$

Суммарное магнитное поле представляет собой суперпозицию полей $\mathbf{H}_{x\Sigma}(t)$ и $\mathbf{H}_{y\Sigma}(t)$. Сложение полей осуществляют графически так, как показано на рис. 34.1.

Тангенс угла наклона α суммарного вектора магнитного поля к оси абсцисс выражается соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha = H_{y\Sigma}(t) / H_{x\Sigma}(t).$$

Подставляя значения $H_{y\Sigma}(t)$ и $H_{x\Sigma}(t)$ из формул (34.40) и (34.37), получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin\left(\frac{\beta_{\Phi 1} - \beta_{\Phi 2}}{2} z\right)}{\cos\left(\frac{\beta_{\Phi 1} - \beta_{\Phi 2}}{2} z\right)} = \operatorname{tg}\left(\frac{\beta_{\Phi 1} - \beta_{\Phi 2}}{2} z\right),$$

откуда угол наклона

$$\alpha = \frac{\beta_{\Phi 1} - \beta_{\Phi 2}}{2} z. \quad (34.41)$$

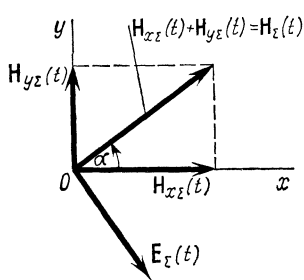


Рис. 34.1

Угол возрастает по мере продвижения плоской волны в положительном направлении оси z . Суммарный вектор $\mathbf{H}_\Sigma(t)$ не остается постоянно ориентированным в пространстве, а вращается по мере продвижения волны. Из рис. 34.1 видно, что вращение суммарного вектора происходит по направлению стрелки часов, если смотреть в сторону положительных значений оси z .

Аналогичную картину имеет вектор суммарного электрического поля $\mathbf{E}_\Sigma(t)$, ортогональный к вектору $\mathbf{H}_\Sigma(t)$. Таким образом, намагниченная ферритовая среда является не только анизотропной, но также гиротропной средой, в которой происходит поворот векторов поля в пространстве. Вращение векторов поля в гиротропной среде называют *эффектом Фарадея*.

Постоянная

$$\frac{\beta_{\phi 1} - \beta_{\phi 2}}{2}, \quad (34.42)$$

определяющая угол поворота векторов на единицу длины пути в гиротропной среде, называется *постоянной Фарадея*.

Был рассмотрен случай, когда плоская волна распространяется в ферритовой среде в положительном направлении оси z . Ориентация вектора Пойнтинга определяется расположением суммарных векторов $\mathbf{E}_\Sigma(t)$ и $\mathbf{H}_\Sigma(t)$, показанным на рис. 34.1. При распространении плоской волны в обратном направлении, в сторону отрицательных значений оси z , следует изменить на обратные знаки перед фазовыми постоянными $\beta_{\phi 1}$ и $\beta_{\phi 2}$. В результате вместо выражения (34.14) получим

$$\alpha = - \frac{\beta_{\phi 1} - \beta_{\phi 2}}{2} z. \quad (34.43)$$

Угол α становится отрицательным, возрастающим в направлении отрицательных углов с увеличением абсолютного значения координаты z . Вращение суммарного вектора $\mathbf{H}_\Sigma(t)$ происходит в обратную сторону по сравнению со случаем распространения плоской волны в сторону положительных значений z .

Таким образом, влияние ферритовой среды на электромагнитную волну зависит от направления распространения этой волны. Подобные среды носят название *невзаимных сред*.

§ 34.4. Поперечное распространение плоских волн в намагниченной ферритовой среде. Эффект Коттона — Мутона

В § 34.3 было рассмотрено распространение плоской волны вдоль постоянного поля, подмагничивающего феррит. Представляет интерес случай, когда вектор Пойнтинга, распространяющийся в ферритовой среде, ориентирован перпендикулярно подмагничивающему полю.

Допустим, что подмагничивающее поле ориентировано вдоль оси z , а вектор Пойнтинга плоской волны направлен вдоль оси x . Тогда для поля волны, падающей на ферритовую среду, должны быть справедливы соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_y, \dot{E}_z, \dot{H}_y, \dot{H}_z &\neq 0, \\ \dot{E}_x = \dot{H}_x &= 0, \\ \partial/\partial y = \partial/\partial z &= 0, \quad \partial/\partial x \neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (34.44)$$

Для ферритовой среды, намагниченной вдоль оси z , справедливы системы скалярных уравнений Максвелла (34.10) и (34.14). В силу справедливости соотношений (34.44) системы этих уравнений существенно упрощаются:

$$-d\dot{H}_z/dx = j\omega\epsilon_a\dot{E}_y, \quad (34.45)$$

$$d\dot{H}_y/dx = j\omega\epsilon_a\dot{E}_z, \quad (34.46)$$

$$0 = -j\omega\mu_a\dot{H}_x - \omega b\dot{H}_y, \quad (34.47)$$

$$-d\dot{E}_z/dx = \omega b\dot{H}_x - j\omega\mu_a\dot{H}_y, \quad (34.48)$$

$$d\dot{E}_y/dx = -j\omega\mu_{a33}\dot{H}_z. \quad (34.49)$$

Поскольку в падающей волне существует составляющая \dot{H}_y , она должна присутствовать в ферритовой среде. Следовательно, эта составляющая не может быть приравнена нулю в соотношении (34.47). Для его выполнения необходимо предположить, что в результате анизотропии (наличие коэффициента b) в ферритовой среде возникает дополнительно составляющая \dot{H}_x , которой не было в падающей волне. Из соотношения (34.47) следует, что

$$\dot{H}_x = j \frac{b}{\mu_a} \dot{H}_y. \quad (34.50)$$

Составляющая \dot{H}_x связана с составляющей \dot{H}_y множителем j , что означает сдвиг фазы во времени между этими составляющими на угол, равный $\pi/2$. Сходное соотношение было получено в § 34.3 [см. формулу (34.38)]. Было показано, что сдвиг фаз приводит к вращению плоскости поляризации. Таким образом, при поперечном распространении плоской волны в феррите возникает дополнительная составляющая магнитного поля и происходит вращение векторов поля по мере продвижения его вдоль направления распространения, т. е. вдоль оси x . Система уравнений (34.45), (34.49) не зависит от системы уравнений (34.46), (34.48) и может быть решена самостоятельно. Дифференцируя уравнение (34.49) по x и используя уравнение (34.45), получаем

$$d^2\dot{E}_y/dx^2 + \omega^2\mu_{a33}\epsilon_a\dot{E}_y = 0. \quad (34.51)$$

Решение этого уравнения можно представить в обычной форме:

$$\dot{E}_y = A_1 e^{-j\beta_{\Phi 3} x} + A_2 e^{j\beta_{\Phi 3} x}, \quad (34.52)$$

где

$$\beta_{\Phi 3} = \omega \sqrt{\mu_{a33} \epsilon_a}. \quad (34.53)$$

Поскольку ферритовая среда предполагается однородной и безграничной, отраженная волна отсутствует и можно положить

$$A_2 = 0. \quad (34.54)$$

Тогда

$$\dot{E}_y = A_1 e^{-i\beta_{\Phi 3} x}. \quad (34.55)$$

Полученное решение называют *обыкновенной волной*. Вторая система формируется из уравнений (34.46) и (34.48). В последнем уравнении составляющую \dot{H}_x можно исключить с помощью выражения (34.50). При этом уравнение (34.48) переходит в соотношение

$$\frac{d\dot{E}_z}{dx} = j\omega \left(\mu_a - \frac{b^2}{\mu_a} \right) \dot{H}_y. \quad (34.56)$$

Дифференцируя это соотношение по x и используя выражение (34.46), находим уравнение для составляющей поля \dot{E}_z :

$$\frac{d^2 \dot{E}_z}{dx^2} + \omega^2 \epsilon_a \left(\mu_a - \frac{b^2}{\mu_a} \right) \dot{E}_z = 0 \quad (34.57)$$

с решением вида

$$\dot{E}_z = B_1 e^{-i\beta_{\Phi 4} x} + B_2 e^{i\beta_{\Phi 4} x}, \quad (34.58)$$

где

$$\beta_{\Phi 4} = \omega \sqrt{\epsilon_a \left(\mu_a - \frac{b^2}{\mu_a} \right)}. \quad (34.59)$$

В случае безграничной ферритовой среды отраженная волна отсутствует и $B_2 = 0$. При этом

$$\dot{E}_z = B_1 e^{-i\beta_{\Phi 4} x}. \quad (34.60)$$

Полученное решение носит название *необыкновенной волны*.

Таким образом, найдены решения электродинамических уравнений для составляющих электрического поля \dot{E}_y и \dot{E}_z . Решение для составляющей магнитного поля \dot{H}_z записывают аналогично решению для \dot{E}_y . Магнитное поле в случае «необыкновенной волны» имеет две составляющих. Решение для составляющей поля \dot{H}_y будет выглядеть аналогично решению для \dot{E}_z . Кроме того, в поле «необыкновенной волны» существует составляющая \dot{H}_x , определяемая соотношением (34.50), сдвинутая по фазе во времени относительно составляющей \dot{H}_y на угол, равный $\pi/2$. В результате этого сдвига в «необыкновенной волне» происходит поворот векторов поля по мере продвижения его вдоль оси x .

Возникновение «необыкновенной волны» при поперечном распространении плоского электромагнитного поля в намагниченной ферритовой среде называют *эффектом Коттона—Мутона*.

В настоящее время ферриты нашли широкое распространение в различных радиотехнических устройствах, описание которых выходит за рамки этой книги.

ГЛАВА 35

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

§ 35.1. Постановка вопроса

До сих пор рассматривались электродинамические процессы, происходящие в различных бесконечно протяженных средах, а также волноводах и объемных резонаторах. Нередко возникает необходимость отыскания электромагнитного поля в задачах, когда в безграничном пространстве находится какое-либо тело или группа тел, с которыми взаимодействует электромагнитная волна, распространяющаяся в пространстве. В результате этого взаимодействия первичное поле претерпевает изменения, которые и необходимо учесть при анализе процесса.

Под дифракцией электромагнитного поля условимся понимать процесс взаимодействия этого поля с телом или группой тел, находящихся в зоне распространяющейся электромагнитной волны.

Дифракция относится к числу труднейших задач электродинамики и в книге, посвященной ее основам, можно лишь наметить пути решения подобных задач. В качестве примеров возможных подходов к проблеме рассмотрим два случая: 1) дифракцию плоской волны на бесконечном идеально проводящем металлическом цилиндре—задачу, которая может быть решена аналитически точно; 2) дифракцию плоской волны на отверстии, сделанном в бесконечно протяженном, идеально проводящем плоском экране—задачу, которая может быть решена приближенным методом, требующим вывода вспомогательных соотношений—теоремы эквивалентности и формул Гюйгенса—Кирхгофа. Разумеется, эти случаи далеко не исчерпывают возможных методов решения дифракционных задач, и их можно рассматривать лишь как некоторое введение в теорию дифракции.

§ 35.2. Дифракция плоской волны на бесконечном идеально проводящем металлическом цилиндре

Пусть плоская волна встречается на своем пути бесконечный, идеально проводящий металлический цилиндр радиуса r_0 . Пусть вектор Пойнтинга плоской волны перпендикулярен оси цилиндра и поляризация поля такова, что вектор \vec{E} падающей волны парал-