

типа  $H_{101}$ :

$$\dot{E}_{yp} = -\frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right). \quad (\text{IV.8})$$

Допустим, что возбуждение резонатора осуществляется коротким штырем длиной  $l$ , плотность тока  $\mathbf{j}_a$  в котором неизменна вдоль длины штыря. Штырь расположен в сечении  $x = a/2$ ,  $z = l/2$ .

Рассчитаем интеграл в числителе выражения (33.44), положив  $C_2 = 1$ :

$$\int_{V_1} \mathbf{j}_a \dot{E}_q^* dV = - \int_0^l \int_{S_1} \mathbf{j}_a \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} dS dl = -j_a \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} l. \quad (\text{IV.9})$$

Найдем интеграл в знаменателе выражения (33.44):

$$\begin{aligned} \int_{V_1} |\dot{E}_q|^2 dV &= \int_0^l \int_0^b \int_0^a \frac{\omega_p^2 \mu_a^2}{g_{10}^4} \cdot \frac{\pi^2}{a^2} \sin^2\left(\frac{\pi}{a} x\right) \times \\ &\times \sin^2\left(\frac{\pi}{l} z\right) dx dy dz = \frac{\omega_p^2 \mu_a^2}{g_{10}^4} \cdot \frac{\pi^2}{a^2} \cdot \frac{abl}{4}. \end{aligned} \quad (\text{IV.10})$$

Подставим выражения (IV.9), (IV.10) в формулу (33.44):

$$\dot{A}_{grp} = \frac{Q j_a \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} l}{\omega_p \varepsilon_a \frac{\omega_p^2 \mu_a^2}{g_{10}^4} \cdot \frac{\pi^2}{a^2} \cdot \frac{abl}{4}},$$

или окончательно

$$\dot{A}_{grp} = \frac{Q j_a}{\frac{\omega_p^2 \mu_a \varepsilon_a}{g_{10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot \frac{ab}{4}}. \quad (\text{IV.11})$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ V

### КОНКРЕТНЫЕ ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИНЦИПА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ

**Пример 1.** Рассмотрим простой случай, когда электродинамическая задача моделируется в отсутствие сторонних электрического и магнитного токов. Допустим, что при моделировании желательно получить значения электрического и магнитного полей, совпадающие с натурной задачей. Далее предположим, что электрическая и магнитная проводимости сред в натурной и модельной задачах равны нулю, а диэлектрическая и магнитная проницаемости натурной задачи—соответственно диэлектрической и магнитной проницаемостям модельной задачи. При этих условиях в соответствии

с равенствами (36.1) должны соблюдаться следующие соотношения:

$$\beta_1' = \beta_1'', \beta_2' = \beta_2'', \beta_3' = \beta_3'' = \beta_4' = \beta_4'' = \beta_5' = \beta_5'' = \beta_7' = \beta_7'' = 0, \\ \beta_6' = \beta_6'', \beta_8' = \beta_8'', a_6' = a_6'', a_8' = a_8''. \quad (V.1)$$

На основании выражений (36.6) будут справедливы равенства

$$C_1' = C_1'' = C_2' = C_2'' = C_4' = C_4'' = C_5' = C_5'' = 0. \quad (V.2)$$

Тогда условия подобия (36.10) запишутся в форме

$$C_3' = C_3'', \quad C_6' = C_6'', \quad (V.3)$$

или иначе

$$\frac{\beta_6' \beta_2' \beta_9' a_6'}{\beta_{10}' \beta_1'} = \frac{\beta_6'' \beta_2'' \beta_9'' a_6''}{\beta_{10}'' \beta_1''}, \quad \frac{\beta_8' \beta_1' \beta_9' a_8'}{\beta_{10}' \beta_2'} = \frac{\beta_8'' \beta_1'' \beta_9'' a_8''}{\beta_{10}'' \beta_2''}. \quad (V.4)$$

С учетом равенств (V.1) эти выражения можно записать в упрощенном виде:

$$\beta_9' / \beta_{10}' = \beta_9'' / \beta_{10}'', \quad \beta_9' / \beta_{10}' = \beta_9'' / \beta_{10}''. \quad (V.5)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае два условия подобия (V.4) сводятся к одному. Коэффициенты  $\beta_9'$  и  $\beta_9''$  согласно выражениям (36.1) определяют линейные размеры натурной и модельной задач, коэффициенты  $\beta_{10}'$  и  $\beta_{10}''$  — масштабы времени. Если этим коэффициентам приписать значения периодов колебаний  $T'$  и  $T''$  в натурной и модельной задачах, то условия подобия следует записать таким образом:

$$\beta_9' / T' = \beta_9'' / T'',$$

или

$$T'' / T' = \beta_9'' / \beta_9'. \quad (V.6)$$

Так как  $T' = 1/f'$ ,  $T'' = 1/f''$ , где  $f'$ ,  $f''$  — частоты колебаний в натурной и модельной задачах, то условия подобия (V.6) можно представить в форме

$$f' / f'' = \beta_9'' / \beta_9'. \quad (V.7)$$

Следовательно, если частота  $f''$  в модельной задаче в  $n$  раз выше частоты  $f'$  в натурной задаче, то линейные размеры электродинамической системы в модельной задаче, определяемые коэффициентом  $\beta_9''$ , должны быть в  $n$  раз меньше соответствующих линейных размеров в натурной задаче.

**Пример 2.** Рассмотрим более сложный случай, когда среда в натурной задаче обладает электрической проводимостью. Все остальные условия аналогичны условиям, данным в примере 1.

При определении условий подобия исходными являются равенства

$$\beta_1' = \beta_1'', \beta_2' = \beta_2'', \beta_3' = \beta_3'' = \beta_4' = \beta_4'' = \beta_7' = \beta_7'' = 0, \beta_8' = \beta_8'', \\ a_5' = a_5'', a_6' = a_6'', \beta_8' = \beta_8'', a_8' = a_8''. \quad (V.8)$$

При этом

$$C_1' = C_1'' = C_4' = C_4'' = C_5' = C_5'' = 0 \quad (V.9)$$

и условия подобия записываются в виде

$$C'_2 = C''_2, C'_3 = C''_3, C'_6 = C''_6, \quad (V.10)$$

или иначе

$$\begin{aligned} \frac{\beta'_5 \beta'_2 \beta'_9 a'_5}{\beta'_1} &= \frac{\beta''_5 \beta''_2 \beta''_9 a''_5}{\beta''_1}, \\ \frac{\beta'_6 \beta'_2 \beta'_9 a'_6}{\beta'_{10} \beta'_1} &= \frac{\beta''_6 \beta''_2 \beta''_9 a''_6}{\beta''_{10} \beta''_1}, \\ \frac{\beta'_8 \beta'_1 \beta'_9 a'_8}{\beta'_{10} \beta'_2} &= \frac{\beta''_8 \beta''_1 \beta''_9 a''_8}{\beta''_{10} \beta''_2}. \end{aligned} \quad (V.11)$$

Используя соотношения (V.8), можно записать эти условия в виде

$$\beta'_5 \beta'_9 = \beta''_5 \beta''_9, \beta'_9 / \beta'_{10} = \beta''_9 / \beta''_{10}, \beta'_8 / \beta'_{10} = \beta''_8 / \beta''_{10}. \quad (V.12)$$

Таким образом, в данном случае к прежним условиям (V.5) добавились новые условия, определяемые первым равенством (V.12). Если, как и раньше, приписать коэффициентам  $\beta'_{10}$  значение периода колебаний, то к прежним условиям подобия добавляются новые условия:

$$\beta'_5 / \beta''_5 = \beta''_9 / \beta'_9 = \beta''_{10} / \beta'_{10},$$

которые можно записать в виде

$$\beta'_5 / \beta''_5 = T'' / T' = f' / f''. \quad (V.13)$$

Тогда полными условиями электродинамического подобия будут

$$\beta'_5 / \beta''_5 = f'' / f', \beta'_9 / \beta''_9 = f' / f''. \quad (V.14)$$

В случае проводящей среды в модельной задаче должны быть изменены не только линейные размеры электродинамической системы, но и проводимость модельной среды. Аналогично можно рассмотреть условия подобия и в более сложных задачах.

## ПРИЛОЖЕНИЕ VI

### РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЗБУЖДАЮЩИХ УСТРОЙСТВ В ВОЛНОВОДАХ. РАСЧЕТ ВХОДНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

#### § VI.1. Расчет сопротивлений излучения возбуждающих устройств в волноводах

В § 32.4 была описана методика определения амплитудных коэффициентов поля, возбужденного в волноводах заданной системой сторонних токов. Были получены выражения (32.19), (32.21), позволяющие определить амплитудные коэффициенты волн заданного типа, распространяющихся в сторону отрицательных и положительных значений оси  $z$ . Найдем усредненное за период колебаний зна-