и условия подобия записываются в виде

$$C'_2 = C''_2, \ C'_3 = C''_3, \ C'_6 = C''_6, \tag{V.10}$$

или иначе

$$\begin{gathered}\frac{\beta'_5\beta'_2\beta'_9a'_5}{\beta'_1} = \frac{\beta''_5\beta''_2\beta''_9a''_5}{\beta''_1}, \\ \frac{\beta'_6\beta'_2\beta'_9a'_6}{\beta'_{10}\beta'_1} = \frac{\beta''_6\beta''_2\beta''_9a''_6}{\beta''_{10}\beta''_1}, \\ \frac{\beta'_8\beta'_1\beta'_9a'_8}{\beta'_{10}\beta'_2} = \frac{\beta''_8\beta''_1\beta''_9a''_8}{\beta''_{10}\beta''_2}.\end{gathered} \tag{V.11}$$

Используя соотношения (V.8), можно записать эти условия в виде

$$\beta'_5\beta'_9 = \beta''_5\beta''_9, \ \beta'_9/\beta'_{10} = \beta''_9/\beta''_{10}, \ \beta'_9/\beta'_{10} = \beta''_9/\beta''_{10}. \tag{V.12}$$

Таким образом, в данном случае к прежним условиям (V.5) добавились новые условия, определяемые первым равенством (V.12). Если, как и раньше, приписать коэффициентам β_{10} значение периода колебаний, то к прежним условиям подобия добавляются новые условия:

$$\beta'_5/\beta''_5 = \beta''_9/\beta'_9 = \beta''_{10}/\beta'_{10},$$

которые можно записать в виде

$$\beta'_5/\beta''_5 = T''/T' = f'/f''. \tag{V.13}$$

Тогда полными условиями электродинамического подобия будут

$$\beta'_9/\beta''_9 = f''/f', \ \beta'_5/\beta''_5 = f'/f''. \tag{V.14}$$

В случае проводящей среды в модельной задаче должны быть изменены не только линейные размеры электродинамической системы, но и проводимость модельной среды. Аналогично можно рассмотреть условия подобия и в более сложных задачах.

ПРИЛОЖЕНИЕ VI

РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЗБУЖДАЮЩИХ УСТРОЙСТВ В ВОЛНОВОДАХ. РАСЧЕТ ВХОДНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

§ VI.1. Расчет сопротивлений излучения возбуждающих устройств в волноводах

В § 32.4 была описана методика определения амплитудных коэффициентов поля, возбужденного в волноводах заданной системой сторонних токов. Были получены выражения (32.19), (32.21), позволяющие определить амплитудные коэффициенты волн заданного типа, распространяющихся в сторону отрицательных и положительных значений оси z. Найдем усредненное за период колебаний значение мощности электромагнитного поля $P_{\text{ср}}$, проходящей через поперечное сечение волновода $S_{\text{в}}$:

$$P_{\text{ср}} = \int_{S_{\text{в}}} \dot{\mathbf{\Pi}}_{\text{д}}\, d\mathbf{S}. \tag{VI.1}$$

Используя выражение (4.29) для $\dot{\mathbf{\Pi}}_{\text{д}}$, получаем

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}^*]\, d\mathbf{S}.$$

Волна распространяется от возбуждающего устройства в сторону положительных и отрицательных значений оси z. Следовательно, полная мощность излучения $P_{\text{из}}$, созданная возбуждающим устройством, равна удвоенному значению $P_{\text{ср}}$:

$$P_{\text{из}} = \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}^*]\, d\mathbf{S}. \tag{VI.2}$$

Эта мощность может быть определена путем подстановки в выражение для составляющих поля амплитудных коэффициентов, определяемых формулами (32.19), (32.21). Эта же мощность может быть выражена через сопротивление излучения возбуждающего устройства $R_{\text{из}}$ и ток $\dot{I}_{\text{э}}$, протекающий в возбуждающем устройстве (штыре или петле):

$$|P_{\text{из}}| = \frac{|\dot{I}_{\text{э}}|^2 R_{\text{из}}}{2}. \tag{VI.3}$$

Приравнивая выражения (VI.2) и (VI.3), определяем $R_{\text{из}}$:

$$R_{\text{из}} = \left| \frac{2 \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}^*]\, d\mathbf{S}}{\dot{I}_{\text{э}}^2} \right|. \tag{VI.4}$$

Покажем применение полученной формулы на примере возбуждения волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе коротким штырем длиной l, помещенным в сечении $z = 0$; $x = a/2$:

$$P_{\text{из}} = \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}_y \dot{\mathbf{H}}_x^*]\, \mathbf{1}_z\, dS =$$

$$= \int_0^b \int_0^a \operatorname{Re}[\mathbf{1}_y \dot{E}_y \mathbf{1}_x \dot{H}_x^*]\, \mathbf{1}_z\, dx\, dy = -\int_0^b \int_0^a \operatorname{Re}(\dot{E}_y \dot{H}_x^*)\, dx\, dy.$$

Используя выражения (13.83)—(13.88) для составляющих поля волны типа H_{10}, можно написать

$$\dot{E}_y = -j \frac{\omega\mu_a}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}, \tag{VI.5}$$

$$\dot{H}_x^* = -j \frac{h}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) e^{+jhz}. \tag{VI.6}$$

Амплитудный коэффициент C_2 был найден в § IV.1. Он был обозначен A_1:

$$C_2 = A_1 \tag{VI.7}$$

и определен формулой (IV.7).

Подставим выражение для амплитудного коэффициента в формулы (VI.5), (VI.6):

$$\dot{E}_y = -\frac{\omega\mu_a}{abh} \dot{I}_э l \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-jhz},$$

$$\dot{H}_x^* = -\frac{\dot{I}_э^* l}{ab} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{jhz},$$

$$|P_{из}| = \frac{\omega\mu_a |\dot{I}_э|^2 l^2}{a^2 b^2 h} \int_0^b \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx\, dy = \frac{\omega\mu_a |\dot{I}_э|^2 l^2}{2abh}. \tag{VI.8}$$

Используя формулу (VI.3), получаем выражение для $R_{изл}$:

$$R_{из} = \frac{\omega\mu_a l^2}{abh}. \tag{VI.9}$$

§ VI.2. Расчет входных сопротивлений объемных резонаторов

Допустим, что в качестве возбуждающего устройства используется короткий штырь длиной l. В § 33.3 была дана методика определения амплитудных коэффициентов волн различных типов. Следовательно, известно поле $\dot{\mathbf{E}}$ как на резонансной частоте, так и на частотах, отличных от резонансной. Пренебрегая активным сопротивлением, можно определить разность потенциалов $\dot{U}$ на входе возбуждающего устройства с помощью соотношения

$$\dot{U} = \int_0^l \dot{\mathbf{E}}\, d\mathbf{l}. \tag{VI.10}$$

В коротком штыре протекает ток $\dot{I}_э$. Входное сопротивление возбуждающего устройства

$$Z_{вх} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_э} = \frac{\int_0^l \dot{\mathbf{E}}\, d\mathbf{l}}{\dot{I}_э}. \tag{VI.11}$$

Поясним изложенное на примере расчета входного сопротивления прямоугольного объемного резонатора, в котором возбуждена волна типа H_{101}. Допустим, что возбуждение резонатора осуществляется коротким штырем длиной l, плотность тока в котором неизменна вдоль длины штыря. Штырь расположен в сечении $x = a/2$; $z = l/2$ и ориентирован вдоль оси y. В случае волны типа H_{101} в резонаторе существует только одна составляющая электрического поля, определяемая формулой (21.33):

$$\dot{E}_{y\text{р}} = -2\frac{\omega_\text{р}\mu_\text{а}}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{l}z\right). \qquad \text{(VI.12)}$$

В сечении $x = a/2$; $z = l/2$ эта формула может быть представлена следующим образом:

$$\dot{E}_{y\text{р}} = -2\frac{\omega_\text{р}\mu_\text{а}}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a}. \qquad \text{(VI.13)}$$

Разность потенциалов

$$\dot{U} = -\int_0^l \dot{E}_{y\text{р}}\,dy = 2\frac{\omega_\text{р}\mu_\text{а}}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} l. \qquad \text{(VI.14)}$$

В § IV.2 был дан расчет амплитудного коэффициента волны типа H_{101} в прямоугольном объемном резонаторе, который был обозначен $\dot{A}_{qr\text{р}}$:

$$\dot{A}_{qr\text{р}} = C_2.$$

Подставив выражение для $\dot{A}_{qr\text{р}}$ из формулы (IV.11) в выражение (VI.14), получим.

$$\dot{U} = 2\frac{\omega_\text{р}\mu_\text{а}}{g_{10}^2}\frac{\pi}{a} l \frac{Q\,\dot{I}_\text{э} g_{10}^2 4a}{\omega_\text{р}^2\mu_a\varepsilon_a\pi ab},$$

$$\dot{U} = 8\frac{Ql\dot{I}_\text{э}}{\omega_\text{р}\varepsilon_\text{а}ab}. \qquad \text{(VI.15)}$$

Входное сопротивление

$$Z_\text{вх} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_\text{э}} = 8\frac{Ql}{\omega_\text{р}\varepsilon_a ab}. \qquad \text{(VI.16)}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ VII

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ НАГРУЖЕННЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В § 25.2 формула (25.3) определяет общее выражение для добротности Q ненагруженного резонатора:

$$Q = 2\pi f_\text{р}\frac{W}{P_{\text{п}\Sigma}}.$$

Если резонатор нагружен, то к средней мощности потерь в резонаторе $P_{\text{п}\Sigma}$ следует прибавить среднюю мощность, отдаваемую резонатором в нагрузку $P_\text{н}$. При этом выражение для добротности нагруженного резонатора запишется в виде

$$Q_\text{н} = \omega_\text{р}\frac{W}{P_{\text{п}\Sigma}+P_\text{н}} = \omega_\text{р}\frac{W}{P_{\text{п}\Sigma}}\frac{1}{1+P_\text{н}/P_{\text{п}\Sigma}} = Q\frac{1}{1+P_\text{н}/P_{\text{п}\Sigma}}. \qquad \text{(VII.1)}$$

Положим, что объемный резонатор соединен с источником высокочастотных колебаний, обладающих внутренним сопротивлением $R_\text{н}$. Далее допустим, что разность потенциалов на входе нагруженного резонатора равна $\dot{U}$.

При частоте колебаний источника, равной резонансной частоте объемного резонатора, его входное сопротивление активно и в част-