

(10): теперь магнитный поток сквозь рамку положителен. Следовательно, он возрастает ($d\Phi > 0$) при приближении рамки к проводу ($da < 0$). Значит, производная $d\Phi/da$, а с ней и сила F — величины отрицательные, что соответствует притяжению рамки к проводу MN .

Во всех случаях рамка с током перемещается под действием силы F так, что при этом магнитный поток сквозь нее возрастает.

§ 16. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Основные формулы

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея): при всяком изменении магнитного потока сквозь контур в нем возникает электродвигущая сила индукции, пропорциональная скорости изменения магнитного потока, т. е.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (16.1)$$

Количество электричества, протекающего по контуру сопротивлением R при изменении магнитного потока сквозь контур на величину $\Delta\Phi$,

$$q = - \frac{\Delta\Phi}{R}. \quad (16.2)$$

Магнитный поток сквозь контур и сила тока в нем связаны соотношением

$$\Phi = LI, \quad (16.3)$$

где L — индуктивность контура.

Индуктивность длинного соленоида с немагнитным сердечником

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 V, \quad (16.4)$$

где $n = N/l$ — число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, S — площадь его поперечного сечения, V — его объем.

Сила тока в цепи, обладающей постоянным сопротивлением R и индуктивностью L и содержащей постоянную э. д. с. \mathcal{E} , изменяется при замыкании и размыкании цепи по закону

$$I = I_0 e^{-Rt/L} + \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}). \quad (16.5)$$

При замыкании цепи начальная сила тока $I_0 = 0$; при размыкании $\mathcal{E} = 0$.

Методические указания

1. В явлениях электромагнитной индукции магнитный поток сквозь контур может изменяться как при движении контура или отдельных его участков, так и при изменении во времени магнитного поля. В обоих случаях для определения э. д. с. индукции пользуются законом Фарадея (16.1). Однако при движении проводников в магнитном поле этот закон применим лишь в тех случаях, когда рассматриваемый контур проходит через одни и те же точки движущегося проводника. Например, в случае на рис. 15-7 контур $abcd$ проходит виаутри материала.

ла *одной и той же* движущейся рамки, на рис. 16-1 контур *abcd* проходит внутри *одной и той же* движущейся проволоки *ad*. В противном случае формула (16.1) приводит к неверному результату. Тогда э. д. с. индукции находят, исследуя силы Лоренца, действующие на свободные заряды в движущемся проводнике (см. задачу № 16-2). В связи с этим напомним, что действующая в цепи э. д. с. измеряется работой сторонних сил (т. е. сил незлектростатического происхождения) при перемещении вдоль замкнутой цепи единичного положительного заряда, т. е.

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \frac{1}{q} \oint_L (\mathbf{F}_{ct} d\mathbf{l}),$$

где q — перемещенный заряд.

2. Если в задаче требуется найти разность потенциалов на концах проводника, движущегося в магнитном поле, то надо иметь в виду, что искомая разность потенциалов численно равна э. д. с., индуцируемой в проводнике. Найти э. д. с. индукции в движущемся проводнике всегда можно методом, изложенным в п. 1, если дополнить этот проводник до замкнутого контура. При этом все части контура, кроме данного проводника, должны оставаться неподвижными.

Если замкнутый контур находится в изменяющемся во времени магнитном поле, то, поскольку при этом возникает вихревое электрическое поле \mathbf{E}_{ct} с замкнутыми силовыми линиями, понятие потенциала здесь вообще неприменимо. Подставив в последнюю формулу для э. д. с. вместо \mathbf{F}_{ct} произведение $q\mathbf{E}_{ct}$, получим согласно (16.1)

$$\mathcal{E} = \oint_L (\mathbf{E}_{ct} d\mathbf{l}) = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (16.6)$$

В этом случае можно говорить не о разности потенциалов двух точек контура, а о напряжении на участке контура, соединяющем эти точки (см. определение напряжения на стр. 147):

$$U = \int_1^2 (\mathbf{E}_{ct} d\mathbf{l}) = \int_1^2 (\mathbf{E}_{ct})_l dl.$$

Если к двум точкам контура подключить вольтметр, его показания будут зависеть от расположения прибора (см. задачу № 16-3).

3. В формуле (16.3) величина Φ означает *полный* магнитный поток, или *потокосцепление*, и измеряется суммой магнитных потоков, пронизывающих каждый виток соленоида. Для длинного соленоида величина Φ в N раз больше (N — число витков) магнитного потока Φ' , проходящего через любое сечение соленоида, взятое вблизи его середины.

Решение задач

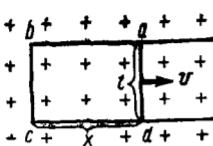


Рис. 16-1

Решение. Задачу можно решить двумя способами, применив закон Фарадея для электромагнитной индукции или рассматривая силы, действующие на свободные электроны в движущейся проволоке (силы Лоренца).

1. При движении проводника *ad* площадь рамки увеличивается, магнитный поток Φ сквозь рамку возрастает, а значит, согласно закону Фарадея (16.1), в рамке должна при этом действовать э. д. с. индукции. Чтобы ее найти, сначала выразим магнитный поток Φ через индукцию поля B и стороны рамки l , x . Согласно формуле (15.11), имеем

$$\Phi = BS = Blx.$$

Подставив это значение Φ в (16.1) и учитывая, что B , l — величины постоянные, запишем:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt},$$

где $dx/dt = v$ — скорость перемещения проводника *ad*. Поэтому

$$\mathcal{E} = -Blv. \quad (1)$$

Сделав подстановку числовых значений величин B , l , v (все даны в единицах СИ), получим ответ:

$$\mathcal{E} = -2,5 \cdot 10^{-3} \text{ В} = -25 \text{ мВ.}$$

Знак «—» в формуле (1) показывает, что э. д. с. индукции \mathcal{E} действует в контуре *abcd* в таком направлении, при котором связанный с ним правилом правого винта нормаль к контуру противоположна вектору \mathbf{B} (т. е. направлена к наблюдателю на рис. 16-1). Отсюда заключаем, что э. д. с. индукции, а значит, и индукционный ток направлены в контуре *abcd* против часовой стрелки. К такому же результату придем, применив правило правой руки для проводника *ad*.

Заметим, что если бы проводник *ad* двигался влево, то положительному приращению времени соответствовало бы отрицательное приращение (убыль) величины x . Следовательно, знак dx/dt , а значит, и знак \mathcal{E} изменились бы. В этом случае индукционный ток направлен по часовой стрелке.

2. Согласно определению (см. стр. 189), э. д. с. равна

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \frac{l}{q} \oint (\mathbf{F}_{ct} dl), \quad (2)$$

где q — величина заряда.

При движении в магнитном поле проводника ad вместе с ним движутся со скоростью v его свободные заряды (электроны). Поэтому на каждый из них действует сила Лоренца, выполняющая роль сторонней силы F_{ct} , входящей в формулу (2). Поскольку $v \perp B$, то согласно (15.2) сила Лоренца равна

$$F = qvB.$$

Так как она действует только вдоль участка ad длиной l , интеграл, стоящий в (2), равен

$$\oint_L (\mathbf{F}_{ct} d\mathbf{l}) = Fl = qvBl.$$

Подставив это значение интеграла в формулу (2), получим

$$\mathcal{E} = Blv, \quad (3)$$

что совпадает (по абсолютному значению) с формулой (1). Чтобы найти направление тока, учтем, что оно всегда определяется направлением движения положительных зарядов в цепи. Согласно (15.2), сила Лоренца, действующая на положительный заряд в проводнике ad , направлена от d к a . Таким образом, снова получаем: ток в рамке $abcd$ направлен против часовой стрелки (конечно, на самом деле электроны в контуре движутся по часовой стрелке).

З а м е ч а н и е. При решении задачи в обоих случаях допущена неточность: не принималось в расчет магнитное поле, созданное индукционным током. Это поле образует некоторый поток Φ' сквозь рамку. При движении проводника ad поток Φ' изменяется, что приводит к появлению дополнительной э. д. с. Очевидно, этот эффект тем слабее, чем меньше сила тока. Поскольку она обратно пропорциональна сопротивлению цепи, можно сказать, что оба рассмотренных метода дают правильный ответ при условии достаточно большого сопротивления цепи.

16-2. В однородном магнитном поле с индукцией B вращается в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, медный диск радиуса r , совершая n оборотов в секунду. При помощи скользящих контактов диск подключен к цепи, сопротивление которой R (рис. 16-2). Определить э. д. с. индукции, возникающую при вращении диска, количество электричества q , протекающего по цепи, а также количество теплоты Q , выданное в цепь за время, в течение которого диск совершил N оборотов.

Решение. Как показывает опыт, при вращении диска в магнитном поле в контуре $abcd$ (рис. 16-2) появляется ток, а значит, возникает э. д. с. индукции. Очевидно, магнитный поток сквозь этот контур не меняется. Следовательно, закон Фарадея, выражаемый формулой (16.1), здесь не дает правильного результата. При движении проводни-

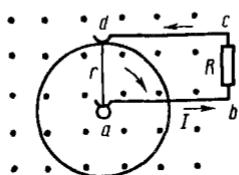


Рис. 16-2

ков в магнитном поле закон Фарадея применяется лишь для контура, проходящего через одни и те же точки движущегося проводника (что было, например, в предыдущей задаче). Здесь же участок контура проходит все время через различные радиусы вращающегося диска.

В контуре $abcd$ должна возникать э. д. с., так как его участок ad представляет собой движущийся проводник, и поэтому на его свободные электроны, движущиеся вместе с диском, действуют силы Лоренца. Эти силы будут перемещать электроны относительно диска от точки a к точке d . Поэтому воспользуемся результатом, полученным в предыдущей задаче (второй способ). Чтобы найти э. д. с. индукции, подставим значение силы Лоренца, определяемой по формуле $F = evB$ (здесь e — заряд электрона), в формулу (2) предыдущей задачи. Учитывая при этом, что сила F действует в контуре $abcd$ только на участке ad , запишем

$$\mathcal{E} = \frac{1}{c} \int_0^l F dl = \int_0^l vB dl = B \int_0^l v dl. \quad (1)$$

Находясь в различных точках участка ad , электроны имеют разную скорость v . Для электрона, находящегося на расстоянии l от центра диска,

$$v = \omega l = 2\pi nl.$$

Подставив это значение v в формулу (1), получим

$$\mathcal{E} = 2\pi nB \int_0^l l dl = \pi r^2 nB. \quad (2)$$

Таким образом, при равномерном вращении диска ($n = \text{const}$) в цепи действует постоянная э. д. с., создавая постоянный ток.

Количество электричества q , перемещенное индукционным током, определяется формулой (16.2). Однако эта формула имеет смысл только в тех же случаях, что и закон Фарадея. Поэтому вычислим q иным путем, используя известные соотношения для цепи постоянного тока:

$$q = It = \mathcal{E}t/R.$$

Подставив вместо \mathcal{E} ее значение по формуле (2) и учитывая, что $t = N/n$, найдем

$$q = \pi r^2 NB/R. \quad (3)$$

Количество теплоты Q , выделенное в цепи постоянного тока, с учетом формул (2), (3) выражим так:

$$Q = \mathcal{E}It = \mathcal{E}q = \pi^2 r^4 n NB^2 / R.$$

Видим, что при заданном числе оборотов N величина q не зависит от скорости вращения диска, тогда как величина Q , будучи пропорциональной n , зависит.

З а м е ч а н и е. При решении задачи в качестве сторонних сил, действующих на свободные электроны во вращающемся диске, рассмат-

ривались лишь силы Лоренца. Строго говоря, надо учесть еще центробежные силы инерции (если рассматривать явление в системе отсчета, связанной с вращающимся телом). Эти силы действуют на электроны независимо от магнитного поля, отбрасывая их к краям диска и создавая добавочную э. д. с. \mathcal{E}' . Таким образом, здесь имеются, по существу, два генератора э. д. с.: один электромагнитный, второй «инерционный», работающий по принципу центробежного насоса. В данном случае обе э. д. с. \mathcal{E} и \mathcal{E}' направлены одинаково, создавая в цепи ток против часовой стрелки (электроны движутся по часовой стрелке). Если изменить направление вращения диска или направление поля B , то величины \mathcal{E} и \mathcal{E}' будут направлены противоположно.

Найдем э. д. с. \mathcal{E}' «инерционного» генератора. На электрон массы m , находящийся на расстоянии l от центра диска, действует центробежная сила инерции

$$F_{\text{ин}} = -ma = -m\omega^2 l = -4\pi^2 n^2 l/m$$

где a — центростремительное ускорение электрона, обусловленное его вращением вместе с диском. Подставив это значение $F_{\text{ин}}$ (опуская знак «—») в формулу (1), получим

$$\mathcal{E}' = \frac{4\pi^2 n^2 m}{e} \int_0^l l dl = 2\pi^2 n^2 r^2 \frac{m}{e}. \quad (4)$$

Сравнив величины \mathcal{E}' , \mathcal{E} по формулам (4) и (2), имеем

$$\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}} = \frac{2\pi n}{B} \frac{m}{e}.$$

Так как для электрона $m/e = 5,7 \cdot 10^{-12}$ кг/Кл, то данное отношение обычно получается весьма малым, т. е. величиной \mathcal{E}' можно пренебречь. Однако в случае слабых магнитных полей и больших скоростей вращения диска действие «инерционного» генератора необходимо учитывать.

16-3. Виток медной проволоки охватывает сердечник трансформатора. Вследствие изменения силы тока в обмотке трансформатора магнитный поток внутри сердечника равномерно изменяется со скоростью -30 Вб/с. К точкам A , B , которые делят виток на два участка так, что $l_2 = 2l_1$, подключен вольтметр двумя способами, изображенными на рис. 16-3. Определить его показания. Считать сопротивление витка ничтожно малым по сравнению с сопротивлением вольтметра.

Решение. В задачах электростатики и постоянного тока вольтметром измеряется разность потенциалов точек, к которым он подключен. Теперь изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля с замкнутыми линиями индукции. Понятие

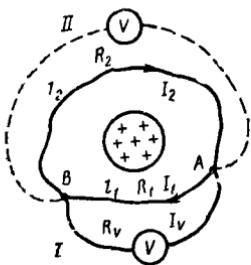


Рис. 16-3

потенциала здесь теряет смысл, поскольку работа по перемещению заряда на замкнутом пути в таком поле не равна нулю. Вольтметр же в нашей задаче должен давать показания. Действительно, пусть вольтметр сначала включен в положении I. При этом контуры AI_1Bl_2A , $AVBl_1A$ пронизываются переменным магнитным потоком и в каждом из них должна действовать одна и та же э. д. с. индукции, равная

$$\mathcal{E} = -d\Phi/dt = 30 \text{ В.}$$

Следовательно, по всем проводникам, в том числе и вольтметру, должен течь индукционный ток. Согласно правилу Ленца, э. д. с. \mathcal{E} в каждом контуре направлена по часовой стрелке (убывающий магнитный поток Φ на рисунке направлен от наблюдателя). Этим и объясняется указанное на рисунке направление токов I_1 , I_2 . Ток I_V направлен от A к B.

Показание вольтметра всегда пропорционально току, проходящему через него, т. е.

$$U = I_V R_V,$$

где U — напряжение на участке цепи, которым является сам вольтметр, равное линейному интегралу напряженности $E_{\text{н}}$ электрического поля, взятому вдоль данного участка (определение напряжения см на стр. 147).

Величину $I_V R_V$ найдем, применив правила Кирхгофа для разветвленных цепей. По первому правилу Кирхгофа имеем для узла A

$$I_1 + I_V = I_2. \quad (1)$$

Выбрав направление обхода контуров по часовой стрелке, получим согласно второму правилу Кирхгофа соответственно для контуров AI_1Bl_2A и $AVBl_1A$, учитывая, что сквозь последний контур магнитный поток не проходит:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}, \quad (2)$$

$$I_V R_V - I_1 R_1 = 0. \quad (3)$$

Из последнего уравнения находим показание вольтметра:

$$U = I_V R_V = I_1 R_1 \quad (4)$$

Таким образом, измеряя напряжение на себе самом, вольтметр измеряет также напряжение на том участке витка, с которым он образует контур, не пронизываемый магнитным потоком.

Если известны величины R_1 , R_2 , R_V , \mathcal{E} , то, решив систему (1), (2), (3), найдем все токи и показание вольтметра. В нашей задаче величины R_1 , R_2 , R_V не даны, зато выполняются соотношения: $R_V \gg R_1$, $R_V \gg R_2$. Они позволяют пренебречь силой тока I_V в цепи вольтметра по сравнению с величинами I_1 , I_2 . Тогда из уравнений (1), (2) получим

$$I_1 = I_2 = I = \mathcal{E} / (R_1 + R_2).$$

Подставив это значение I_1 в формулу (4) и учитывая, что сопротивление проволоки пропорционально ее длине, найдем первый ответ:

$$U = I_1 R_1 = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\mathcal{E} l_1}{l_1 + l_2} = \frac{\mathcal{E}}{3} = 10 \text{ В}$$

Когда вольтметр включен в положении II, он измеряет напряжение на участке $B l_2 A$ (так как с ним образует контур, не пересекаемый магнитным потоком). Следовательно,

$$U' = I_2 R_2 = \mathcal{E} - I_1 R_1 = 20 \text{ В.}$$

Таким образом, в случае индукционных токов показания вольтметра зависят не только от положения точек, к которым он подключен, но и от расположения самого прибора.

16-4. По длинному соленоиду с немагнитным сердечником сечением $S = 5,0 \text{ см}^2$, содержащему $N = 1200$ витков, течет ток силой $I = 2,00 \text{ А}$. Индукция магнитного поля в центре соленоида $B = 10,0 \text{ мТ}$. Определить его индуктивность.

Решение. Задача решается двумя способами.

1. Индуктивность длинного соленоида выражается формулой (16.4). Неизвестную величину l найдем, воспользовавшись формулой (15.8) для магнитной индукции внутри длинного соленоида, откуда

$$l = \mu_0 N I / B.$$

Подставив это значение l в (16.4) и произведя сокращения, получим ответ:

$$L = NBS/I.$$

Выразим входящие в формулу величины в единицах СИ: $N = 1200$, $B = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ Т}$, $S = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $I = 2,00 \text{ А}$. Выполнив вычисление, найдем

$$L = 3,0 \cdot 10^{-3} \Gamma = 3,0 \text{ мГ.}$$

2. Задачу можно решить, исходя из общего определения индуктивности контура (16.3) как коэффициента пропорциональности между током в контуре и собственным магнитным потоком Φ сквозь него. При этом надо учесть, что в случае соленоида Φ в формуле (16.3) является полным магнитным потоком (потокосцеплением), равным сумме потоков, проходящих сквозь каждый виток соленоида. Поскольку сквозь каждый виток длинного соленоида проходит один и тот же магнитный поток $\Phi' = BS$ (ослаблением поля у концов соленоида пренебрегаем), то полный поток равен

$$\Phi = N\Phi' = NBS.$$

Подставив это значение Φ в (16.3), найдем индуктивность соленоида:

$$L = NBS/I.$$

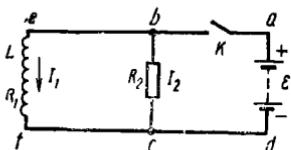


Рис. 16.4

16-5. В цепи, схема которой изображена на рис. 16-4, $R_1 = 5,0 \text{ Ом}$, $R_2 = 95 \text{ Ом}$, $L = 0,34 \text{ Гн}$, $\mathcal{E} = 38 \text{ В}$. Внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало. Определить силу тока в резисторе R_2 в трех случаях: 1) до размыкания цепи, 2) в первый момент после размыкания, 3) через $0,01 \text{ с}$ после размыкания.

Решение. 1. Силу постоянного тока I_2 до размыкания цепи находим по второму правилу Кирхгофа, применив его для контура $abcd$ (рис. 16-4):

$$I_2 R_2 + Ir = \mathcal{E},$$

где I — сила тока в батарее, r — внутреннее сопротивление источника. Поскольку величиной последнего можно пренебречь, получим

$$I_2 = \mathcal{E}/R_2 = 0,40 \text{ А.}$$

2. Найдем силу тока I'_2 в резисторе R_2 сразу же после размыкания ключа K . Если в первом случае участки цепи bc , ef были соединены между собой параллельно, то после отключения батареи они, образуя один неразветвленный контур $befcb$, оказываются соединенными последовательно. Значит, теперь по ним должен течь одинаковый ток. Так как из двух участков только один участок ef обладает индуктивностью, то именно ток I_1 , проходивший до размыкания цепи по этому участку, должен сохраниться. Такой результат приобретает простой физический смысл: поскольку индуктивность является мерой инертности тока в проводнике, то ток I_2 в резисторе R_2 , практически лишенный инертности, сразу исчезнет после отключения батареи и по всему контуру $befcb$ потечет ток, равный I_1 . Таким образом, получаем ответ на второй вопрос задачи:

$$I'_2 = I_1 = \mathcal{E}/R_1 = 7,6 \text{ А.}$$

3. Так как теперь цепь отключена от батареи, ток начнет убывать. Его величину I''_2 в заданный момент $t = 0,01 \text{ с}$ можно определить по формуле (16.5) для изменения тока при замыкании и размыкании, положив в ней $\mathcal{E} = 0$ (случай размыкания), а также $I_0 = I_1$. Тогда получим

$$I''_2 = I_1 e^{-Rt/L} = I_1 e^{-(R_1 + R_2)t/L}.$$

Подставив числовые значения величин I_1 , R_1 , R_2 , L , t в формулу и произведя вычисление, найдем

$$I''_2 = 0,4 \text{ А.}$$

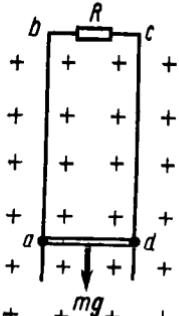


Рис. 16-5

16-6. Резистор сопротивлением R присоединен к верхним концам двух вертикальных медных стержней, отстоящих на расстоянии l друг от друга (рис. 16-5). Стержни замкнуты медной перемычкой массы m , которая без трения может скользить по ним. В окружающем пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией B , перпендикулярное плоскости, в которой расположены стержни. Перемычку отпустили, после чего она начала падать без нарушения электрического контакта. Пренебрегая сопротивлением стержней и перемычки, найти установившуюся скорость v последней. Принять индуктивность единицы длины системы стержней равной k .

Решение. При падении перемычки площадь контура $abcd$ растет и магнитный поток сквозь него увеличивается. Согласно закону Фарадея, в контуре появляется э. д. с. индукции, вызывающая индукционный ток. Следовательно, на перемычку ad кроме силы тяжести mg действует со стороны магнитного поля сила Ампера F_A , определяемая формулой (15.1). Так как для всех элементов длины перемычки, по которой идет ток силой I , $\sin(\vec{dl}, \vec{B}) = 1$ и $\vec{B} = \text{const}$, то

$$F_A = IBl.$$

Согласно правилу Ленца, сила F_A направлена против силы mg . С ростом скорости падения перемычки увеличиваются э. д. с. индукции, сила тока I и, следовательно, сила Ампера F_A . Скорость перестанет возрастать, когда наступит равновесие сил mg и F_A , т. е.

$$mg = IBl. \quad (1)$$

Из условия (1) можно найти силу тока I , а последнюю связать с исходной скоростью, применив закон Ома и закон электромагнитной индукции. По закону Ома для замкнутой цепи,

$$I = \mathcal{E}/R, \quad (2)$$

где \mathcal{E} — э. д. с., действующая в контуре $abcd$ и равная сумме:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_t + \mathcal{E}_s. \quad (3)$$

Величина \mathcal{E}_t — э. д. с. индукции, возникающая при изменении сквозь контур магнитного потока Φ_t вектора B . Используя результат, полученный при решении задачи № 16-1, запишем для абсолютного значения \mathcal{E}_t ,

$$|\mathcal{E}_t| = Blv. \quad (4)$$

Величина \mathcal{E}_s — э. д. с. самоиндукции. Она появляется при изменении сквозь контур $abcd$ магнитного потока Φ_s , созданного индукционным током. Этот поток изменяется вследствие роста площади контура.

Чтобы определить величину \mathcal{E}_s , учтем, что в данном случае индуктивность контура — величина переменная. Действительно, индуктивность $L = kx$, где x — длина вертикальных стержней, измеренная на участке, по которому идет ток. При падении перемычки величины x и L возрастают. На основании формул (16.1) и (16.3) запишем для э. д. с. самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}. \quad (5)$$

Так как при установившейся скорости падения перемычки $I = \text{const}$, то первое слагаемое в (5) равно нулю и тогда

$$|\mathcal{E}_s| = I \frac{dL}{dt} = I \frac{d(kx)}{dt} =Ik \frac{dx}{dt} = Ikv. \quad (6)$$

Величины \mathcal{E}_l и \mathcal{E}_s имеют в данном случае противоположные знаки, поскольку соответствующие им магнитные потоки Φ_l и Φ_s направлены, согласно правилу Ленца, противоположно; при этом оба потока рас- тут по абсолютному значению. Учитывая это, из уравнений (2)–(4) и (6) найдем

$$I = (Blv - Ikv)/R. \quad (7)$$

Исключив из формул (1) и (7) силу тока I , определим установившуюся скорость перемычки:

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2 - mgk}. \quad (8)$$

Проанализируем полученный результат.

1. Если $k = 0$, то $v = mgR/B^2 l^2$ и направлена вниз. Так как при наличии индуктивности скорость, будучи величиной конечной, направлена также вниз, то приходим к выводу, что формула (8) верна лишь при значениях заданных величин, удовлетворяющих неравенству

$$B^2 l^2 > mgk. \quad (9)$$

Выясним физический смысл этого соотношения. Из (1) следует, что значение I , необходимое для равновесия приложенных к перемычке сил, равно

$$I = mg/Bl. \quad (10)$$

Однако индуктивность цепи ограничивает рост силы тока в контуре, происходящий при увеличении скорости перемычки. Действительно, из (7) находим

$$I = \frac{Bl}{R/v + k}.$$

Отсюда получим, положив $v \rightarrow \infty$, предельную силу тока:

$$I_{\text{пред}} = Bl/k. \quad (11)$$

Сопоставляя формулы (9)–(11), видим, что неравенство (9) эквивалентно очевидному условию $I_{\text{пред}} > I$. Следовательно, если соотношение (9) не выполняется, то это означает, что сила тока в контуре,

ограниченная в процессе самоиндукции величиной $I_{\text{пред}}$, не достигает значения, необходимого для равновесия сил mg и F_A , приложенных к перемычке, ни при каких конечных значениях ее скорости. Другими словами, скорость перемычки неограниченно возрастает и ее устанавливающееся значение недостижимо.

2. Если $R \rightarrow \infty$, то $v \rightarrow \infty$. В этом случае ток по контуру не идет и перемычка падает под действием силы тяжести в ускорении g .

3. Если $R = 0$ и выполняется условие (9), то $v = 0$: перемычка будет неподвижно висеть в магнитном поле, несмотря на действие силы тяжести. Этот парадоксальный результат можно осуществить, если охладить проводники контура $abcd$, помещенного в достаточно сильное магнитное поле, до сверхпроводящего состояния.

§ 17. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Основные формулы

Намагниченность (вектор намагничения) J измеряется магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$J = \frac{l}{\Delta V} \sum_{i=1}^N p_m, i, \quad (17.1)$$

где N — число частиц, содержащихся в физически бесконечно малом объеме ΔV ; p_m, i — магнитный момент i -й частицы.

Вектором напряженности H магнитного поля называется линейная комбинация векторов B , J :

$$H = B/\mu_0 - J. \quad (17.2)$$

Векторы магнитной индукции B и напряженности H связаны соотношением

$$B = \mu_0 \mu H, \quad (17.3)$$

где μ — магнитная проницаемость среды (для вакуума $\mu = 1$).

Циркуляция вектора напряженности H вдоль замкнутого контура L равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром:

$$\oint_L (H dl) = \oint_L H dl \cos(H, \hat{dl}) = \Sigma I. \quad (17.4)$$

Магнитная индукция внутри длинного соленоида с магнитным сердечником

$$B = \mu_0 \mu n l \quad (17.5)$$

где n — число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, l — сила тока, протекающего по нему, μ — магнитная проницаемость вещества сердечника.

Индуктивность длинного соленоида объемом V с магнитным сердечником

$$L = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (17.6)$$

Энергия магнитного поля тока I в контуре, обладающем индуктивностью L ,

$$W = L I^2 / 2. \quad (17.7)$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (энергия, отнесенная к единице объема)

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (17.8)$$