Подставив это значение h в формулу (1) и пренебрегая величиной β^2 по сравнению с ω_0^2, получим

$$A_{\text{рез}} = \frac{A_0 \omega_0^2}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{A_0 \omega_0}{2\beta}. \qquad (2)$$

Выразим собственную частоту ω_0 и коэффициент затухания β по формулам (19.4) и (19.15):

$$\omega_0 = 2\pi/T_0; \quad \beta = \lambda/T.$$

Здесь T_0 — период свободных колебаний при отсутствии сопротивления; T — период затухающих колебаний, которые начались бы после прекращения действия вынуждающей силы. Подставив эти значения ω_0 и β в соотношение (2) и учитывая, что при слабом затухании ($\lambda^2 \ll 4\pi^2$) $T \approx T_0$, найдем окончательный ответ:

$$A_{\text{рез}} = \pi A_0/\lambda = 31 \text{ см}.$$

§ 20. ВОЛНЫ В УПРУГИХ СРЕДАХ. ЭЛЕМЕНТЫ АКУСТИКИ

Основные формулы

Уравнение бегущей волны, распространяющейся со скоростью c в направлении оси Oy:

$$x = A \sin [\omega (t - y/c) + \varphi_0], \qquad (20.1)$$

где x — смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии y от источника гармонических колебаний, характеризующихся амплитудой A, циклической частотой ω и начальной фазой φ_0.

Длина волны λ и ее скорость c связаны соотношением

$$\lambda = cT = c/\nu, \qquad (20.2)$$

где T — период колебаний; $\nu = 1/T = \omega/2\pi$ — их частота.

Связь между разностью фаз двух точек бегущей волны и разностью хода $y_2 - y_1$ (т. е. разностью расстояний этих точек от источника колебаний):

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi (y_1 - y_2)/\lambda \qquad (20.3)$$

В результате интерференции волн амплитуда достигает максимального значения при условии

$$|y_2 - y_1| = \Delta = 2k (\lambda/2) \qquad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots) \qquad (20.4)$$

и минимального значения при условии

$$\Delta = (2k + 1) (\lambda/2) \qquad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots) \qquad (20.5)$$

Явление Доплера: если источник и приемник звука перемещаются относительно среды, в которой распространяется звук, то частота звуковых колебаний ν', регистрируемая приемником звука, связана с частотой колебаний ν источника соотношением

$$\nu' = \nu \frac{c + v}{c - u}, \qquad (20.6)$$

где c, u, v — скорости соответственно звука, его источника и приемника. Формула (20.6) относится к случаю, если источник и приемник звука движутся по одной прямой. При этом величины u, v — алгебраические: $u > 0$, если источник движется к приемнику; $u < 0$, если источник удаляется от приемника. Аналогично, $v > 0$, если приемник приближается к источнику; $v < 0$, если приемник движется от источника.

Скорость продольных волн в тонких стержнях

$$c=\sqrt{E/\rho}, \tag{20.7}$$

где E — модуль упругости; ρ — плотность материала стержня.

Скорость звука в газах

$$c=\sqrt{\gamma p/\rho}, \tag{20.8}$$

где p и ρ — давление и плотность газа, не возмущенного волной; γ — отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме.

Амплитуда звукового давления Δp_0 и амплитуда скорости v_0 частиц в звуковой волне связаны соотношением

$$\Delta p_0 = c\rho v_0. \tag{20.9}$$

Интенсивность звука I, т. е. энергия, переносимая звуковой волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, выражается через амплитуду звукового давления:

$$I=\frac{(\Delta p_0)^2}{2c\rho}, \tag{20.10}$$

где ρ — плотность газа.

Уровень интенсивности звука (в децибелах) определяется формулой

$$L = 10 \lg (I/I_0), \tag{20.11}$$

где I — интенсивность данного звука; $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2 — интенсивность звука на пороге слышимости при стандартной частоте $\nu = 1000$ Гц.

Уровень громкости звука (в фонах) вычисляется по формуле

$$L_N = 10 \lg (I_N/I_0), \tag{20.12}$$

где I_N — интенсивность звука частоты $\nu = 1000$ Гц, равногромкого с исследуемым звуком.

Методические указания

1. Уравнение бегущей волны (20.1) выражает смещение от положения равновесия любой частицы как функцию расстояния y до источника колебаний и времени t. При этом предполагается, что амплитуда смещения всех частиц на пути волны одинакова. Это может быть лишь в случае плоских волн, распространяющихся в одном направлении при отсутствии поглощения энергии волн средой. Наоборот, в случае сферических волн, распространяющихся во всех направлениях от источника колебаний, амплитуда смещения частиц среды зависит от расстояния до источника колебаний (см. задачу № 20-5).

Уравнение бегущей волны может быть также выражено формулой [см. (20.1)]

$$x = A \cos [\omega (t - y/c) + \varphi'], \tag{20.1a}$$

где $\varphi' = \varphi_0 - \pi/2$. Начальную фазу φ_0 (или φ') при решении задач находят из начальных условий (см. задачу № 20-1). В учебной литературе часто приводят уравнение бегущей волны, полагая $\varphi_0 = 0$ (или $\varphi' = 0$). Такое уравнение уже не является общим, а соответствует определенным начальным условиям: при $t = 0$, $y = 0$ должно быть $x = 0$ в случае (20.1) и $x = A$ в случае (20.1а). Если в задаче не содержится начальных условий, найти однозначно смещение x

по уравнению бегущей волны нельзя. (Таковы, например, задачи № 12.63, 12.64 из задачника [10].)

2. Следует различать две физические величины, выражаемые формулами (20.11), (20.12), — уровень интенсивности звука и уровень его громкости. Уровень интенсивности звука является его *объективной* характеристикой, не зависящей от звукового ощущения. Уровень громкости звука, как *субъективная* характеристика его, зависит не только от интенсивности звука I, но и от частоты ν, так как ухо человека обладает разной чувствительностью к звукам разной частоты. Сравнивая формулы (20.11) и (20.12), видим, что для звука частоты $\nu = 1000$ Гц уровень громкости L_N в фонах равен уровню интенсивности L в децибелах. Однако при других частотах $L_N \neq L$. Различие между этими величинами особенно велико при очень низких звуковых частотах.

3. Чтобы рассчитать уровень громкости звука, используют *кривые равной громкости*, показывающие зависимость интенсивности звука от частоты при постоянных уровнях громкости. Такие графики в виде семейства кривых, каждая из которых соответствует некоторому уровню громкости, имеются в некоторых задачниках (см., например, задачник [15]) и учебных пособиях по курсу общей физики.

Если в задаче, связанной с определением уровня громкости звука, не указана частота звуковых колебаний, имеется в виду, что речь идет о звуке, частота которого близка к стандартной частоте $\nu = 1000$ Гц.

Решение задач

20-1. В незатухающей бегущей волне задана точка M, отстоящая от источника колебаний на расстоянии $y = \lambda/12$ в направлении распространения волны. Амплитуда колебаний $A = 0{,}050$ м. Считая в начальный момент времени смещение точки P, находящейся в источнике, максимальным, определить смещение от положения равновесия точки M для момента $t = T/6$, а также разность фаз колебаний точек M и P.

Решение. Смещение точки M можно найти с помощью уравнения бегущей волны (20.1). Используя условие задачи, преобразуем это уравнение так, чтобы в него вошли длина волны λ и период T колебаний. Учитывая соотношение $\omega = 2\pi/T$ и равенство (20.2), получим

$$x = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{cT}\right) + \varphi_0\right] = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) + \varphi_0\right] \qquad (1)$$

Чтобы найти начальную фазу φ_0, воспользуемся начальными условиями задачи: если $t = 0$, $y = 0$, то $x = A$. При этих значениях t, y, x из уравнения (1) имеем $\sin\varphi_0 = 1$, откуда $\varphi_0 = \pi/2$.

Теперь, подставив числовые значения величин A, t/T, y/λ, φ_0 в (1), получим первый ответ:

$$x = 0{,}050\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = 0{,}050\ 0{,}87\ \text{м} = 0{,}044\ \text{м}.$$

Для вычисления разности фаз $\varphi_M - \varphi_P$ колебаний точек M, P учтем, что для точки P координата $y = 0$. Следовательно, в любой момент t фаза точки P, т. е. аргумент синуса в (1), равна $2\pi t/T + \varphi_0$. Тогда

$$\varphi_M - \varphi_P = \left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) + \varphi_0\right] - \left[2\pi\frac{t}{T} + \varphi_0\right] = -2\pi\frac{y}{\lambda}. \qquad (2)$$

Этот же результат можно получить сразу из формулы (20.3), если положить в ней $y_1 - y_2 = -y$. Подставив в (2) числовое значение отношения y/λ, найдем

$$\varphi_M - \varphi_P = -2\pi \cdot (1/12) = -\pi/6.$$

Таким образом, колебания точки M отстают по фазе от колебаний источника на угол $\pi/6$.

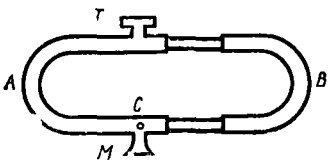

Рис. 20-1

20-2. Для определения частоты звуковых колебаний был применен интерференционный прибор, изображенный на рис. 20-1, где T — источник звука; A, B — два колена, представляющие собой полые металлические трубки (колено B — выдвижное); M — слуховая трубка. В зависимости от положения колена B наблюдатель регистрирует с помощью слуховой трубки усиление или ослабление звука. Для того чтобы перейти от одного минимума звука к следующему, перемещают выдвижное колено на расстояние $l = 5{,}5$ см. Считая скорость звука в воздухе при температуре опыта равной $c = 340$ м/с, найти частоту звуковых колебаний.

Решение. В точке C (рис. 20-1) происходит интерференция звуковых волн, приходящих сюда от источника T различными путями: TAC и TBC. Результат интерференции волн выражается условиями (20.4), (20.5).

Переместив колено B на расстояние l, изменяют тем самым разность хода волн $\Delta = TBC - TAC$ на величину $2l$:

$$\Delta_2 - \Delta_1 = 2l, \qquad (1)$$

где Δ_1, Δ_2 — разность хода волн в начальном и конечном положениях колена. Так как в обоих положениях громкость звука и связанная с ней амплитуда звуковых колебаний минимальны, то каждая из величин Δ_1, Δ_2 определяется формулой (20.5):

$$\Delta_1 = (2k_1 + 1)(\lambda/2), \qquad \lambda_2 = (2k_2 + 1)(\lambda/2). \qquad (2)$$

При этом, поскольку перемещение колена B соответствует двум *соседним* минимумам звука, должно выполняться соотношение

$$k_2 - k_1 = 1. \qquad (3)$$

Учитывая (3), вычтем почленно уравнения (2) друг из друга. Тогда получим

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda \qquad (4)$$

Сравнивая выражения (1) и (4), имеем

$$\lambda = 2l.$$

Теперь из соотношения (20.2) найдем частоту звуковых колебаний:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}.$$

Подставив в формулу числовые значения величин, получим

$$\nu = 3{,}1 \cdot 10^{3}\ \text{Гц} = 3{,}1\ \text{кГц}.$$

20-3. Медный стержень длиной $l = 0{,}50$ м закреплен в середине. Найти частоты возможных собственных продольных колебаний стержня.

Решение. Если какой-либо частице упругого тела сообщить начальный импульс (например, ударить молотком по торцу стержня), то все частицы тела придут в колебательное движение — в теле установятся собственные колебания. Процесс распространения колебаний в закрепленном стержне представляет собой *стоячие* волны. Эти волны являются результатом интерференции двух встречных систем бегущих волн: падающих на границу данного тела с окружающей средой и отраженных от этой границы.

Частота ν собственных колебаний в стержне связана с длиной λ бегущей волны соотношением (20.2). При этом скорость c продольных волн в медном стержне можно найти по формуле (20.7). Тогда получим

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Величины E, ρ для меди табличные, и наша задача сводится к определению длин волн, соответствующих собственным колебаниям стержня. Этим колебаниям всегда отвечает такое распределение по длине тела стоячих волн, которое удовлетворяет граничным условиям: на закрепленном конце тела должен быть узел смещений, на свободном — пучность. Следовательно, на концах данного стержня должны быть пучности смещений, а посередине его — узел смещений, так как в этом месте стержень закреплен. Один из возможных вариантов распределения стоячих волн по длине стержня изображен на рис. 20-2. Здесь по оси x отложены расстояния точек стержня от его левого конца, по оси y — смещения точек стержня от положения равновесия, которые они имеют в некоторый момент времени, участ-

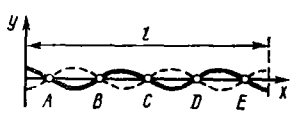

Рис 20-2

вуя в продольных колебаниях* (пунктиром изображен график смещения спустя промежуток времени, равный $T/2$). Точки A, B, C, D, E — узлы стоячей волны.

Из графика видно, что на всей длине стержня (от A до E) должно укладываться четное число полуволн и еще две четверти волны. Таким образом, имеем

$$l = (2k + 1)(\lambda/2),$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Отсюда

$$\lambda = 2l/(2k + 1).$$

Подставив это значение λ в формулу для частоты, получим ответ:

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}(2k+1).$$

Взяв из таблиц значения $E = 12 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м³ и произведя вычисления, найдем

$$\nu = 3{,}7 \cdot 10^3 (2k + 1) \text{ Гц}.$$

Значение $k = 0$ дает основную частоту собственных колебаний $\nu_0 = 3{,}7 \cdot 10^3$ Гц; значения $k = 1, 2, 3, \ldots$ соответствуют высшим гармоническим частотам.

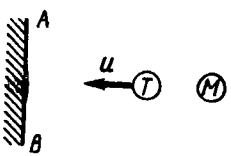

Рис. 20-3

20-4. Источник T звука частоты $\nu = 400$ Гц движется со скоростью $u = 2{,}0$ м/с, удаляясь от неподвижного приемника M звука и приближаясь при этом к стене AB (рис. 20-3). Определить частоту биений, регистрируемых приемником звука. Скорость звука $c = 340$ м/с.

Решение. Биения возникают в результате сложения колебаний с мало различающимися частотами; при этом частота биений равна разности частот слагаемых колебаний (см. задачу № 19-4). Выясним происхождение биений в данном случае.

Приемника M достигают звуковые волны непосредственно от источника T, а также волны, отраженные от стены. Дойдя до приемника, эти две системы волн возбудят в нем колебания разных частот. Действительно, источник T звука удаляется от неподвижного приемника M. Вследствие эффекта Доплера приемник зарегистрирует колебания частоты $\nu' \neq \nu$. Положив в формуле (20.6) $v = 0$ и учитывая, что, согласно вышеизложенному правилу знаков, скорость источника $u < 0$, поскольку источник *удаляется* от приемника, получим

$$\nu' = \nu \frac{c}{c + |u|}. \qquad (1)$$

* Для поперечных колебаний приведенный график можно рассматривать как «моментальную фотографию» колеблющегося стержня.

В то же время источник звука *приближается* к стене. Поэтому частоту колебаний ν'', воспринимаемых стеной, найдем опять по формуле (20.6), где по-прежнему $v=0$. Однако теперь $u > 0$, следовательно,

$$\nu''=\nu\frac{c}{c-|u|}. \qquad (2)$$

Воспринимая колебания частоты ν'', стена сама становится источником звуковых волн такой же частоты ν'', которые, дойдя до приемника M, возбудят в нем колебания частоты ν''. Эти колебания наложатся на колебания частоты ν' и в результате возникнут биения, частоту которых $\nu_б = \nu'' - \nu'$ найдем, используя формулы (1), (2):

$$\nu_б=\frac{2c|u|}{c^2-u^2}\nu=4{,}7\ \text{Гц}.$$

20-5. От источника, расположенного у поверхности Земли, распространяются звуковые волны. Через какой промежуток времени они достигнут высоты $h = 10{,}0$ км, если температура воздуха у поверхности Земли $t_0 = 16°C$, а градиент температуры в атмосфере $\Delta T/\Delta h = -7{,}0 \cdot 10^{-3}$ К/м.

Решение. Чтобы найти время распространения волны, зная ее перемещение h, выясним сначала, какова скорость звука в вертикальном направлении. Скорость звука в воздухе определяется формулой (20.8), где $\gamma=1{,}4$ (см. задачу № 8-3). Можно показать, что при этом скорость зависит от температуры воздуха. Действительно, поскольку $p = mV$, то, применив уравнение газового состояния, получим

$$c=\sqrt{\gamma pV/m}=\sqrt{\gamma RT/\mu}. \qquad (1)$$

По условию задачи температура воздуха зависит от высоты. Эту зависимость можно записать так:

$$T = T_0 + ah, \qquad (2)$$

где T — температура на высоте h; $a = \Delta T/\Delta h$ — градиент температуры, показывающий прирост (в данном случае отрицательный) температуры на каждый метр высоты. Подставив значение T из (2) в (1), имеем

$$c=\sqrt{\gamma R(T_0+ah)/\mu}. \qquad (3)$$

Таким образом, скорость звука зависит от высоты. Чтобы найти искомое время, будем рассматривать движение звуковой волны как переменное. В таком движении скорость в любой момент времени равна $c = dh/dt$, откуда с учетом формулы (3)

$$dt=\frac{dh}{\sqrt{\gamma R(T_0+ah)/\mu}}.$$

Это дифференциальное уравнение, выражающее зависимость времени от высоты. При изменении времени от 0 до t высота изменяется от от 0 до h. Следовательно,

$$\int_0^t dt = \sqrt{\frac{\mu}{\gamma R}} \int_0^h \frac{dh}{\sqrt{T_0 + ah}},$$

откуда

$$t = \frac{2}{a}\sqrt{\frac{\mu}{\gamma R}}(\sqrt{T_0 + ah} - \sqrt{T_0}).$$

Подставим в формулу числовые значения величин, выраженные в единицах СИ: $h = 10{,}0 \cdot 10^3$ м, $T_0 = 289$ К, $a = -7{,}0 \cdot 10^{-3}$ К/м, $\mu = 0{,}029$ кг/моль, $R = 8{,}3$ Дж/(моль · К), $\gamma = 1{,}4$. Выполнив вычисление, получим

$$t = 30 \text{ с}.$$

20-6. Источник звука небольших размеров имеет мощность 1,00 Вт при частоте $\nu = 400$ Гц. Считая, что звук распространяется от источника одинаково во все стороны в воздухе, находящемся при нормальных условиях, и пренебрегая поглощением звука, определить амплитуду звукового давления, а также амплитуды скорости и смещения частиц воздуха на расстоянии $r = 100$ м от источника звука.

Решение. Амплитуда звукового давления Δp_0 (т. е. амплитуда колебаний давления воздуха в каждой точке, через которую проходит звуковая волна) связана соотношением (20.10) с интенсивностью звука I, которая в свою очередь связана с мощностью N источника:

$$I = N/4\pi r^2, \tag{1}$$

где r — расстояние от источника до точки, в которой определяется величина I. Формула (1) вытекает из определения интенсивности звука (см. стр. 229). При этом важно, что, согласно условию задачи, от источника звука распространяются *сферические* волны. Поэтому в знаменателе формулы (1) стоит площадь поверхности сферы, сквозь которую проходит вся звуковая энергия, испускаемая источником.

Приравнивая правые части формул (20.10) и (1), имеем

$$\Delta p_0 = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{Nc\rho}{2\pi}}. \tag{2}$$

В общем случае величины c, ρ вычисляют по формулам (20.8) и (6.1). Так как по условию задачи воздух находится при нормальных условиях, то значения c и ρ возьмем из таблиц и по формуле (2) рассчитаем величину Δp_0.

Теперь, используя соотношение (20.9) и учитывая результат (2), получим амплитуду скорости частиц в звуковой волне:

$$v_0 = \frac{\Delta p_0}{c\rho} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{N}{2\pi c\rho}}. \qquad (3)$$

Принимая во внимание связь между величинами A, v_0 в гармоническом колебании, вытекающую из формулы (19.2): $v_0 = \omega A = 2\pi\nu A$, найдем амплитуду смещения частиц воздуха в звуковой волне A:

$$A = \frac{v_0}{2\pi\nu} = \frac{1}{2\pi\nu r}\sqrt{\frac{N}{2\pi c\rho}}. \qquad (4)$$

Подставим в формулы (2) — (4) числовые значения величин: $N = 1{,}00$ Вт, $\nu = 400$ Гц, $r = 100$ м, $c = 332$ м/с, $\rho = 1{,}29$ кг/м^3. Выполнив вычисление, получим:

$$\Delta p_0 = 8{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{Па} \qquad v_0 = 1{,}9 \cdot 10^{-4}\ \text{м/с}; \qquad A = 7{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{м}.$$

20-7. На расстоянии $r_1 = 10$ м от источника сферических звуковых волн частоты 1000 Гц уровень громкости $L_{N1} = 40$ фон Найти наибольшее расстояние r_2, на котором звук еще слышен

Решение. Прежде всего заметим, что в задаче дан звук стандартной частоты $\nu = 1000$ Гц. Поэтому формулу (20.12) для уровня громкости звука можно записать так.

$$L_N = 10 \lg (I/I_0), \qquad (1)$$

где I — интенсивность данного звука. Таким образом, в нашей задаче уровень громкости звука L_N совпадает с уровнем его интенсивности L, выражаемым формулой (20.11).

Так как каждому из двух расстояний r_1, r_2 соответствуют некоторая интенсивность звука I и, следовательно, определенный уровень громкости L_N, то запишем:

$$L_{N1} = 10 \lg (I_1/I_0), \qquad (2)$$

$$L_{N2} = 10 \lg (I_2/I_0). \qquad (3)$$

По прежнему считая, что звук распространяется одинаково во все стороны, воспользуемся формулой (1) предыдущей задачи. Из этой формулы следует, что интенсивность звука I обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника. Поэтому

$$I_2/I_1 = r_1^2/r_2^2. \qquad (4)$$

Выразив из системы (2), (3) отношение I_2/I_1 и подставив его в формулу (4), получим

$$10^{0.1(L_{N2} - L_{N1})} = \frac{r_1^2}{r_2^2}. \qquad (5)$$

Так как расстояние r_2 по условию задачи соответствует порогу слышимости, надо в формуле (3) считать $I_2 = I_0$. Следовательно, $L_{N2} = 0$. Тогда из (5) найдем ответ:

$$r_2 = r_1 \cdot 10^{0{,}05 L_{N1}} = 10 \cdot 10^2\ \text{м} = 1{,}0\ \text{км}.$$

Замечание. Если в задаче будет идти речь о звуке, частота которого существенно отличается от $\nu = 1000$ Гц, приведенное решение окажется неверным. Действительно, тогда для уровня громкости L_N вместо (1) надо будет записать соотношение (20.12):

$$L_N = 10 \lg (I_N/I_0)$$

и во всех формулах данной задачи величины I_1, I_2 заменить соответственно величинами I_{N1}, I_{N2}. Но теперь в отличие от равенства (4) будет

$$I_{N2}/I_{N1} \neq r_1^2/r_2^2,$$

поскольку величина I_N является также функцией частоты звука (так как ухо человека неодинаково чувствительно к звукам разных частот).

Правильный путь решения задачи для случая любой звуковой частоты связан с использованием соотношения (4) и графика, на котором представлено семейство кривых равного уровня громкости. Пусть, например, частота звука равна 100 Гц. Тогда по графику уровней громкости, зная частоту и уровень громкости ($L_{N1} = 40$ фон), определим интенсивность звука $I_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ Вт/м^2. Затем по тому же графику, рассмотрев кривую, соответствующую порогу слышимости, найдем, что при частоте 100 Гц интенсивность звука $I_2 = 8 \cdot 10^{-9}$ Вт/м^2. Подставив эти значения I_1, I_2 в формулу (4) и произведя вычисление, получим

$$r_2 = 0{,}25 \text{ км}.$$

§ 21. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Основные формулы

При свободных колебаниях в контуре, содержащем конденсатор емкостью C, катушку индуктивностью L и резистор с омическим сопротивлением R, соединенных последовательно, заряд на обкладках конденсатора изменяется во времени по закону

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin (\omega t + \varphi_0), \tag{21.1}$$

где $q_0 e^{-\beta t}$ — амплитуда затухающих колебаний; β — коэффициент затухания; ω — циклическая частота; q_0, φ_0 — начальные амплитуда и фаза (определяются из начальных условий). Величины β, ω выражаются через параметры контура R, L, C формулами:

$$\beta = R/2L, \tag{21.2}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{1/LC - R^2/4L^2}; \tag{21.3}$$

здесь

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC} \tag{21.4}$$

— циклическая частота свободных незатухающих колебаний, которые устанавливаются в контуре при условии $R \to 0$.

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda = \ln (a_1/a_2) = \beta T, \tag{21.5}$$