телескопом световой поток, входящий через зрачок в глаз, возрастает в $\Gamma^2$ раз. Значит, теперь по формуле (2) имеем

$$\frac{E}{E_0} = \Gamma^2 \cdot \frac{1}{\Gamma^2} = 1.$$

Отсюда следует, что при условии $\Gamma < D/d_0$ вооружение глаза телескопом не приводит к изменению освещенности изображения на сетчатке.

Замечание. Полученные в обоих случаях результаты оказываются неверными при наблюдении в телескоп звезды. Угловые размеры звезды меньше предела разрешения телескопа, определяемого явлением дифракции света (см. задачу № 24-5). Это значит, что глаз, вооруженный телескопом, по-прежнему видит звезду *светящейся точкой*. В этом случае величины $S$, $S_0$, входящие в формулу (2) и представляющие собой площади дифракционных изображений звезды, приблизительно равны друг другу, а так как $\Phi \gg \Phi_0$, то $E \gg E_0$. Таким образом, телескоп всегда значительно увеличивает освещенность изображения звезды на сетчатке глаза.

## § 23. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### Основные формулы

Оптическая длина пути, проходимого световым лучом в однородной среде с показателем преломления $n$, равна

$$L = ns, \tag{23.1}$$

где $s$ — геометрическая длина пути луча.

Оптическая разность хода двух световых лучей

$$\Delta = L_2 - L_1 \tag{23.2}$$

Результат интерференции света от двух когерентных источников при совпадении начальных фаз световых колебаний зависит от величины

$$\Delta = \pm m\,(\lambda_0/2) \tag{23.3}$$

где $\lambda_0$ — длина световой волны в вакууме, $m$ — целое число. Четному $m$ ($m = 2k$, где $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$) соответствует максимальное значение интенсивности света (интерференционный максимум), нечетному $m$ ($m = 2k + 1$) — минимальное (интерференционный минимум).

Расстояние между интерференционными полосами на экране, полученными от двух когерентных источников света,

$$x = l\lambda/d, \tag{23.4}$$

где $l$ — расстояние от экрана до источников, $d$ — расстояние между источниками ($d \ll l$)

Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пластинки, по обе стороны которой находятся одинаковые среды, равна

$$\Delta = 2hn\cos r - \lambda_0/2, \tag{23.5}$$

где $h$ — толщина пластинки, $n$ — показатель преломления (абсолютный) вещества пластинки, $r$ — угол преломления, $\lambda_0$ — длина световой волны в вакууме.

Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете определяются формулой

$$\rho_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k=0, 1, 2, 3, \ldots), \tag{23.6}$$

а радиусы светлых — формулой

$$\rho_k = \sqrt{(2k-1)\,R\lambda/2} \quad (k=1, 2, 3, \ldots). \tag{23.7}$$

Здесь $R$ — радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной пластинкой, $\lambda$ — длина световой волны в среде между линзой и пластинкой, $k$ — порядковый номер кольца ($k = 0$ соответствует центральному темному пятну).

## Методические указания

1. Интерференция возможна лишь в случае когерентных волн. Так как два любых независимых источника света не являются когерентными, то интереференция света возникает лишь в тех случаях, когда световая волна, испускаемая *одним* источником, разделяется некоторой оптической системой на две части. Соответствующие две волны, пройдя различные пути, встречаются на экране (или на сетчатке глаза), создавая интерференционную картину. Последнюю нередко удается объяснить, заменив данную оптическую систему другой, эквивалентной, считая при этом, что имеется не один, а *два когерентных* источника.

Задачи на интерференцию света делятся в основном на две группы: задачи, связанные с интерференцией волн от двух когерентных источников, и задачи на интерференцию в тонких пластинках (пленках). К задачам первой группы относятся случаи интерференции, полученной с помощью зеркал Френеля, зеркала Ллойда, бипризмы Френеля, а также в опыте Юнга. Для расчета интерференционной картины используют формулы (23.3), (23.4), предварительно определив (если это необходимо) положение двух когерентных источников (см. задачи №23-1, 23-2). Вторую группу составляют задачи на интерференцию как в плоскопараллельных, так и в клинообразных тонких слоях, а также задачи на кольца Ньютона. В этих случаях соотношение (23.5) позволяет вычислить оптическую разность хода $\Delta$ двух интерферирующих лучей, отраженных от обеих поверхностей слоя. Затем по условию (23.3) определяют результат интерференции.

2. Решая задачи, связанные с интерференцией света в тонких пластинках (пленках), обратите внимание на то, что формула (23.5) для оптической разности хода двух лучей, отраженных от передней и задней поверхностей пластинки, выведена для случая, когда пластинка окружена *одинаковыми* средами. При этом один из двух лучей отражается от границы с оптически менее плотной средой, другой — от границы с оптически более плотной средой. В последнем случае фаза светового колебания при отражении скачкообразно изменяется на противоположную. Очевидно, такое явление можно трактовать и как уменьшение, и как увеличение фазы на $\pi$. Это изменение фазы соответствует изменению оптической разности хода лучей $\Delta$ на $\pm\lambda_0/2$.

Действительно, если в формуле (20.3) положить $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm \pi$, то для разности хода лучей получим

$$\Delta = y_2 - y_1 = \pm \lambda/2.$$

Отсюда ясно, что в формуле (23.5) член $\lambda_0/2$, выражающий «потерю» полуволны при отражении, можно записывать с любым знаком, т. е. величину $\Delta$ можно выразить и так:

$$\Delta = 2\,hn \cos r + \lambda_0/2.$$

Если тонкая пластинка окружена *различными* средами, то в зависимости от соотношения между показателями преломления сред $n_1$, $n_2$ и пластинки $n$ возможны следующие случаи: а) $n > n_1$, $n > n_2$, при этом только луч *1*, отраженный от границы с оптически более плотной средой, «теряет» полуволну (рис. 23-1); б) $n < n_1$, $n < n_2$ — «теряет» полуволну только луч *2*; в) $n_1 < n < n_2$ — оба луча «теряют» полуволну; г) $n_1 > n > n_2$ — ни один луч не «теряет» полуволны. Очевидно, для первых двух случаев соотношение (23.5) остается в силе. Так как «потеря» полуволны *обоими* лучами не скажется на их разности хода, то в последних двух случаях в формуле (23.5) величину $\lambda_0/2$ надо отбросить. Тогда получим

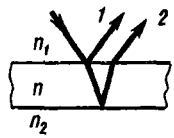

Рис. 23-1

$$\Delta = 2\,hn \cos r.$$

При интерференции света, известной под названием *колец Ньютона*, роль тонкой пленки играет прослойка (обычно воздушная) между пластинкой и выпуклой поверхностью прижатой к ней линзы. Формулы (23.6), (23.7) для радиусов колец выведены в предположении, что эта прослойка окружена *одинаковыми* средами, т. е. пластинка и линза должны иметь одинаковые показатели преломления. В этом отношении дело обстоит здесь так, как и с формулой (23.5). Поэтому, приняв на рис. (23-1) $n_1$, $n$, $n_2$ за показатели преломления линзы, прослойки и пластинки и повторив вышеприведенные рассуждения, полагая, что прослойка окружена *различными* средами ($n_1 \neq n_2$), придем к выводу, что формулы (23.6), (23.7) остаются верными в случаях а и б. Если выполняется условие в или г, то величина $\Delta$ будет отличаться от той, что была в случаях а и б, на $\lambda_0/2$. Это вызовет обращение интерференционной картины: светлые и темные кольца поменяются местами. Теперь формула (23.6) будет определять радиусы светлых колец, а (23.7) — темных.

3. В условиях задач обычно приводятся значения длин световых волн, настолько округленные, что ими с равным успехом можно пользоваться как в случае распространения света в воздухе, так и в вакууме, поскольку $\lambda_0 = 1{,}00029\,\lambda$.

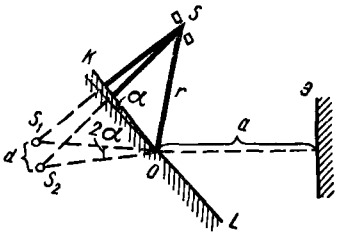


Рис 23 2

23-1. На зеркала Френеля, угол между которыми $\alpha = 10'$, падает монохроматический свет от узкой щели $S$, находящейся на расстоянии $r = 0{,}10$ м от линии их пересечения (рис. 23-2). Отраженный от зеркал свет дает интерференционную картину на экране $Э$, отстоящем на растоянии $a = 2{,}7$ м от линии их пересечения, причем расстояние между интерференционными полосами равно $x = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м. Определить длину волны $\lambda$ света.

Решение. После отражения от зеркал $OK$, $OL$ световые волны распространяются так, будто вышли из двух когерентных источников $S_1$, $S_2$, являющихся мнимыми изображениями щели $S$ (рис. 23-2). Пусть расстояние между источниками $S_1$, $S_2$ равно $d$, а расстояние от них до экрана $l$. Величины $l$, $d$, $x$, $\lambda$ связаны соотношением (23.4), откуда

$$\lambda = xd/l. \qquad (1)$$

Чтобы найти $d$ и $l$, учтем, что точки $S_1$ и $S_2$ симметричны точке $S$ относительно соответствующих зеркал. Поэтому $S_1O = S_2O = r$ и $\angle S_1OS_2 = 2\alpha$. Так как угол $\alpha$ весьма мал и экран обычно располагается параллельно отрезку $S_1S_2$, то можно записать:

$$d = 2\alpha r, \quad l = r + a.$$

Подставив эти значения $d, l$ в формулу (1), получим

$$\lambda = 2\alpha r x/(r + a).$$

После подстановки числовых значений величин (предварительно выразив угол $\alpha$ в радианах) найдем

$$\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0{,}6 \text{ мкм}.$$

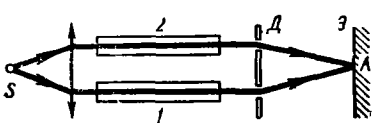


Рис 23 3

23-2 Для измерения показателей преломления прозрачных веществ используют интерферометр, схема которого дана на рис. 23-3. Здесь $S$ — узкая щель, освещаемая монохроматическим светом ($\lambda_0 = 0{,}589$ мкм), $1$ и $2$ — две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых $l = 10{,}0$ см; $Д$ — диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке $2$ заменили аммиаком, то ранее наблюдавшаяся на экране $Э$ интерференционная картина сместилась вверх на $N = 17$ полос. Определить показатель преломления $n'$ аммиака, если для воздуха $n = 1{,}00029$.

**Решение.** Согласно принципу Гюйгенса, две щели в освещаемой диафрагме можно рассматривать как вторичные источники световых волн. Так как при этом на диафрагму падает свет от *одного* источника $S$, то обе щели являются *когерентными* источниками и на экране возникает интерференционная картина. Результат интерференции света в какой-либо точке $A$ экрана определяется из соотношения (23.3), где $\Delta = L_2 - L_1$ — оптическая разность хода лучей $S1A$, $S2A$. Так, для светлых интерференционных полос имеем

$$\Delta = \pm 2k(\lambda_0/2) = \pm k\lambda_0, \qquad (1)$$

где $k$ — номер данной полосы (отсчет ведется от центральной полосы, для которой $k = 0$).

Замена воздуха аммиаком в трубке 2 вызвала, согласно формуле (23.1), изменение оптической длины пути $L_2$ светового луча $S2A$ на величину

$$\delta = n'l - nl. \qquad (2)$$

На столько же изменилась величина $\Delta = L_2 - L_1$. При этом согласно формуле (23.3) изменилось условие интерференции света в точке $A$.

В процессе замены воздуха аммиаком, когда величина $\Delta$ непрерывно изменялась, в точке $A$ экрана постепенно сменяли друг друга светлые и темные интерференционные полосы — интерференционная картина перемещалась по экрану. Ее смещению на одну полосу соответствует в формуле (1) изменение числа $k$ на единицу и, следовательно, изменение $\Delta$ на величину $\pm\lambda_0$. Значит, при смещении интерференционной картины на $N$ полос оптическая разность хода $\Delta$ изменилась на величину $\pm N\lambda_0$. Но это изменение выражается формулой (2), поэтому

$$n'l - nl = \pm N\lambda_0. \qquad (3)$$

Знак в правой части (3) определяется направлением смещения интерференционной картины на экране. Действительно, рассмотрим центральную интерференционную полосу ($k = 0$). Когда в обеих трубках был воздух, она располагалась на экране на равных расстояниях от щелей в диафрагме. Перемещение полосы вверх в процессе замены воздуха в трубке 2 аммиаком свидетельствует, как это видно из чертежа, об увеличении оптической длины пути $L_1$ луча $S1A$. Но для центральной интерференционной полосы, как бы она ни перемещалась по экрану, всегда $\Delta = L_2 - L_1 = \pm k\lambda = 0$. Следовательно, оптическая длина пути $L_2$ луча $S2A$ также увеличилась. Очевидно, это могло произойти только вследствие неравенства $n' > n$. Таким образом, отбросив знак «—» в правой части (3), получим

$$n' = n + N\lambda_0/l = 1{,}00039.$$

**23-3.** Для уменьшения потерь света при отражении от стекла на поверхность объектива ($n_2 = 1{,}7$) нанесена тонкая прозрачная пленка ($n = 1{,}3$). При какой наименьшей толщине ее произойдет максимальное ослабление отраженного света, длина волны которого приходится на среднюю часть видимого спектра ($\lambda_0 = 0{,}56$ мкм)? Считать, что лучи падают нормально к поверхности объектива.

**Решение.** Свет, падая на объектив, отражается как от передней, так и от задней поверхностей тонкой пленки. Ход лучей для случая их наклонного падения изображен на рис. 23-1. Отраженные лучи *1*, *2* интерферируют. Условие минимума интенсивности света при интерференции выражается формулой (23.3), где $m$ — нечетное число, т. е

$$\Delta = \pm (2k + 1)\lambda_0/2 \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots). \qquad (1)$$

Оптическая разность хода лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пленки, окруженной одинаковыми средами, определяется формулой (23.5). В данном случае пленка окружена различными средами — воздухом ($n_1 = 1{,}00$) и стеклом ($n_2 = 1{,}7$). Из неравенства $n_1 < n < n_2$ следует, что оба луча *1*, *2*, отражаясь от границы с оптически более плотной средой, «теряют» полуволну. Так как это не влияет на их разность хода, то в (23.5) следует отбросить член $\lambda_0/2$. Кроме того, полагая $r = 0$, получим

$$\Delta = 2hn. \qquad (2)$$

Из равенств (1), (2) находим толщину пленки:

$$h = \pm (2k + 1)\lambda_0/4n.$$

Учитывая, что $h$ — существенно положительная величина и что значению $h_{мин}$ соответствует $k = 0$, получим

$$h_{мин} = \lambda_0/4n = 0{,}11 \text{ мкм}.$$

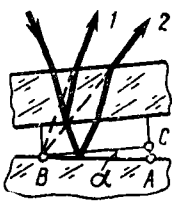

Рис 23 4

**23-4.** Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками заключен очень тонкий воздушный клин. На пластинки нормально падает монохроматический свет ($\lambda_0 = 0{,}50$ мкм). Определить угол $\alpha$ между пластинками, если в отраженном свете на протяжении $l = 1{,}00$ см наблюдается $N = 20$ интерференционных полос.

**Решение.** В данном случае интерферируют лучи *1* и *2*, отраженные от двух поверхностей тонкого воздушного клина (на рис. 23-4, чтобы лучше различить эти лучи, угол падения луча на верхнюю пластинку взят отличным от нуля). Наблюдаемые на поверхности клина интерференционные полосы будут полосами *равной толщины*, представляя собой геометрическое место точек, соответствующих одина-

ковой толщине клина. Очевидно, эти полосы располагаются параллельно ребру клина и перпендикулярно плоскости чертежа.

Пусть точки $A$, $B$ соответствуют двум соседним интерференционным полосам Проведя прямую $BC$, параллельную верхней пластинке, и учитывая, что искомый угол весьма мал, имеем

$$\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{(h_A - h_B)N}{l}, \qquad (1)$$

где $h_A$, $h_B$ — толщины воздушного клина в точках $A$, $B$. Предположим для определенности, что $AB$ — расстояние между *темными* интерференционными полосами Тогда обе величины $h_A$, $h_B$ найдем, приравняв правые части формул (23 3), (23.5) и взяв $m = 2k + 1$. Так как $r = 0$, $n = 1{,}00$ (воздух) и $h > 0$, то

$$h = (k + 1)\lambda_0/2. \qquad (2)$$

Поскольку величины $h_A$, $h_B$ относятся к *соседним* полосам, то в формуле (2) числа $k$, соответствующие величинам $h_A$, $h_B$, должны отличаться на единицу Следовательно,

$$h_A - h_B = \frac{(k_A+1)\lambda_0}{2} - \frac{(k_B+1)\lambda_0}{2} = (k_A - k_B)\frac{\lambda_0}{2} = \frac{\lambda_0}{2}. \qquad (3)$$

Легко убедиться, что к такому же результату придем, предположив, что $AB$ есть расстояние между соседними *светлыми* полосами.

Теперь из формулы (1) с учетом результата (3) найдем

$$\alpha = \lambda_0 N/2l$$

Подставив числовые значения величин: $\lambda_0 = 0{,}50 \cdot 10^{-6}$ м, $l = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ м, $N = 20$ — и выполнив вычисление, получим

$$\alpha = 5{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 1'40''.$$

**23-5.** Сферическая поверхность плосковыпуклой линзы ($n_1 = 1{,}52$) соприкасается со стеклянной пластинкой ($n_2 = 1{,}70$) Пространство между линзой, радиус кривизны которой $R = 1{,}00$ м, и пластинкой заполнено жидкостью Наблюдая кольца Ньютона в отраженном свете ($\lambda_0 = 0{,}589$ мкм), измерили радиус $\rho$ десятого темного кольца. Определить показатель преломления жидкости $n_ж$ в двух случаях: 1) $\rho = 2{,}05$ мм, 2) $\rho = 1{,}90$ мм

**Решение.** Искомый показатель преломления $n_ж$ не входит в явном виде в формулы (23 6), (23.7) для колец Ньютона. Однако его легко ввести в эти формулы, если воспользоваться соотношением между длиной волны $\lambda$, скоростью света $c$ и частотой колебаний $\nu$, а также зависимостью скорости $c$ от показателя преломления среды:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{n_ж \nu} = \frac{\lambda_0}{n_ж}, \qquad (1)$$

где $c_0$ — скорость света в вакууме.

Прежде чем подставить значение $\lambda$ из (1) в формулу (23.6) для темных колец, обратим внимание на то, что эта формула выведена для случая, когда показатели преломления линзы и пластинки одинаковы. В данной задаче это условие не соблюдено. Так как, кроме того, неизвестен показатель преломления жидкости, мы не можем сейчас решить вопрос о том, какая из формул (23.6), (23.7) относится к *темным* кольцам (см. методические указания, стр. 267).

Предположим, что показатель преломления жидкости $n_ж$ удовлетворяет одному из двух неравенств:

$$n_ж < n_1 < n_2; \; n_1 < n_2 < n_ж. \qquad (2)$$

Тогда для темных колец будет верна формула (23.6). Отсюда, учитывая соотношение (1), получим

$$n_ж = kR\lambda_0/\rho_k^2. \qquad (3)$$

Выполнив вычисление, найдем:

$$1)\; n_{ж1} = 1{,}41; \; 2)\; n_{ж2} = 1{,}63.$$

Теперь сделаем единственно возможное другое предположение относительно величины $n_ж$: пусть*

$$n_1 < n_ж < n_2. \qquad (4)$$

В этом случае для темных колец верна формула (23.7). Вместе с соотношением (1) она дает

$$n_ж = \frac{(2k-1)\,R\lambda_0}{2\rho_k^2}. \qquad (5)$$

Выполнив вычисление по формуле (5), получим:

$$1)\; n_{ж1} = 1{,}34, \quad 1)\; n_{ж2} = 1{,}55$$

Сравнив результаты вычислений по формулам (3), (5) для обоих случаев (очевидно, соответствующих двум разным жидкостям), видим, что в первом случае ($n_{ж1} = 1{,}41$, $n_{ж1} = 1{,}34$) значения показателя преломления жидкости удовлетворяют одному из неравенств (2), но не удовлетворяют неравенству (4). Следовательно, из двух формул (3), (5) правильный ответ дает формула (3), т. е. для первой жидкости $n_{ж1} = 1{,}41$. Во втором случае ($n_{ж2} = 1{,}63$; $n_{ж2} = 1{,}55$) выполняется только неравенство (4). Следовательно, теперь правильный ответ дает формула (5), т. е. для второй жидкости $n_{ж2} = 1{,}55$.

## § 24. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### Основные формулы

Радиусы зон Френеля для сферической поверхности световой волны, испускаемой точечным изотропным источником $S$, вычисляются по формуле

$$\rho_k = \sqrt{\frac{Rr_0}{R+r_0}\,k\lambda}. \qquad (24.1)$$

* Нельзя предположить, что $n = n_1$ или $n = n_2$, так как в этих случаях свет отражаться лишь от одной поверхности слоя жидкости и колец Ньютона не будет.