Прежде чем подставить значение λ из (1) в формулу (23.6) для темных колец, обратим внимание на то, что эта формула выведена для случая, когда показатели преломления линзы и пластинки одинаковы. В данной задаче это условие не соблюдено. Так как, кроме того, неизвестен показатель преломления жидкости, мы не можем сейчас решить вопрос о том, какая из формул (23.6), (23.7) относится к *темным* кольцам (см. методические указания, стр. 267).

Предположим, что показатель преломления жидкости $n_ж$ удовлетворяет одному из двух неравенств:

$$n_ж < n_1 < n_2; \; n_1 < n_2 < n_ж. \qquad (2)$$

Тогда для темных колец будет верна формула (23.6). Отсюда, учитывая соотношение (1), получим

$$n_ж = kR\lambda_0/\rho_k^2. \qquad (3)$$

Выполнив вычисление, найдем:

$$1)\; n_{ж1} = 1{,}41; \; 2)\; n_{ж2} = 1{,}63.$$

Теперь сделаем единственно возможное другое предположение относительно величины $n_ж$: пусть*

$$n_1 < n_ж < n_2. \qquad (4)$$

В этом случае для темных колец верна формула (23.7). Вместе с соотношением (1) она дает

$$n_ж = \frac{(2k-1)\,R\lambda_0}{2\rho_k^2}. \qquad (5)$$

Выполнив вычисление по формуле (5), получим:

$$1)\; n_{ж1} = 1{,}34, \quad 1)\; n_{ж2} = 1{,}55$$

Сравнив результаты вычислений по формулам (3), (5) для обоих случаев (очевидно, соответствующих двум разным жидкостям), видим, что в первом случае ($n_{ж1} = 1{,}41$, $n_{ж1} = 1{,}34$) значения показателя преломления жидкости удовлетворяют одному из неравенств (2), но не удовлетворяют неравенству (4). Следовательно, из двух формул (3), (5) правильный ответ дает формула (3), т. е. для первой жидкости $n_{ж1} = 1{,}41$. Во втором случае ($n_{ж2} = 1{,}63$; $n_{ж2} = 1{,}55$) выполняется только неравенство (4). Следовательно, теперь правильный ответ дает формула (5), т. е. для второй жидкости $n_{ж2} = 1{,}55$.

§ 24. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

Радиусы зон Френеля для сферической поверхности световой волны, испускаемой точечным изотропным источником S, вычисляются по формуле

$$\rho_k = \sqrt{\frac{Rr_0}{R+r_0}\,k\lambda}. \qquad (24.1)$$

* Нельзя предположить, что $n = n_1$ или $n = n_2$, так как в этих случаях свет отражаться лишь от одной поверхности слоя жидкости и колец Ньютона не будет.

Здесь ρ_k — радиус внешней границы k-й зоны ($k = 1, 2, 3, \ldots$), R — радиус волновой поверхности, r_0 — расстояние от вершины волновой поверхности до точки P, для которой построены зоны Френеля (рис 24-1)

В случае дифракции в параллельных лучах от одной щели положение минимумов освещенности на экране определяется углом φ, отсчитанным от нормали к плоскости щели и удовлетворяющим условию

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \ldots), \tag{24 2}$$

где a — ширина щели, λ — длина световой волны, k — порядок минимума.

При нормальном падении света на дифракционную решетку положение главных максимумов определяется углами φ отсчитанными от нормали к плоскости решетки и выражаемыми формулой

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots), \tag{24 3}$$

где d — постоянная (период) решетки, равная расстоянию между серединами двух соседних щелей, k — порядок максимума

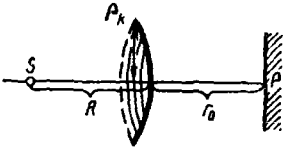

Рис. 24-1

Разрешающая сила спектрального прибора

$$R = \lambda/\delta\lambda, \tag{24 4}$$

где $\delta\lambda$ — наименьшая разность длин волн ($\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = \lambda + \delta\lambda$) двух близких спектральных линий, при которых они еще разрешаются прибором (т. е. могут восприниматься раздельно)

Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = kN, \tag{24 5}$$

где k — порядок спектра, N — число щелей решетки.

Разрешающей силой A объектива оптического прибора называется величина, обратная наименьшему угловому расстоянию $\delta\varphi$ между двумя точками, при котором они еще разрешаются прибором (т е. их дифракционные изображения, созданные объективом, могут восприниматься раздельно) Разрешающая сила объектива телескопа определяется его диаметром D и длиной волны λ света, падающего на прибор, по формуле

$$A = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1{,}22\lambda}. \tag{24 6}$$

Методические указания

1. В явлении дифракции световые волны огибают оптические неоднородности, встречающиеся на пути их распространения. Падая на экран, волны дают распределение освещенности на нем, отличное от того, которое должно быть согласно законам геометрической оптики.

Решить дифракционную задачу — значит найти относительное распределение освещенности на экране в зависимости от размеров и формы неоднородностей, вызывающих дифракцию. Решение этой задачи в общем случае является весьма сложным. В курсе общей физики рассматривают лишь случаи, в которых соображения симметрии упрощают расчет, например дифракцию от круглого отверстия, от узкой щели, а также дифракционную решетку.

2. В случае дифракции в параллельных лучах от одной щели для *максимумов* освещенности на экране не существует столь про-

стого соотношения, как формула (24 2), определяющая положение дифракционных минимумов Иногда пишут формулу

$$a \sin \varphi' = \pm (2k + 1)(\lambda/2) \quad (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

где φ' — угол, соответствующий дифракционному максимуму k-го порядка. Однако эта формула неточная она дает завышенные значения для угла φ'. При $k = 1$ ошибка для $\sin \varphi'$ составляет около 5%, при увеличении k ошибка убывает.

3. При использовании в задачах формулы (24.6), определяющей разрешающую силу объектива телескопа, следует иметь в виду, что $\delta\varphi$ — угловое расстояние между двумя точками, при котором их дифракционные изображения в фокальной плоскости объектива располагаются так, что еще *могут быть* восприняты раздельно.

Однако, для того чтобы они *фактически* воспринимались раздельно, необходимы дополнительные условия. Так, при визуальном наблюдении в телескоп требуется достаточное увеличение прибора, чтобы полученные два дифракционных изображения были разрешены также глазом (см задачу № 24-5). При фотографировании объектов необходимо, чтобы размер зерен эмульсии фотопленки был существенно меньше расстояния между центрами дифракционных изображений Последнее условие должно выполняться и при фотографировании удаленных объектов *фотоаппаратом*, разрешающая сила объектива которого в этом случае также определяется формулой (24.6).

Решение задач

24-1. Между точечным источником света ($\lambda = 0{,}50$ мкм) и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием радиуса $r = 1{,}0$ мм Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно $R = 1{,}00$ м и $r_0 = 2{,}00$ м. Как изменится освещенность экрана в точке P, лежащей против центра отверстия, если диафрагму убрать?

Решение. В результате дифракции света на краях отверстия диафрагмы и интерференции вторичных волн на экране возникнет дифракционная картина — чередующиеся светлые и темные кольца. При этом в точке P, являющейся центром картины, будет светлое или темное пятно в зависимости от *числа зон* Френеля, укладывающихся в поверхности волнового фронта, ограниченной краями отверстия Четному числу зон соответствует темное пятно, нечетному — светлое. Найдем это число. Полагая в формуле (24.1) величину ρ_k равной радиусу r отверстия в диафрагме, получим

$$k = \frac{r^2 (R + r_0)}{R r_0 \lambda} = 3{,}0.$$

Таким образом, в точке P будет светлое пятно. Чтобы ответить на вопрос задачи, заметим следующее. В силу соотношений $r \ll R$, $r \ll r_0$ световые колебания, приходящие в точку P от каждой из трех

зон Френеля, имеют приблизительно одинаковые амплитуды. При этом колебания, приходящие от любых двух соседних зон, будучи противоположными по фазе, гасят друг друга и весь эффект сводится к действию одной зоны, например первой. Известно также, что действие всей волны (когда диафрагмы нет) равно половине действия первой зоны Френеля. Следовательно, удаление диафрагмы приведет к уменьшению амплитуды световых колебаний в точке P в два раза. Так как освещенность пропорциональна квадрату амплитуды световых колебаний, то она уменьшится в четыре раза.

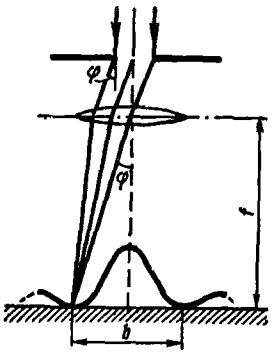

Рис. 24-2

24-2. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Расположенная за щелью линза с фокусным расстоянием $f = 2{,}00$ м проектирует на экран дифракционную картину в виде чередующихся светлых и темных полос. Ширина центральной светлой полосы $b = 5{,}0$ см. Как надо изменить ширину щели, чтобы центральная полоса занимала весь экран при любой ширине последнего?

Решение. Изображенная на рис. 24-2 кривая показывает распределение интенсивности света на экране. Центральная светлая полоса заключена между двумя минимумами первого порядка. Ее ширина b зависит от угла дифракции φ, соответствующего первому минимуму. В свою очередь угол φ связан с шириной щели a формулой (24.2), где $k = 1$. Так как при изменении ширины щели от a_1 до a_2 величины λ, k остаются постоянными, то из (24.2) следует:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}, \qquad (1)$$

где φ_1, φ_2 — углы первых дифракционных минимумов, соответствующих размерам щели a_1, a_2.

Из условия видно, что угол φ_1 весьма мал. Поэтому $\sin\varphi_1 \approx \operatorname{tg}\varphi_1 = b/2f$. С другой стороны, чтобы центральная полоса занимала весь экран при любой ширине последнего, должно выполняться соотношение $\varphi_2 = \pi/2$, $\sin\varphi_2 = 1$. Подставив найденные значения $\sin\varphi_1$, $\sin\varphi_2$ в (1), получим

$$a_2 = \frac{b}{2f}\, a_1 = \frac{a_1}{40}.$$

Таким образом, ширину щели следует уменьшить в 40 раз.

24-3. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 2{,}20$ мкм, если угол между максимумами первого и второго порядков спектра $\Delta\varphi = 15°$.

Решение. Пусть φ_1, φ_2 — углы дифракции, соответствующие максимумам первого ($k = 1$) и второго ($k = 2$) порядков. По условию,

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi. \tag{1}$$

Из формулы дифракционной решетки (24.3) следует:

$$d \sin \varphi_1 = \lambda, \tag{2}$$

$$d \sin \varphi_2 = 2\lambda. \tag{3}$$

Система уравнений (1), (2), (3) содержит три неизвестных: φ_1 φ_2, λ. Разделив почленно (2), (3), получим $\sin \varphi_2 = 2 \sin \varphi_1$, или, учитывая (1),

$$\sin (\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2 \sin \varphi_1.$$

Решив это тригонометрическое уравнение относительно $\sin \varphi_1$, найдем

$$\sin \varphi_1 = \frac{\sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}. \tag{4}$$

Теперь из (2) с учетом (4) определим искомую величину:

$$\lambda = \frac{d \sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}. \tag{5}$$

Подставив в (5) числовые значения величин ($\sin\Delta\varphi = 0{,}259$, $\cos \Delta\varphi = 0{,}966$), получим

$$\lambda = 0{,}54 \text{ мкм}.$$

24-4. При каком минимальном числе штрихов дифракционной решетки с периодом $d = 2{,}9$ мкм можно разрешить компоненты дублета желтой линии натрия ($\lambda_1 = 5890$Å и $\lambda_2 = 5896$Å)?

Решение. Число штрихов N решетки связано с ее разрешающей силой R и порядком спектра k соотношением (24.5), откуда следует: $N = R/k$. Минимальному значению $N_{мин}$ соответствует минимальное значение $R_{мин}$ и максимальное число k, т. е.

$$N_{мин} = R_{мин}/k_{макс}. \tag{1}$$

Минимальная разрешающая сила решетки $R_{мин}$, необходимая для разрешения дублета (двух составляющих) желтой линии натрия, выражается через величины λ_1, λ_2 по формуле (24.4):

$$R_{мин} = \lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1). \tag{2}$$

Число $k_{макс}$ найдем из формулы дифракционной решетки (24.3), если положим в ней $\sin \varphi = 1$ и $\lambda = \lambda_2$ (последнее соотношение гарантирует, что обе компоненты дублета с порядковым номером $k_{макс}$

будут видны). Учитывая при этом, что k — целое число, и введя функцию $E(x)$ = целую часть числа x*, получим

$$k_{\text{макс}} = E\left(\frac{d}{\lambda_2}\right) = E\left(\frac{2{,}9\cdot 10^4\ \text{Å}}{5896\text{Å}}\right) = E(4{,}9) = 4. \qquad (3)$$

Подставив значения $R_{\text{мин}}$ и $k_{\text{макс}}$ из (2), (3) в соотношение (1), найдем

$$N_{\text{мин}} = \frac{\lambda_1}{4(\lambda_1 - \lambda_2)} = \frac{5890}{4\cdot 6} = 2{,}5\cdot 10^2.$$

24-5. При каком увеличении Г телескопа разрешающая сила его объектива диаметром D будет полностью использована, если диаметр зрачка d_0. Рассмотреть два случая, указанных в условии задачи № 22-14.

Решение. Дифракционные явления, происходящие как в телескопе, так и в глазу, ограничивают их разрешающую способность. Из (24.6) для разрешающей силы объектива телескопа имеем

$$\delta\varphi_{\text{об}} = 1{,}22\,\lambda/D. \qquad (1)$$

Формулу (24.6) можно также применить и для разрешающей силы глаза, заменив диаметр объектива диаметром зрачка d_0:

$$\delta\varphi_{\text{гл}} = 1{,}22\,\lambda/d_0, \qquad (2)$$

где $\delta\varphi_{\text{гл}}$ — наименьшее угловое расстояние между двумя точками объекта (или его действительного изображения), которое может разрешить глаз.

Так как $d_0 < D$, то $\delta\varphi_{\text{гл}} > \delta\varphi_{\text{об}}$. Для полного использования разрешающей силы объектива при визуальном наблюдении необходимо, чтобы угол $\delta\varphi_{\text{об}}$, увеличенный оптической системой телескопа в Г раз, оказался не меньше угла $\delta\varphi_{\text{гл}}$, т. е.

$$\delta\varphi_{\text{об}}\cdot\Gamma \geqslant \delta\varphi_{\text{гл}}; \qquad (3)$$

в противном случае изображения двух точек объекта, разрешенных объективом, не будут разрешены глазом, т. е. сольются на сетчатке в одно дифракционное изображение. Из формулы (3) с учетом (1), (2) находим

$$\Gamma \geqslant D/d_0. \qquad (4)$$

Условие (4) дает ответ на вопрос задачи: при $\Gamma \geqslant D/d_0$ разрешающая сила объектива используется полностью, при $\Gamma < D/d_0$ — частично.

Замечание. Сравнив результаты, полученные в задачах № 22-14 и 24-5, можно сделать следующий вывод. При наблюдении в телескоп протяженных объектов увеличение, равное

$$\Gamma_0 = D/d_0,$$

* Например, $E(1) = 1$; $E(\pi) = 3$; $E(5{,}9) = 5$.

является оптимальным в отношении освещенности изображения и использования разрешающей силы объектива. Действительно, только при увеличении $\Gamma = \Gamma_0$ одновременно сохраняется освещенность и полностью используется разрешающая сила объектива.

§ 25. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

При отражении света от границы раздела двух диэлектриков имеют место соотношения (формулы Френеля):

$$I'_{\perp} = I_{\perp} \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}, \tag{25.1}$$

$$I'_{\parallel} = I_{\parallel} \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}, \tag{25.2}$$

где $I_{\perp}$, $I'_{\perp}$ — интенсивности падающего и отраженного света, у которого колебания светового вектора (т. е. вектора напряженности **E** электрического поля световой волны) перпендикулярны плоскости падения; $I_{\parallel}$, $I'_{\parallel}$ — интенсивности падающего и отраженного света, у которого колебания светового вектора параллельны плоскости падения, i — угол падения, r — угол преломления.

Закон Брюстера: луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован, если угол падения $i_Б$ удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} i_Б = n, \tag{25.3}$$

где n — относительный показатель преломления

Закон Малюса: интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла φ между их главными плоскостями, т. е.

$$I = I_0 \cos^2\varphi, \tag{25.4}$$

где I_0 — интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор

Степень поляризации света

$$P = (I_{макс} - I_{мин})/(I_{макс} + I_{мин}), \tag{25.5}$$

где $I_{макс}$ и $I_{мин}$ — максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче.

Методические указания

1. Задачи, в которых рассматривается поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков, решаются с помощью формул Френеля (25.1), (25.2). Их частным случаем является закон Брюстера (см. задачу № 25-1). Обратите внимание: в формуле (25.3), выражающей закон Брюстера, n — *относительный* показатель преломления двух диэлектриков, на границе которых происходит отражение света.

Для расчетов величин $I'_{\perp}$, $I'_{\parallel}$ по формулам (25.1), (25.2) необходимо знать углы падения i и преломления r. При падении света на границу двух сред со стороны оптически более плотной среды может случиться, что вычисления дадут для угла преломления $\sin r = (\sin i)/n > 1$. Так как угла r, удовлетворяющего этому неравен-