Полученный результат легко понять, если учесть два обстоятельства: 1) вследствие весьма большой величины $T_1$ число нераспавшихся ядер радия в течение промежутка $t_{макс}$ остается практически постоянным. Поэтому остается постоянной и активность радия; 2) максимальной активности радона соответствует состояние *радиоактивного равновесия*, которое установится между радием и радоном через промежуток $t_{макс}$. При этом число ежесекундно распадающихся ядер радия (из каждого ядра радия образуется одно ядро радона) равно числу распадающихся атомов радона, а это и означает равенство активностей этих элементов.

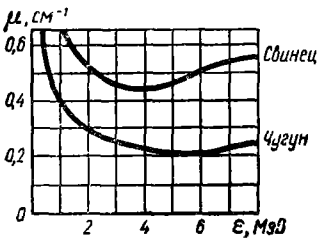

Рис 30-1

30-5. Интенсивность узкого пучка монохроматических $\gamma$-лучей после прохождения через слой свинца толщиной $x = 2{,}00$ см уменьшается в 2,9 раза, а после прохождения через слой чугуна такой же толщины — в 1,6 раза. Используя зависимость линейного коэффициента ослабления $\mu$ $\gamma$-лучей от энергии $\varepsilon$ $\gamma$-квантов (рис. 30-1), определить энергию $\gamma$-квантов в данном пучке.

**Решение.** Чтобы воспользоваться данным графиком, необходимо сначала найти коэффициент ослабления $\mu$. Из формулы (30.6) имеем

$$\mu = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I}. \qquad (1)$$

Подставив $x = 2{,}00$ см и $I_0/I = 2{,}9$ и произведя вычисление, получим для свинца $\mu_{св} = 0{,}54$ см$^{-1}$. Этой величине $\mu_{св}$ соответствуют на графике два значения энергии $\gamma$-квантов: $\varepsilon_1 = 1{,}8$ МэВ и $\varepsilon_2 = 7{,}0$ МэВ.

Подставив в (1) $x = 2{,}00$ см и $I_0/I = 1{,}6$, вычислим величину $\mu$ для чугуна: $\mu_{чуг} = 0{,}23$ см$^{-1}$. Теперь по графику находим: $\varepsilon_1 = 4{,}0$ Мэв и $\varepsilon_2 = 7{,}0$ МэВ.

Так как в обоих случаях через различные вещества проходят *одни и те же* $\gamma$-лучи, то для энергии $\gamma$-квантов следует принять значение $\varepsilon = 7{,}0$ МэВ.

## § 31. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

### Основные формулы

Энергия связи ядра, т. е. энергия, которую необходимо затратить, чтобы разделить ядро на составляющие его частицы без сообщения им кинетической энергии, вычисляется по формуле

$$\Delta W = c^2 \Delta m, \qquad (31.1)$$

или

$$\Delta W = c^2 [Zm_p + (A - Z) m_n - m_я], \qquad (31.2)$$

где $\Delta m$ — дефект массы * ядра, представляющий собой разность между суммой масс покоя частиц, составляющих ядро, и массой покоя ядра, $Z$ — атомный номер (или зарядовое число), равный числу протонов в ядре, $A$ — массовое число (суммарное число нуклонов в ядре), $m_p$, $m_n$, $m_я$ — массы протона, нейтрона и ядра соответственно.

Энергия ядерной реакции (или тепловой эффект реакции)

$$Q = c^2 (\Sigma m - \Sigma m'), \tag{31.3}$$

где $\Sigma m$, $\Sigma m'$ — суммы масс покоя частиц соответственно до и после реакции.

## Методические указания

1. Решение задач на ядерные реакции основано на применении законов сохранения: 1) электрического заряда, 2) суммарного числа нуклонов, 3) энергии, 4) импульса. Первые два закона позволяют правильно записывать ядерные реакции даже в тех случаях, когда одна из частиц — участников реакции или ее продуктов — не дана. (Очевидно, записав реакцию, мы тем самым определяем неизвестную частицу.) С помощью вторых двух законов находят кинетические энергии частиц — продуктов реакции, а также направления их разлета.

Процесс столкновения бомбардирующей частицы с ядром — мишенью, при котором частица поглощается ядром, рассматривают как *неупругий удар* и применяют при этом закон сохранения импульса, как и в соответствующих задачах механики (см. § 3).

В законе сохранения энергии, записанном для ядерных реакций (в отличие от случаев, рассмотренных в § 3), под полной энергией подразумевается полная *релятивистская* энергия, определяемая формулой (18.3). Эта энергия $mc^2$ равна сумме энергии покоя частицы $m_0c^2$ и ее кинетической энергии $T$. Согласно закону сохранения полной релятивистской энергии,

$$\Sigma m_0 c^2 + \Sigma T = \Sigma m_0' c^2 + \Sigma T', \tag{31.4}$$

где $\Sigma m_0 c^2$ — сумма энергий покоя частиц до реакции, $\Sigma T$ — сумма их кинетических энергий. Справа стоят величины, относящиеся к частицам после реакции.

2. Поскольку в справочных таблицах приводятся значения ма с атомов, а не ядер, то удобнее вычислять энергию связи ядра не по (31.2), а по формуле

$$\Delta W = c^2 [Zm_{^1\text{H}} + (A - Z) m_n - m_a], \tag{31.5}$$

где $m_{^1\text{H}}$ — масса атома водорода $^1$H, $m_a$ — масса данного атома. Обе формулы эквивалентны, так как, обозначив массу электрона $m_e$, можно записать

$$Zm_{^1\text{H}} - m_a = Z(m_p + m_e) - (m_я + Zm_e) = Zm_p - m_я.$$

При вычислении энергии реакции $Q$ по (31.3) также заменяют массы покоя ядер массами атомов. Эта замена не повлияет на величину разности, стоящей в скобках, так как уменьшаемое и вычитаемое

* Термином «дефект массы» обозначают также другую величину $\delta$, равную разности между массой атома $m_a$ (выраженной в углеродных единицах массы) и массовым числом $A$, т. е. $\delta = m_a - A$.

при этом возрастают на одну и ту же величину $m_e \Sigma Z$, где $\Sigma Z$ — суммарное зарядовое число всех частиц (до или после реакции).

3. Чтобы, вычисляя по формулам (31.1) — (31.5), получать значения энергии в мегаэлектронвольтах (МэВ), надо подставить в формулу взятые из справочных таблиц значения масс, выраженные в атомных единицах массы (а. е. м.), а коэффициент $c^2$, представляющий собой квадрат скорости света в вакууме, положить равным

$$c^2 = 931 \text{ МэВ/а.е.м.}$$

4. Обычно при ядерных реакциях энергия $Q$, выражаемая по (31.3), измеряется величинами порядка 10 МэВ, а энергия покоя даже самого легкого ядра — ядра водорода $^1H$ (т. е. протона) — равна 938 МэВ. Отсюда следует, что, вычисляя скорости частиц — ядер или отдельных нуклонов, их можно заведомо считать классическими в следующих случаях: 1) если данные частицы являются продуктами ядерной реакции, вызванной столкновением медленных частиц; 2) если речь идет об определении порога реакции (см. задачу № 31-4).

Вместе с тем энергия ядерной реакции, как правило, превышает энергию покоя легких частиц — электронов и позитронов, равную 0,511 МэВ. Поэтому, находя скорости или импульсы этих частиц (если они являются продуктами реакции), следует пользоваться релятивистскими формулами (18.5), (18.6).

## Решение задач

**31-1.** Определить удельную энергию связи для ядра $^{17}_{8}O$.

**Решение.** *Удельную энергию связи* ядра, равную отношению его энергии связи $\Delta W$ к массовому числу (числу нуклонов в ядре) $A$, найдем с помощью формулы (31.5):

$$\frac{\Delta W}{A} = \frac{c^2 [Zm_{^1H} + (A-Z) m_n - m_a]}{A}.$$

Взяв из таблиц значения масс атомов водорода $^1H$, кислорода $^{17}O$ и нейтрона $n$ в атомных единицах массы и учитывая, что $c^2 = 931$ МэВ/а.е.м., произведем вычисление:

$$\frac{\Delta W}{A} = \frac{931 [8 \cdot 1,00783 + (17-8) \cdot 1,00867 - 16,99913]}{17} \text{ МэВ} = 7,76 \text{ МэВ}.$$

**31-2.** Найти энергию связи нейтрона в ядре $^{17}_{8}O$.

**Решение.** *Энергией связи* частицы в ядре называется та энергия, которую надо затратить, чтобы отделить частицу от ядра без сообщения ей кинетической энергии. Если отделить нейтрон $n^1_0$ от ядра $^{17}_{8}O$, то в соответствии с законом сохранения заряда и числа нуклонов останется ядро $^{16}_{8}O$. Затраченную для отрыва энергию $\Delta W$ можно найти по формуле (31.1), если за $\Delta m$ принять изменение массы системы в результате отрыва нейтрона. Тогда для энергии связи нейтрона получим

$$\Delta W = c^2 [m_{^{16}O} + m_n) - m_{^{17}O}],$$

где $m_{^{16}O}$, $m_{^{17}O}$, $m_n$ — соответственно массы покоя ядер кислорода $^{16}O$, $^{17}O$ и нейтрона. Очевидно, разность, стоящая в квадратных скобках, не изменится, если заменить массы ядер изотопов $^{16}O$, $^{17}O$ массами их атомов, значения которых приведены в таблицах. Тогда найдем ответ:

$$\Delta W = 931\,[(15{,}99491 + 1{,}00867) - 16{,}99913]\ \text{МэВ} = 4{,}14\ \text{МэВ}.$$

**31-3.** Определить энергию реакции $^{10}B\ (n, \alpha)\ ^{7}Li$, протекающей в результате взаимодействия весьма медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора. Найти также кинетические энергии продуктов реакции.

**Решение.** Реакция $^{10}B\ (n, \alpha)\ ^{7}Li$ состоит в следующем. Ядро бора $^{10}_{5}B$, поглотив медленный нейтрон $^{1}_{0}n$, превращается в промежуточное ядро $^{11}_{5}B$. Последнее, будучи возбужденным, испускает $\alpha$-частицу (т. е. ядро гелия $^{4}_{2}He$), превращаясь в ядро лития $^{7}_{3}Li$. В развернутом виде реакция записывается так:

$$^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow (^{11}_{5}B) \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He.$$

Энергию реакции $Q$ найдем по формуле (31.3), которая в данном случае дает:

$$Q = c^2\,[(m_{^{10}B} + m_n) - (m_{^{7}Li} + m_{^{4}He})].$$

Заменив (как и в предыдущей задаче) массы покоя ядер атомов массами покоя самих атомов, значения которых даны в таблицах, получим

$$Q = 931 \cdot (10{,}01294 + 1{,}00867 - 7{,}01601 - 4{,}00260)\ \text{МэВ} = 2{,}80\ \text{МэВ}.$$

Чтобы найти кинетические энергии продуктов реакции — ядра лития $^{7}Li$ и $\alpha$-частицы, применим закон сохранения релятивистской энергии, записанный в форме (31.4) с учетом (31.3):

$$\Sigma T + Q = \Sigma T'. \qquad (1)$$

Из условия задачи следует, что величиной $\Sigma T$ можно пренебречь. Тогда получим для суммы кинетических энергий частиц $^{7}Li$ и $^{4}He$:

$$T_{Li} + T_{He} = Q. \qquad (2)$$

Чтобы составить второе уравнение, связывающее неизвестные $T_{Li}$, $T_{He}$, применим закон сохранения импульса. Полагая суммарный импульс частиц до реакции равным нулю, приходим к выводу, что и после реакции он должен быть равен нулю:

$$\mathbf{p}_{Li} + \mathbf{p}_{He} = 0.$$

Отсюда для модулей импульсов имеем

$$p_{Li} = p_{He}.$$

Переходя от импульсов частиц к их кинетическим энергиям, найдем [см. формулу (1) задачи № 29-1]

$$m_{Li} T_{Li} = m_{He} T_{He}. \qquad (3)$$

Решив систему (2), (3), найдем:

$$T_{Li} = Qm_{He}/(m_{Li} + m_{He}); \quad T_{He} = Qm_{Li}/(m_{Li} + m_{He}).$$

Округлив значения масс ядер $m_{Li}$, $m_{He}$ до целых чисел, получим:

$$T_{Li} = 4\,Q/11 = 1{,}02 \text{ МэВ}; \quad T_{He} = 7Q/11 = 1{,}78 \text{ МэВ}.$$

31-4. Найти порог ядерной реакции $^{12}C\ (d,\ n)\ ^{13}N$.

**Решение.** Эта реакция, происходящая при поглощении ядром углерода $^{12}C$ дейтона $d$, в развернутом виде запишется так:

$$^{12}_{6}C + ^{2}_{1}H \rightarrow (^{14}_{7}N) \rightarrow ^{13}_{7}N + ^{1}_{0}n,$$

где $^{14}_{7}N$ — промежуточное ядро, которое сразу же после образования испускает нейтрон, превращаясь в ядро $^{13}_{7}N$.

*Порогом ядерной реакции* называют ту наименьшую кинетическую энергию бомбардирующей частицы (в «лабораторной» системе отсчета), при которой становится возможной ядерная реакция*. Для определения порога реакции снова запишем уравнение (1) задачи № 31-3:

$$\Sigma T + Q = \Sigma T',$$

или, так как мишень — ядро $^{12}C$ — предполагается неподвижным,

$$m_d v^2/2 + Q = \Sigma T', \qquad (1)$$

где $m_d v^2/2$ — кинетическая энергия дейтона, минимальное значение которой нужно найти. Очевидно, ему соответствует минимальное значение $\Sigma T'$. Чтобы вычислить это значение, учтем следующее.

Если некоторому состоянию системы соответствует минимальная кинетическая энергия в одной инерционной системе отсчета, то этому же состоянию будет соответствовать ее минимум и в любой другой инерциальной системе отсчета (хотя значение самого минимума будет разным в различных системах). Действительно, из уравнения (31.4), выражающего закон сохранения полной релятивистской энергии, следует, что при минимальном значении $\Sigma T'$ величина $\Sigma m_0' c^2$ будет максимальной. Но последняя не зависит от выбора инерциальной системы отсчета, поскольку и масса покоя, и скорость света в вакууме — величины, инвариантные относительно выбора инерциальной системы отсчета.

Вместе с тем известно, что в системе отсчета, связанной с центром инерции системы частиц, минимальное значение величины $\Sigma T'$ равно нулю *при нулевой относительной скорости* частиц $^{13}N$ и $n$. Значит, этому же состоянию системы соответствует минимум величины $\Sigma T'$ и в «лабораторной» системе отсчета, в которой мы решаем задачу.

Тот факт, что порогу реакции соответствует равенство нулю относительной скорости частиц $^{13}N$, $n$, означает, что в этом случае распад промежуточного ядра $^{14}N$ происходит без изменения кинетической энергии системы. Следовательно, минимум величины $\Sigma T'$ равен

* Понятие порога относится только к эндотермическим реакциям, когда энергия реакции (тепловой эффект) $Q < 0$.

кинетической энергии промежуточного ядра, которую оно приобрело в процессе образования из дейтона и ядра $^{12}C$. Тогда из (1) получим

$$\frac{m_d v^2}{2} + Q = \frac{(m_{^{12}C} + m_d) V^2}{2}, \qquad (2)$$

где $m_{^{12}C}$ — масса ядра $^{12}C$, $m_d$ — масса дейтона, $(m_{^{12}C} + m_d)$ — приближенное значение массы промежуточного ядра, $V$ — его скорость.

Второе уравнение, связывающее неизвестные $v$, $V$, запишем, применив закон сохранения импульса для неупругого соударения дейтона с ядром $^{12}C$:

$$m_d v = (m_C + m_d) V. \qquad (3)$$

Исключив из системы (2), (3) величину $V$, найдем

$$\frac{m_d v^2}{2} = -Q \frac{m_C + m_d}{m_C}.$$

Подставив вместо величины $Q$ ее значение по (31.3), получим ответ:

$$\frac{m_d v^2}{2} = c^2 [(m_{^{13}N} + m_n) - (m_{^{12}C} + m_d)] \frac{m_{^{12}C} + m_d}{m_{^{12}C}}.$$

Заменив массы ядер, стоящие в квадратных скобках, массами атомов (взяв их значения из таблиц) и округлив до целых чисел значения масс в дроби $(m_C + m_d)/m_C$, выполним вычисление:

$$\frac{m_d v^2}{2} = 931 \cdot [(13{,}00574 + 1{,}00867) -$$

$$- (12{,}00000 + 2{,}01410)] \cdot \frac{14}{12} \text{ МэВ} = 0{,}34 \text{ МэВ}.$$

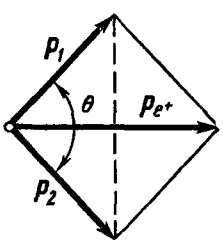

Рис. 31·1

**31-5.** Позитрон с кинетической энергией $T = 0{,}75$ МэВ налетает на покоящийся свободный электрон. В результате аннигиляции возникает два $\gamma$-фотона с одинаковыми энергиями. Определить угол $\theta$ между направлениями их разлета.

**Решение.** Процесс аннигиляции электрона $e^-$ и позитрона $e^+$ происходит по схеме

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

и подчиняется законам сохранения энергии и импульса.

Согласно закону сохранения импульса, импульс позитрона $\mathbf{p}_{e+}$ равен векторной сумме импульсов $\gamma$-фотонов $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ (рис. 31-1):

$$\mathbf{p}_{e+} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2.$$

При этом

$$p_1 = p_2 = \varepsilon/c, \tag{1}$$

где $\varepsilon$ — энергия каждого $\gamma$-фотона (по условию, их энергии одинаковы). Таким образом, для угла $\theta$ с учетом (1) получим

$$\cos(\theta/2) = \frac{p_{e+}}{2p_1} = \frac{p_{e+}\,c}{2\varepsilon}. \tag{2}$$

Чтобы из (2) вычислить угол $\theta$, надо определить импульс позитрона $p_{e+}$ и энергию $\varepsilon$ каждого $\gamma$-фотона. Импульс позитрона найдем, зная его кинетическую энергию $T$. Поскольку величина $T$ превышает энергию покоя позитрона $m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ, то позитрон следует рассматривать как релятивистскую частицу. В этом случае импульс ее выражается через кинетическую энергию формулой (2) задачи № 29-1.

Энергию $\gamma$-фотона $\varepsilon$ определим с помощью закона сохранения релятивистской энергии (31.4). Учтем при этом, что масса покоя фотонов равна нулю: $\Sigma m_0' = 0$, а полная энергия фотонов есть их кинетическая энергия, т. е. $\Sigma T' = 2\varepsilon$. Учитывая, кроме того, что электрон и позитрон обладают одинаковой массой покоя $m_0$, получим

$$2m_0c^2 + T = 2\varepsilon. \tag{3}$$

Подставив в (2) значение $2\varepsilon$ из (3) и значение импульса $p_{e+}$, определяемое формулой (2) задачи № 29-1, найдем

$$\cos(\theta/2) = \frac{c\sqrt{2m_0T(1 + T/2m_0c^2)}}{T + 2m_0c^2},$$

или после упрощений

$$\cos(\theta/2) = 1/\sqrt{1 + 2m_0c^2/T}. \tag{4}$$

Вычислив по (4), получим

$$\cos(\theta/2) = 0{,}651,\ \theta = 99^\circ.$$