

Математически принцип существования общей предельной скорости может быть уточнен следующим образом.

Уравнение распространения фронта волны любой природы, идущей с предельной скоростью и способной передавать сигнал, совпадает с уравнением распространения фронта световой волны в свободном пространстве.

Таким образом, уравнение

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 - (\text{grad } \omega)^2 = 0 \quad (6.01)$$

приобретает общий характер; оно является более общим, чем уравнения Максвелла, из которых оно нами выведено. На основании только что сформулированного принципа существования общей предельной скорости можно утверждать следующее. Дифференциальные уравнения для любого поля, способного передавать сигнал, должны быть таковы, чтобы соответствующие уравнения характеристик совпадали с уравнением характеристик для световой волны *).

Как мы увидим в главах V—VII, наличие гравитационного поля несколько изменяет вид уравнения характеристик, и оно будет несколько отличаться от (6.01). Но и тогда одно и то же уравнение характеристик дает закон распространения фронта волн любой природы, идущих с предельной скоростью, в том числе световых и гравитационных.

Уравнение (6.01) положено нами (наряду с прямолинейностью и равномерностью движения тела в отсутствии сил) в основу определения инерциальной системы отсчета.

Формулированный выше принцип, утверждающий универсальность этого уравнения, показывает, что такое определение инерциальной системы отсчета действительно целесообразно.

§ 7. Преобразование Галилея и необходимость его обобщения

Пусть одно и то же явление описывается в двух системах отсчета, из которых одна является инерциальной, а другая движется относительно нее равномерно и прямолинейно (согласно принципу относительности она сама будет инерциальной). Возникает вопрос о пересчете от описания явления в одной системе отсчета к описанию того же явления в другой системе. В качестве грубой иллюстрации можно представить себе две радиолокационные установки: одну — расположенную на земле, а другую — на самолете; вопрос состоит тогда в пересчете от показаний одной установки к показаниям другой.

Для такого пересчета нужно прежде всего знать связь между координатами и временем x, y, z, t в одной системе отсчета и координатами и временем x', y', z', t' в другой системе. Старая физика

*) Близкая к нашей формулировка основных положений теории относительности, как теории „абсолютных“ свойств пространства и времени, имеется в работах А. Д. Александрова [2], [3].

принимала как нечто самоочевидное существование единого мирового времени t , одинакового во всех системах отсчета. Поэтому с точки зрения старой физики необходимо было положить $t' = t$ или, самое большее, допустить изменение начала отсчета времени.

Если рассматривать два события, происшедших в моменты времени t и τ , то промежуток времени между ними должен был (с точки зрения старой физики) получиться одинаковым во всех системах отсчета. Отсюда

$$t - \tau = t' - \tau'. \quad (7.01)$$

Далее, старая физика считала очевидным, что длина твердого стержня, измеряемая в двух системах отсчета, должна получаться одинаковой. (Вместо длины твердого стержня можно рассматривать расстояние между „одновременными“ положениями двух точек, которые необязательно связаны жесткой связью.) Если обозначить координаты начала и конца стержня (или данных двух точек) в одной системе отсчета через (x, y, z) и (ξ, η, ζ) и в другой системе через (x', y', z') и (ξ', η', ζ') , то, согласно старой физике, должно быть

$$\begin{aligned} (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 = \\ = (x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2 + (z' - \zeta')^2. \end{aligned} \quad (7.02)$$

Из (7.01) и (7.02) однозначно вытекает общий вид преобразования, связывающего координаты и время x, y, z, t с координатами и временем x', y', z', t' . Это преобразование состоит из переноса начала отсчета координат и времени, из поворота пространственных координатных осей и из преобразования вида

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - V_x t, \\ y' &= y - V_y t, \\ z' &= z - V_z t, \\ t' &= t, \end{aligned} \right\} \quad (7.03)$$

где V_x, V_y, V_z — постоянные, физический смысл которых легко найти: это есть скорость движения штрихованной координатной системы относительно нештрихованной (точнее — составляющие этой скорости в нештрихованной системе).

Преобразование (7.03) носит название преобразования Галилея.

Таким образом, старая физика утверждала, что если дана инерциальная система отсчета (x, y, z, t) , то координаты и время во всякой другой системе отсчета, движущейся относительно нее прямолинейно и равномерно, связаны с (x, y, z, t) преобразованиями Галилея (с точностью до переноса начала и поворота осей).

Преобразование Галилея удовлетворяет принципу относительности в отношении законов механики (мы имеем в виду механику Ньютона), но не удовлетворяет ему в отношении законов распространения света. Действительно, уравнение распространения фронта световой волны меняет в результате преобразования Галилея свой вид. Если бы пре-

образование Галилея было правильным (а принцип относительности в общей форме — неправильным), то существовала бы только одна инерциальная система в смысле нашего определения, и по измененному виду уравнения распространения фронта волны было бы возможно определить скорость движения (даже равномерного и прямолинейного) всякой другой системы отсчета относительно этой единственной инерциальной системы („неподвижного эфира“). Отрицательный результат многочисленных точнейших опытов, поставленных с целью обнаружения такого относительного движения, не оставляет сомнений в том, что форма закона распространения фронта волны одна и та же во всех неускоренных системах отсчета и что, следовательно, принцип относительности во всяком случае применим и к электромагнитным явлениям.

Отсюда следует, что преобразование Галилея в общем случае неправильно и должно быть заменено другим.

Формулированные в предыдущих параграфах общие положения дают всё необходимое для вывода того преобразования координат и времени, которое должно заменить собой преобразование Галилея.

Наша задача может быть поставлена следующим образом.

Пусть дана система отсчета, инерциальная в смысле нашего определения (т. е. в механическом и в электромагнитном смысле, см. § 5). Координаты и время в ней обозначим через x, y, z, t . Пусть дана другая система отсчета (с координатами и временем x', y', z', t'), которая движется относительно данной инерциальной системы прямолинейно и равномерно. Требуется найти связь между величинами (x', y', z', t') и (x, y, z, t) .

Первый шаг в решении этой задачи осуществляется на основании принципа относительности. Согласно этому принципу, *новая система отсчета сама является инерциальной*. Поэтому задача сводится к нахождению связи между координатами и временем в двух инерциальных системах. Но эта последняя задача уже чисто математическая: для решения ее не требуется никаких дальнейших физических предположений.

Мы разобьем решение этой математической задачи на два этапа: сперва докажем линейность искомого преобразования, а затем найдем его коэффициенты.

§ 8. Доказательство линейности преобразования, связывающего две инерциальные системы

Из первого условия, характеризующего инерциальные системы (условия инерциальности в механическом смысле), вытекает, что при переходе от одной инерциальной системы к другой свойство прямолинейности и равномерности движения должно сохраняться. Это значит, что уравнения

$$x = x_0 + v_x(t - t_0); \quad y = y_0 + v_y(t - t_0); \quad z = z_0 + v_z(t - t_0) \quad (8.01)$$