ном ходе хронометра не будут совпадать с показаниями часов в $B$, а будут зависеть от скорости перевозки (они будут совпадать лишь при бесконечно малой скорости).

К этому вопросу мы вернемся в следующем параграфе. Мы хотели здесь подчеркнуть, что даже такое простое физическое понятие, как одновременность в одной инерциальной системе отсчета, требует точного определения, с которым должны быть согласованы все применяемые способы измерения соответствующей физической величины.

## § 12. Последовательность событий во времени в разных системах отсчета

Преобразование Лоренца заключает в себе формальные основы всего учения о пространстве и времени, содержащегося в теории относительности.

Рассмотрим, на основе преобразования Лоренца, вопрос о последовательности событий во времени в разных системах отсчета. Под „событиями“ мы будем разуметь здесь мгновенные события, характеризуемые положением точки в пространстве и соответствующим моментом времени.

Чтобы иметь конкретную картину, предположим, что „события“ заключаются в мгновенной вспышке световых сигналов. Пусть первая вспышка произошла в момент времени $t_1$ в точке с координатами $x_1$, $y_1$, $z_1$, а вторая вспышка — в момент $t_2$ в точке $x_2$, $y_2$, $z_2$. Вводя обычные трехмерные векторные обозначения, мы можем положение и время первой вспышки характеризовать символами $(\mathbf{r}_1, t_1)$, а второй вспышки — символами $(\mathbf{r}_2, t_2)$.

Поставим прежде всего вопрос: которая из двух вспышек произошла раньше другой?

Ответ будет бесспорен, если свет от одной вспышки успел достигнуть места другой вспышки до того, как та произошла. А именно, если

$$t_2 - t_1 > \frac{1}{c}\,|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|, \tag{12.01}$$

то первая вспышка бесспорно произошла раньше второй, а если

$$t_2 - t_1 < -\frac{1}{c}\,|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|, \tag{12.02}$$

то, наоборот, первая вспышка бесспорно произошла позже второй.

События, для которых выполняется одно из неравенств (12.01) и (12.02), мы будем называть *последовательными*. В случае (12.01) мы будем говорить, что второе событие наступило *абсолютно позже* первого, а в случае (12.02) — что оно наступило *абсолютно раньше* первого. В обоих случаях будет

$$c^2(t_2 - t_1)^2 - (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2 > 0. \tag{12.03}$$

Вещественную положительную величину

$$T = \frac{1}{c}\sqrt{c^2(t_2-t_1)^2-(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)^2} \tag{12.04}$$

мы будем называть *временным интервалом* между двумя последовательными событиями. Значение временного интервала не зависит от системы отсчета, так как выражение под знаком квадратного корня в (12.04) есть инвариант по отношению к преобразованию Лоренца.

В силу условия $\frac{\partial t'}{\partial t} > 0$, выражающего сохранение направления счета времени [см. (10.16)], соотношения (12.01) и (12.02) также не зависят от системы отсчета. Так это и должно быть, ибо достижение или недостижение световой волной места второй вспышки есть физический факт, от системы отсчета не зависящий. Таким образом, понятия „абсолютно раньше" и „абсолютно позже", применимые к последовательным событиям, являются инвариантными понятиями.

Предположим теперь, что свет от одной вспышки не успел достигнуть места другой вспышки до того, как она произошла. Тогда будут иметь место неравенства

$$-\frac{1}{c}|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1| < t_2-t_1 < \frac{1}{c}|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|, \tag{12.05}$$

противоположные (12.01) и (12.02).

События, для которых выполняются неравенства (12.05), мы будем называть *квази-одновременными*. Название это оправдывается тем, что при выполнении неравенств (12.05) понятия „раньше" и „позже" становятся относительными: в одних системах отсчета может оказаться, что $t_2-t_1>0$, а в других, что $t_2-t_1<0$. Поэтому и вопрос о том, которая из вспышек произошла раньше, уже не будет иметь теперь однозначного ответа.

Квази-одновременные события характеризуются вытекающим из (12.05) инвариантным неравенством

$$c^2(t_2-t_1)^2-(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)^2 < 0. \tag{12.06}$$

Неравенства (12.05) равносильны (12.06) и поэтому сами будут инвариантными. Вещественную положительную величину

$$R = \sqrt{(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2} \tag{12.07}$$

мы будем называть *пространственным интервалом* между двумя квази-одновременными событиями.

Покажем, что в случае двух квази-одновременных событий можно всегда выбрать систему отсчета так, чтобы они были в ней одновременными, а в случае двух последовательных событий можно выбрать систему отсчета так, чтобы они имели в ней одинаковые пространственные координаты.

Рассмотрим два квази-одновременных события, для которых разность $t_2-t_1$ имеет заданное значение, удовлетворяющее неравенствам (12.05). Если мы введем новую (штрихованную) систему отсчета, движущуюся относительно старой со скоростью $V$, то, согласно формуле (10.30) для преобразования времени, значение разности $t_2'-t_1'$ в новой системе будет равно

$$t_2'-t_1'=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\left\{t_2-t_1-\frac{1}{c^2}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)\cdot\mathbf{V}\right\}. \tag{12.08}$$

Относительную скорость $\mathbf{V}$ можно подобрать так, чтобы в новой системе оба события были уже одновременными. Для этого достаточно положить

$$\mathbf{V}=(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)\cdot\frac{c^2(t_2-t_1)}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^2}. \tag{12.09}$$

В силу неравенства (12.06) мы будем иметь

$$\mathbf{V}^2=\frac{c^4(t_2-t_1)^2}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^2}<c^2, \tag{12.10}$$

так что относительная скорость будет по абсолютной величине меньше скорости света, как и должно быть для преобразования Лоренца.

Чтобы вычислить разность пространственных координат двух квази-одновременных событий в той системе отсчета, где они одновременны, напишем формулу преобразования Лоренца (10.32) в векторной форме:

$$\mathbf{r}'=\mathbf{r}-\mathbf{V}t+\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}-1\right)\frac{\mathbf{V}}{V^2}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}-V^2t). \tag{12.11}$$

Подставляя сюда вместо $t$ разность $t_2-t_1$ и вместо $\mathbf{r}$ — разность $\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$ и заменяя $\mathbf{V}$ выражением (12.09), получим для величины $\mathbf{r}'=\mathbf{r}_2'-\mathbf{r}_1'$ значение

$$\mathbf{r}_2'-\mathbf{r}_1'=(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)\cdot\sqrt{1-\frac{c^2(t_2-t_1)^2}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^2}}=(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)\cdot\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}. \tag{12.12}$$

Пространственное расстояние между обоими событиями в штрихованной системе отсчета будет равно

$$|\mathbf{r}_2'-\mathbf{r}_1'|=R, \tag{12.13}$$

где $R$ есть пространственный интервал (12.07). Формула (12.13) непосредственно вытекает из инвариантности величины $R$ и из условия, что $t_2'-t_1'=0$.

Таким образом, физическое значение пространственного интервала между двумя квази-одновременными событиями есть расстояние между ними в той системе отсчета, где они одновременны.

Рассмотрим теперь два последовательных события, для которых выполняется одно из неравенств (12.01) или (12.02). Покажем, что в этом случае можно ввести новую (штрихованную) систему отсчета так, чтобы пространственные координаты обоих событий в ней совпадали. Чтобы убедиться в этом, достаточно ввести в формулу (12.11) вместо $t$ разность $t_2 - t_1$ и вместо $\mathbf{r}$ — разность $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ и положить

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1}. \tag{12.14}$$

Тогда вектор $\mathbf{r}' = \mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1$ обратится в нуль, откуда

$$\mathbf{r}'_2 = \mathbf{r}'_1. \tag{12.15}$$

Вследствие неравенства (12.03) скорость $\mathbf{V}$ будет при этом по абсолютной величине меньше скорости света

$$V^2 < c^2. \tag{12.16}$$

В новой системе отсчета промежуток времени между обоими событиями будет равен, согласно (12.08),

$$t'_2 - t'_1 = (t_2 - t_1)\sqrt{1 - \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{c^2 (t_2 - t_1)^2}} = (t_2 - t_1)\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \tag{12.17}$$

При $t_2 - t_1 > 0$ получаем отсюда

$$t'_2 - t'_1 = T, \tag{12.18}$$

где $T$ есть временной интервал (12.04).

Тем самым выясняется физическое значение временного интервала $T$. Это есть протекший между двумя последовательными событиями промежуток времени в той системе отсчета, в которой оба события произошли в одной точке. Такая система отсчета имеет весьма наглядный смысл. Это есть, скажем, часы, прямолинейно и равномерно движущиеся от места первого события к месту второго, причем движение их происходит с такой скоростью, что они как раз успевают поровняться с местом первого события, когда оно там происходит, и с местом второго события, когда там наступает оно.

Заметим, что понятие „последовательные события“ обладает свойством транзитивности: если дано, что второе событие наступило абсолютно позже первого, а третье событие — абсолютно позже второго, то отсюда следует, что третье событие наступило абсолютно позже первого. Это физически очевидное свойство может быть формально доказано следующим образом: из двух неравенств

$$t_2 - t_1 > \frac{1}{c}|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|; \qquad t_3 - t_2 > \frac{1}{c}|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2| \tag{12.19}$$

вытекает путем сложения третье неравенство

$$t_3 - t_1 > \frac{1}{c}|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|, \tag{12.20}$$

ибо сумма двух сторон треугольника больше третьей стороны. Понятие же „квази-одновременные события“ свойством транзитивности не обладает: если дано, что два события квази-одновременны, а третье событие квази-одновременно со вторым, то это третье событие может быть, по отношению к первому, как квази-одновременным, так и последовательным (наступить абсолютно раньше или абсолютно позже первого).

Резюмируем сказанное. В теории относительности события разделяются, в отношении их последовательности во времени, на *последовательные* и *квази-одновременные*, причем разделение это не зависит от системы отсчета. Двум последовательным событиям можно сопоставить инвариантный *временной интервал*, равный промежутку времени между ними в определенной системе отсчета. Двум квази-одновременным событиям можно сопоставить инвариантный *пространственный интервал*, равный расстоянию между ними в определенной системе отсчета.

Существующее в теории относительности разделение событий на последовательные и квази-одновременные согласуется с понятием причинности и уточняет его. Если даны два квази-одновременных события, то ни одно из них не может являться непосредственной причиной или следствием другого. (Разумеется, они могут иметь общую причину в виде третьего события, которое наступило абсолютно раньше каждого из них.) Только последовательные события могут (хотя, разумеется, не обязаны) находиться в прямой причинной связи: то из них, которое наступило абсолютно раньше, может оказаться причиной другого.

Введенные здесь понятия являются естественным обобщением понятий старой, дорелятивистской физики. Старые понятия не были согласованы с фактом существования конечного предела для скорости распространения всякого рода действий (конечной скорости света). Они были недостаточно точно определены и приводили поэтому к парадоксам. Новые же понятия с самого начала учитывают конечность скорости света и устраняют эти парадоксы.

В старой физике вводилось априорное (не основанное на опыте) понятие абсолютной одновременности. Рассмотрим один из парадоксов, к которым это понятие приводит. Пусть мы имеем две системы отсчета, движущиеся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, причем в некоторый момент времени начала координат их совпадают. Предположим, что в этот момент времени в общем начале координат произошла световая вспышка, и рассмотрим движение фронта волны с точки зрения обеих систем отсчета. С точки зрения первой системы фронт волны в каждый момент времени есть шар с центром в начале координат первой системы. Но то же самое можно утверждать и с точки зрения второй системы: там фронт волны в каждый момент времени есть шар с центром в начале координат второй системы. Между тем оба начала координат совпадали только в начальный момент времени, а потом разошлись; у шара же не может быть двух разных центров. Рассуждения эти используют, с одной стороны, принцип относительности, т. е. тот факт, что в двух системах, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, все явления происходят одинаково, и, с другой стороны, вытекающий из понятия поля принцип независимости скорости света от скорости источника. Но оба эти принципа совершенно бесспорны. В чем же тогда разъяснение парадокса?

Разъяснение состоит в том, что слова „в каждый момент времени" имеют в применении к первой и ко второй системе отсчета неодинаковый смысл. Парадокс возникает только, если понимать эти слова в смысле „в каждый момент единого абсолютного времени, общего для обеих систем". Существование такого „единого абсолютного времени" считалось само собою разумеющимся в старой физике, но отрицается в теории относительности. Как мы знаем, согласно теории относительности, время в одной системе отсчета не то же самое, что время в другой системе. Фронт волны в каждой системе отсчета определяется как *одновременное с точки зрения данной системы* положение тех точек, до которых дошло световое возмущение. А так как события, одновременные в одной системе отсчета, не будут одновременными в другой, то и фронт волны в первой системе отсчета будет состоять из других точек, чем во второй системе. Если мы для наглядности представим себе, что распространение световой волны происходит в некоторой разреженной среде (в газе), то фронт волны в первой системе будет проходить через другие частицы газа, чем во второй системе. Поэтому мы фактически будем иметь дело с разными фронтами волны, и неудивительно, что у них будут разные центры.

Приведенное здесь разъяснение парадокса с наглядностью показывает логическую необходимость отказа от понятий „абсолютное время" и „абсолютная одновременность".

Полвека назад, когда теория относительности только возникала, отказ этот многим казался чем-то почти неприемлемым, и со стороны создателя теории относительности Эйнштейна потребовалась большая научная смелость, чтобы прийти к убеждению в его необходимости. В настоящее же время мы принимаем этот отказ гораздо легче. Житейское понятие одновременности покрывается понятием квази-одновременности, в научных же вопросах, там, где мы имеем дело с большими расстояниями или с большими скоростями, необходимость уточнения понятия времени представляется совершенно естественной.