Зависимость массы M от скорости такова, что при приближении скорости частицы к скорости света масса ее неограниченно возрастает. Вследствие этого ни в какой системе отсчета ни одно тело с массой покоя, отличной от нуля, не может достичь скорости света. Это обстоятельство наглядно подтверждает предельный характер скорости света.

Если же скорость частицы мала по сравнению со скоростью света, то разность

$$W - mc^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \ldots \qquad (25.29)$$

будет лишь на малые величины отличаться от обычного выражения для кинетической энергии частицы.

Предыдущие соотношения выведены нами из уравнений движения заряженной частицы, но они имеют общий характер. Так, соотношение (25.26) между массой и энергией справедливо не только для рассмотренного здесь случая материальной точки с неизменной массой покоя, но и для любого сложного тела или системы тел, в которой могут происходить внутренние процессы, меняющие массу покоя. Соотношение это выражает фундаментальный закон пропорциональности между массой и энергией. К рассмотрению этого закона мы вернемся в § 34.

§ 26. Приближенная постановка задачи о движении системы зарядов

Задача о движении системы заряженных материальных точек требует совместного определения движения зарядов и электромагнитного поля, в котором они движутся, причем наперед заданным может считаться только внешнее поле. Передача взаимодействия между зарядами осуществляется полем и происходит с конечной скоростью (со скоростью света). Вследствие этого сила, действующая на данный заряд, будет зависеть не от мгновенного, а от предшествующего состояния движения остальных зарядов. Поле, возникающее при ускоренном движении зарядов, не только передает взаимодействие, но и излучается вовне; поэтому энергия системы зарядов будет частично тратиться на излучение и система не будет консервативной. Кроме того, необходимо помнить, что поле обладает бесконечным числом степеней свободы; поэтому система, состоящая из зарядов и поля, будет, строго говоря, системой с бесконечным числом степеней свободы, а не чисто механической системой.

Тем не менее задачу о движении зарядов можно приближенно формулировать как задачу механики, ограничиваясь степенями свободы самих зарядов. Для этого нужно поле (точнее, потенциалы) каждого из зарядов выразить через его положение и скорость и затем приближенно произвести пересчет от предшествующего момента времени к данному так, чтобы значение потенциалов в данной точке в данный момент времени выражалось через положения и скорости частиц в тот же (а не в предшествующий) момент времени. Таким путем можно построить приближенную функцию Лагранжа для системы частиц.

Найдем сперва лагранжеву форму уравнений движения для одной заряженной частицы. Нетрудно проверить, что уравнения (25.22) получаются из функции Лагранжа

$$L = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - e\Phi + \frac{e}{c}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{v}), \tag{26.01}$$

где $\Phi = -A_0$ и A_k — скалярный и векторный потенциалы. В самом деле, так как $\dot{x}_i = v_i$, то мы имеем

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} &= \frac{mv_i}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{e}{c}A_i; \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} &= -e\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \frac{e}{c}\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial A_k}{\partial x_i}v_k. \end{aligned}\right\} \tag{26.02}$$

Подставляя эти выражения в уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \tag{26.03}$$

и припоминая выражения (24.01) для поля через потенциалы, мы получим

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv_i}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) - e\left\{E_i + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{H}]_i\right\} = 0, \tag{26.04}$$

т. е. уравнения (25.22). Что касается уравнения (25.21), то оно является их следствием.

Перейдем теперь к системе частиц. Найдем приближенные выражения для поля от частицы, движение которой известно. Рассматривая сперва сплошное распределение заряда, мы можем написать уравнения для потенциалов

$$\Delta\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho; \tag{26.05}$$

$$\Delta\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}. \tag{26.06}$$

Нужное нам решение уравнения (26.05) есть запаздывающий потенциал

$$\Phi = \int \frac{[\rho]\,dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \tag{26.07}$$

где

$$[\rho]=\rho(\mathbf{r}',\ t');\qquad t'=t-\frac{1}{c}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|. \tag{26.08}$$

Если движение частицы достаточно медленное и достаточно плавное *), то на неслишком больших расстояниях от нее можно заменить $[\rho]$ первыми членами разложения этой величины по обратным степеням c и писать

$$[\rho]=\rho(\mathbf{r}',\ t)-\frac{1}{c}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\frac{\partial}{\partial t}\rho(\mathbf{r}',\ t)+\\ +\frac{1}{2c^2}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\rho(\mathbf{r}',\ t)+\ldots \tag{26.09}$$

Подставляя это разложение в (26.07) и учитывая, что интеграл

$$\int\rho(\mathbf{r}',\ t)\,dV'=e_a \tag{26.10}$$

представляет заряд частицы и потому не зависит от времени, мы получим

$$\Phi=\int\frac{\rho(\mathbf{r}',\ t)\,dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}+\frac{1}{2c^2}\frac{d^2}{dt^2}\int\rho(\mathbf{r}',\ t)\cdot|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\,dV'+\ldots \tag{26.11}$$

Если мы будем теперь считать, что заряд сосредоточен вблизи точки **)

$$\mathbf{r}'=\mathbf{r}_a=\mathbf{r}_a(t), \tag{26.12}$$

мы получим из (26.11)

$$\Phi=\frac{e_a}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|}+\frac{e_a}{2c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|. \tag{26.13}$$

Полагая

$$\dot{\mathbf{r}}_a(t)=\mathbf{v}_a \tag{26.14}$$

и выполняя в (26.13) одно дифференцирование по времени, будем иметь

$$\Phi=\frac{e_a}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|}-\frac{e_a}{2c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mathbf{v}_a\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_a)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|}\right). \tag{26.15}$$

Здесь первый член представляет кулонов потенциал от неподвижного заряда, а второй — поправку на запаздывание.

В выражении для векторного потенциала можно поправочных членов не учитывать ***) и писать его в виде

$$A_i=\frac{e_a v_{ai}}{c|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|}. \tag{26.16}$$

---

*) Эти условия налагают ограничения на скорость частицы ($v^2\ll c^2$) и на ее ускорения различных порядков.

**) Значок a при e_a, $\mathbf{r}_a$, $\mathbf{v}_a$ и т. д. означает здесь номер частицы.

***) В функции Лагранжа и в уравнениях движения члены с векторным потенциалом будут того же порядка, как члены с поправками к скалярному потенциалу.

(Это значение векторного потенциала получится, если пренебречь в (26.06) второй производной по времени, заменить плотность тока $\mathbf{j}$ на $\rho\mathbf{v}_a$ и затем перейти к сосредоточенному заряду).

Выражение (26.14) для скалярного потенциала неудобно тем, что оно содержит не только скорость $\mathbf{v}_a$, но и ускорение $\dot{\mathbf{v}}_a$ частицы, создающей поле. От этого неудобства легко избавиться, если вспомнить, что поле не меняется при градиентном преобразовании потенциалов, т. е. при замене

$$\left.\begin{aligned} \Phi &\to \Phi + \frac{1}{c}\frac{\partial\chi}{\partial t}, \\ A_i &\to A_i - \frac{\partial\chi}{\partial x_i}, \end{aligned}\right\} \tag{26.17}$$

где χ — произвольная функция от координат и времени. Полагая

$$\chi = \frac{e_a}{2c}\frac{\mathbf{v}_a\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_a)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|}, \tag{26.18}$$

мы уничтожим в (26.15) второй член, хотя и усложним немного выражение для A_i. В результате получится

$$\Phi = \frac{e_a}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|}; \tag{26.19}$$

$$A_i = \frac{e_a}{2c}\left\{\frac{v_{ai}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|} + \sum_{k=1}^{3}\frac{v_{ak}(x_k-x_{ak})(x_i-x_{ai})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|^3}\right\}. \tag{26.20}$$

Нетрудно проверить, что расходимость нового выражения для векторного потенциала равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial A_i}{\partial x_i} = 0. \tag{26.21}$$

Подставляя эти значения потенциалов в последние два члена функции Лагранжа (26.01), получим

$$\begin{aligned} -e\Phi + \frac{e}{c}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{v}) &= -\frac{ee_a}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|} + \\ &+ \frac{ee_a}{2c^2}\left\{\frac{(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}_a)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|} + \frac{(\mathbf{v}_a\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_a))(\mathbf{v}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_a))}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_a|^3}\right\}. \end{aligned} \tag{26.22}$$

Это выражение симметрично относительно частицы, порождающей поле, и частицы, на которую поле действует. Мы можем считать его приближенным выражением закона взаимодействия двух частиц. Это позволяет нам написать функцию Лагранжа для системы частиц в виде

$$L = -\sum_a m_a c^2 \sqrt{1 - \frac{v_a^2}{c^2}} - \frac{1}{2} \sum_{\substack{a,\, b \\ (a \neq b)}} \frac{e_a e_b}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|} +$$

$$+ \frac{1}{4c^2} \sum_{\substack{a,\, b \\ (a \neq b)}} e_a e_b \left\{ \frac{(\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{v}_b)}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|} + \frac{(\mathbf{v}_a \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b))(\mathbf{v}_b \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b))}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|^3} \right\}. \tag{26.23}$$

Впрочем, так как величины порядка v^2/c^2 предполагаются малыми в законе взаимодействия, то будет последовательнее пренебрегать более высокими степенями этих величин везде. Беря первые члены разложения корня квадратного по степеням v^2/c^2, мы можем писать вместо (26.23):

$$L = -W_0 + \sum_a \left(\frac{1}{2} m_a v_a^2 + \frac{1}{8} m_a \frac{v_a^4}{c^2} \right) - \frac{1}{2} \sum_{\substack{a,\, b \\ (a \neq b)}} \frac{e_a e_b}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|} +$$

$$+ \frac{1}{4c^2} \sum_{\substack{a,\, b \\ (a \neq b)}} e_a e_b \left\{ \frac{(\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{v}_b)}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|} + \frac{(\mathbf{v}_a \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b))(\mathbf{v}_b \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b))}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|^3} \right\}, \tag{26.24}$$

где

$$W_0 = c^2 \sum_a m_a \tag{26.25}$$

есть сумма „энергий покоя“ отдельных частиц.

Рассмотрим теперь вопрос о преобразовании Лоренца в задаче о движении системы материальных точек. Пусть задача эта решена для некоторой системы отсчета. Это значит, что в данной системе отсчета известны выражения для координат каждой из частиц в функции от времени t этой системы

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{r}_a(t). \tag{26.26}$$

Произведем теперь преобразование Лоренца и поставим вопрос: каковы будут в новой системе отсчета выражения для новых координат x'_a, y'_a, z'_a как функций от нового времени t'? Формулы преобразования Лоренца имеют вид:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) \frac{\mathbf{V}}{V^2} \left(\mathbf{V} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{V}t) \right), \tag{26.27}$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left(t - \frac{1}{c^2} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}) \right). \tag{26.28}$$

Поэтому новые функции от нового времени получатся в результате исключения переменной t из уравнений

$$\mathbf{r}'_a = \mathbf{r}_a(t) - \mathbf{V}t + \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - 1\right)\frac{\mathbf{V}}{V^2}\left\{\mathbf{V}\cdot(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{V}t)\right\}, \quad (26.29)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\left\{t - \frac{1}{c^2}\left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a(t)\right)\right\}. \quad (26.30)$$

Другими словами, нужно найти корень t уравнения (26.30) и подставить его в (26.29). Это можно сделать только приближенно, считая $\frac{V^2}{c^2}$ малым по сравнению с единицей. Корень уравнения (26.30) будет приближенно равен

$$t = \left(1 - \frac{V^2}{2c^2}\right)t' + \frac{1}{c^2}\left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a(t')\right). \quad (26.31)$$

Прежде чем подставлять его в уравнение (26.29) напишем это уравнение в упрощенном виде:

$$\mathbf{r}'_a = \mathbf{r}_a(t) - \mathbf{V}t + \frac{\mathbf{V}}{2c^2}\left\{\left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a(t)\right) - V^2 t\right\}. \quad (26.32)$$

Подставляя сюда (26.31), получим приближенно

$$\mathbf{r}'_a(t') = \mathbf{r}_a(t') - \mathbf{V}t' + \frac{1}{c^2}\,\mathbf{v}_a(t')\cdot\left\{-\frac{1}{2}V^2 t' + \left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a(t')\right)\right\} - \frac{\mathbf{V}}{2c^2}\left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a(t')\right), \quad (26.33)$$

где

$$\mathbf{v}_a(t') = \left(\frac{d\mathbf{r}_a(t)}{dt}\right)_{t=t'} \quad (26.34)$$

Дифференцируя формулу (26.33) по переменной t', получим соответствующее выражение для скорости:

$$\mathbf{v}'_a(t') = \mathbf{v}_a(t') - \mathbf{V} + \frac{1}{c^2}\,\mathbf{v}_a(t')\left\{-\frac{1}{2}V^2 + \left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{v}_a(t')\right)\right\} - \frac{\mathbf{V}}{2c^2}\left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{v}_a(t')\right) + \frac{1}{c^2}\,\dot{\mathbf{v}}_a(t')\left\{-\frac{1}{2}V^2 t' + \left(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a(t')\right)\right\}, \quad (26.35)$$

где $\dot{\mathbf{v}}_a$ есть производная от $\mathbf{v}_a$ по своему аргументу.

Заметим, что связь между t и t' зависит от номера частицы a; это вполне понятно, так как пересчет к новой одновременности требует, для различных частиц, введения различных поправок. Старое определение одновременности, принятое в первоначальной системе отсчета, означало одинаковость значений t для всех частиц (причем значения t' оказываются различными). При новом же определении одновременности, принятом в преобразованной системе отсчета, рассматриваются уже одинаковые для всех частиц значения t' (и различные t). Поэтому мы можем не писать при t' значка a. Заменяя, кроме того, символ t' буквой t без штриха и опуская этот аргумент во всех функциях, входящих в формулы (26.33) и (26.35), мы можем эти формулы написать короче в виде

$$\mathbf{r}'_a = \mathbf{r} - \mathbf{V}t + \frac{1}{c^2}\mathbf{v}_a\left\{-\frac{1}{2}V^2t + (\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a)\right\} - \frac{\mathbf{V}}{2c^2}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a), \tag{26.36}$$

$$\mathbf{v}'_a = \mathbf{v}_a - \mathbf{V} + \frac{1}{c^2}\mathbf{v}_a\left\{-\frac{1}{2}V^2 + (\mathbf{V}\cdot\mathbf{v}_a)\right\} - \frac{\mathbf{V}}{2c^2}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{v}_a) + \\ + \frac{1}{c^2}\dot{\mathbf{v}}_a\left\{-\frac{1}{2}V^2t + (\mathbf{V}\cdot\mathbf{r}_a)\right\}. \tag{26.37}$$

Таков будет вид новых функций $\mathbf{r}'_a$, $\mathbf{v}'_a$, выраженных через новую независимую переменную (обозначенную нами той же буквой, как и старая).

Выведенные нами формулы являются приближенными; однако, если считать, что скорости V и v_a — одного порядка, то сделанные в них пренебрежения — в точности те же, какие приходится делать при построении функции Лагранжа (при учете запаздывания), и они лежат поэтому в существе задачи.

Уравнения движения получаются, как известно, путем вариации интеграла действия

$$S = \int_{(1)}^{(2)} L\,dt, \tag{26.38}$$

причем, если (как обычно) функция Лагранжа зависит только от координат и скоростей (и, быть может, от времени), то они имеют вид

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} - \frac{\partial L}{\partial x_a} = 0 \quad \text{и т. д.} \tag{26.39}$$

Если же в функцию Лагранжа входят также и ускорения, то уравнения движения должны быть написаны в виде

$$-\frac{d^2}{dt^2}\frac{\partial L}{\partial \ddot{x}_a} + \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} - \frac{\partial L}{\partial x_a} = 0 \quad \text{и т. д.,} \tag{26.40}$$

где $\ddot{x}_a$, $\ddot{y}_a$, $\ddot{z}_a$ — составляющие ускорения a-той частицы.

Если интеграл действия S инвариантен по отношению к преобразованию Лоренца, то уравнения движения будут, очевидно, ковариантными.

Рассмотрим, например, уравнения движения одной частицы, получаемые из функции Лагранжа (26.01). В этом случае интеграл действия может быть написан в виде

$$S = -mc^2 \int d\tau + \frac{e}{c} \int \sum_{k=0}^{3} A_k \, dx_k \tag{26.41}$$

(где $x_0 = ct$). Его инвариантность вытекает из инвариантности дифференциала собственного времени $d\tau$ и составленной из потенциалов линейной дифференциальной формы (24.02).

Но для ковариантности уравнений инвариантность интеграла действия S не является необходимой: достаточно, чтобы преобразование Лоренца не меняло *вариации* интеграла действия. Это видно уже на примере выражения (26.41). Если мы совершим над потенциалами градиентное преобразование вида (26.17), где χ — некоторая функция, то S заменится на

$$S' = S - \frac{e}{c}(\chi^{(2)} - \chi^{(1)}), \tag{26.42}$$

где $\chi^{(1)}$ и $\chi^{(2)}$ — значения функции χ на нижнем и на верхнем пределе. Но так как на пределах вариации исчезают, то будет

$$\delta S' = \delta S, \tag{26.43}$$

и уравнения движения не изменятся, как это и должно быть, поскольку градиентное преобразование потенциалов не меняет поля.

Применим эти рассуждения к уравнениям движения системы взаимодействующих зарядов и к функции Лагранжа (26.23). Обозначим через $L'(t')$ выражение, полученное из функции Лагранжа $L(t)$ заменой $\mathbf{r}_a(t)$ на $\mathbf{r}'_a(t')$ и $\mathbf{v}_a(t)$ на $\mathbf{v}'_a(t')$ по формулам (26.33) и (26.35). Если первоначальный интеграл действия был

$$S = \int_{(1)}^{(2)} L(t)\, dt, \tag{26.44}$$

то преобразованный интеграл будет

$$S' = \int_{(1)}^{(2)} L'(t')\, dt'. \tag{26.45}$$

Таким образом, изменение интеграла действия в результате преобразования Лоренца равно

$$S' - S = \int_{(1)}^{(2)} L'(t')\, dt' - \int_{(1)}^{(2)} L(t)\, dt \tag{26.46}$$

или, если мы в первом интеграле обозначим переменную интегрирования t' той же буквой t, как и во втором,

$$S' - S = \int\limits_{(1)}^{(2)} L'(t)\, dt - \int\limits_{(1)}^{(2)} L(t)\, dt. \tag{26.47}$$

Здесь $L'(t)$ есть выражение, получаемое из $L(t)$ заменой $\mathbf{r}_a$ на $\mathbf{r}'_a$ и $\mathbf{v}_a$ на $\mathbf{v}'_a$ по формулам (26.36) и (26.37).

Из соотношения (26.47) следует, что для ковариантности уравнений движения достаточно, чтобы разность

$$\{L'(t) - L(t)\}\, dt = dF \tag{26.48}$$

была полным дифференциалом некоторой функции F. В самом деле, тогда будет

$$S' - S = F^{(2)} - F^{(1)}, \tag{26.49}$$

где $F^{(2)}$ и $F^{(1)}$ — значения функции F на пределах, и, следовательно, вариации интегралов S и S' будут друг другу равны.

Выполняя вычисления, мы можем убедиться, что соотношение (26.48) действительно выполняется, причем функция F равна

$$\begin{aligned} F = \sum_a \Big(-m_a + \frac{1}{2} m_a \frac{v_a^2}{c^2} - \frac{e_a}{2c^2} \sum_{\substack{b \\ (b \neq a)}} \frac{e_b}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|} \Big) \Big((\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_a) - \frac{V^2}{2} t \Big) - \\ - \frac{1}{c^2} \sum_a m_a (\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_a)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{v}_a) + \\ + \frac{V^2}{2c^2} \sum_a m_a (\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_a) + \frac{V^4}{8c^2} \sum_a m_a t. \end{aligned} \tag{26.50}$$

Тем самым доказано, что получаемые из функции Лагранжа (26.23) или (26.24) уравнения движения действительно ковариантны (в данном приближении) по отношению к преобразованию Лоренца.

§ 27. Вывод законов сохранения в механике системы точек

Обратимся теперь к выводу интегралов уравнений движения. Для этого рассмотрим изученное в § 23 бесконечно малое преобразование Лоренца, содержащее все десять параметров. Напомним, что параметры эти таковы: изменение начала счета времени τ, смещение начала пространственных координат $\mathbf{a}$, переход к системе отсчета, движущейся относительно первоначальной со скоростью $\mathbf{V}$, бесконечно малый поворот пространственных осей на величину $\boldsymbol{\omega}$. Нам нужно вычислить получаемое в результате такого преобразования изменение вида функций от времени, представляющих координаты каждой частицы. Это изменение $\delta\mathbf{r}_b$ происходит от двух причин: