

3. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

Свою знаменитую работу «К электродинамике движущихся тел» Эйнштейн начинает указанием на то, что электродинамика Максвелла в применении к движущимся телам приводит к асимметрии, не свойственной, по-видимому, самим явлениям. «Вспомним, например, — пишет Эйнштейн, — электродинамическое взаимодействие между магнитом и проводником с током. Наблюдаемое явление зависит здесь только от относительного движения проводника и магнита, в то время как, согласно обычному представлению, оба случая, в которых либо одно, либо другое из этих тел является движущимся, должны быть строго разграничены» [31, стр. 133—134]. Если проводник покоится, а магнит движется, то вокруг магнита возникает электрическое поле, обладающее некоторым количеством энергии, которое возбуждает ток в проводниках. В том же случае, если движется проводник, а магнит находится в покое, вокруг магнита не возникает электрического поля; однако в проводнике все же возникает электродвижущая сила, «...которой самой по себе не соответствует никакая энергия, но которая, однако, при предполагаемом равенстве относительно движения, в обоих интересующих нас случаях, вызывает электрические токи той же силы и того же направления, как в первом случае электрическое поле» [31, стр. 133—134]. Асимметрия при взаимодействии между магнитом и проводником и неудавшиеся попытки обнаружить движение Земли относительно «светоносной среды» привели к предположению, «что не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя, и даже более того, — к предположению, что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, имеют место те же самые электродинамические и оптические законы, как это уже доказано для величин первого порядка» [31, стр. 134]. Эйнштейн указывает далее, что он намерен это предположение, содержание которого в дальнейшем было названо принципом относительности, превратить в предпосылку и сделать добавочное допущение, что свет в вакууме всегда распространяется с определенной скоростью, не зависящей от состояния движения излучающего тела.

Одновременно с введением основных постулатов Эйнштейн исключает «светоносный эфир», излишний в теории относительности. Последняя опирается на кинематику твердых тел, поскольку суждения теории касаются соотношений между твердыми телами, играющими роль координатных систем. Эйнштейн начинает поэтому с кинематических вопросов, а именно — с определения понятия одновременности. Он анализирует понятие одновременности, прибегая к некоторым мысленным экспериментам. Если в точке *A* находятся часы, то наблюдатель в *A*

устанавливает время событий в непосредственной близости от A , наблюдая одновременные с этими событиями положения стрелок часов. Таким путем устанавливается A -время. Таким же образом можно установить и B -время, но нельзя этим путем установить время, общее для A и B . Эйнштейн полагает, что общее для A и B «время» можно установить, вводя определение, что «время», необходимое для прохождения света из A в B , равно «времени», которое необходимо свету, чтобы из B попасть в A . В момент t_A по A -времени электромагнитный сигнал выходит из A к B . В момент t_B по B -времени он отражается от B к A и в момент t'_A по A -времени сигнал возвращается в точку A . По определению часы в A и B синхронны, если

$$t_B - t_A = t'_A - t_B.$$

Эйнштейн допускает, что это определение синхронности может быть непротиворечиво и применено для сколь угодно многих точек и что вследствие этого допущения справедливы следующие соотношения:

«...1) если часы в B идут синхронно с часами в A , то и часы в A идут синхронно с часами в B ;

2) если часы в A идут синхронно как с часами в B , так и с часами в C , то часы в B и C также идут синхронно относительно друг друга» [31, стр. 137].

Таким путем устанавливается, что «время события» — это одновременное с событием показание покоящихся часов, находящихся в месте события. Это время Эйнштейн называет «временем покоящейся системы». Основные принципы он определяет следующим образом:

«1. Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, находящихся относительно друг друга в равномерном поступательном движении, эти изменения состояния относятся.

2. Каждый луч света движется в «покоящейся» системе координат с определенной скоростью c независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом» [31, стр. 138].

На основе этих «принципов» и установленного понятия «одновременности» Эйнштейн переходит к рассмотрению относительности длин и времен.

Вопрос о длине движущегося стержня решается с помощью двух операций: а) наблюдатель, движущийся вместе с масштабом и стержнем, измеряет длину стержня непосредственно путем прикладывания масштаба так же, как если бы измеряемый стержень, наблюдатель и масштаб находились в покое; б) наблюдатель устанавливает, в каких точках покоящейся системы находятся начало и конец измеряемого стержня в определенный момент времени t посредством установленных в покоящейся

ся системе синхронных, покоящихся часов. Расстояние между этими двумя точками, измеренное в этом случае покоящимся масштабом, есть длина, которую можно обозначать как «длину» стержня [31, стр. 139].

Длину, определяемую операцией «а», называют «длиной стержня в движущейся системе» и она, согласно принципу относительности, должна равняться длине l покоящегося стержня.

Длину, определяемую операцией «б», называют «длиной движущегося стержня в покоящейся системе» и, основываясь на вышеуказанных принципах, находят, что она отлична от величины l .

В классической физике определение одновременности в разных точках пространства не было предметом специального теоретического анализа, и вопрос об одновременности событий рассматривался лишь в смысле его практического определения. В отношении понятия времени и одновременности события классическая физика стояла целиком на точке зрения ньютоновской механики, предполагая существование единого мирового времени. Абсолютный характер одновременности классической физики связан с предположением о физических взаимодействиях, распространяющихся с бесконечной скоростью. Эйнштейновское определение одновременности и его способ синхронизации часов тесно связаны с вопросом о конечной скорости распространения электромагнитных колебаний.

В классической физике синхронизация часов в движущейся системе достигается тем, что они показывают всегда то же время, что и часы в неподвижной системе в точке, мимо которой проходит движущаяся система. Согласно Эйнштейну, такая регулировка часов не приводит к синхронности часов. Предположим, что часы в точках A и B помещены на концах одного стержня, т. е. жестко связаны между собой. Стержень покоится в системе K' , движущейся в направлении стержня AB с постоянной скоростью относительно системы K . В системе K движение стержня происходит со скоростью v , а движение света со скоростью c . С точки зрения наблюдателя, связанного с неподвижной системой, в этом случае остается в силе закон сложения скоростей, и относительная скорость стержня и света будет равна $c-v$ на пути из A в B и $c+v$ — при обратном переходе. По часам, покоящимся в системе K ,

$$t_B - t_A = \frac{r}{c-v}, \quad t'_A - t'_B = \frac{r}{c+v},$$

где r — расстояние AB , измеренное в системе K . Наблюдатель в системе K' , движущейся вместе со стержнем, воспринимает, что свет движется из A в B и назад со скоростью c , и, устанавливая синхронность часов B и A , он требует выполнения условия

$$t_B - t_A = t'_A - t'_B.$$

Мы видим, что часы, синхронные в неподвижной системе, несинхронны в движущейся системе и наоборот. Понятие одновременности имеет относительный характер, связанный с координатной системой. Франк и Роте показали, что если взять за основу процесс, распространяющийся с бесконечно большой скоростью, то можно прийти к понятию времени, одинакового во всех системах.

Определение одновременности должно быть основано на объективных законах движения материальных тел и отнюдь не должно выражать субъективные восприятия наблюдателей, и оно не может базироваться на рассмотрении процессов, распространяющихся с бесконечно большой скоростью. Определение одновременности отражает объективно реальные свойства движущейся материи и форм существования пространства и времени.

Многие авторы отмечали, что эйнштейновский способ синхронизации часов при помощи световых сигналов с учетом их запаздывания представляется настолько естественным, что на первый взгляд может показаться, как будто он не содержит в себе ничего характерного для теории относительности. Однако это далеко не так. Указанный Эйнштейном способ синхронизации, базирующийся на том, что события, одновременные в одной системе отсчета, отнюдь не являются одновременными в другой системе отсчета, не только не произволен, но является единственно рациональным с релятивистской точки зрения.

Эйнштейн при анализе понятия одновременности прибегал к мысленным экспериментам. Положим, что по рельсам идет очень длинный поезд с постоянной скоростью. Люди, едущие в поезде, принимают поезд за тело отсчета и относят все события к поезду. Рассмотрим две системы отсчета: систему отсчета, связанную с Землей, и систему, связанную с поездом, движущимся прямолинейно с постоянной скоростью. Один наблюдатель, снабженный регистрирующим прибором, находится на Земле около пути следования поезда, а другой — в поезде.

Если два события, например удары молнии в A и B , одновременны относительно полотна дороги, т. е. световые лучи, исходящие из точек A и B , встречаются в середине участка полотна AB , то будут ли они одновременны и относительно поезда? Наблюдатель, движущийся вместе с поездом, приходит к выводу, что луч света приходит раньше с того конца пути, навстречу которому он движется, и, следовательно, события, одновременные относительно полотна дороги, неодновременны относительно поезда.

Метод определения одновременности вызвал ряд возражений. «Я,— писал Хвольсон,— пока убежден, что введение часов при изложении принципа относительности никакой пользы принести не может, ничего не разъясняет, но способно вызвать

недоумения и недоразумения, так как понятие о часах является элементом, чуждым сущности дела. Часы — это физический инструмент; часы бывают пружинные и с маятником, но часами могут служить и всякие тела, равномерно повторяющие какое-либо движение..., но говорить о том, как будет себя вести этот физический инструмент при тех условиях, с которыми имеет дело теория относительности, по моему мнению, совершенно невозможно» [32].

Однако, при всей резкости приведенной цитаты, она лишь указывает на необходимость глубокого и всестороннего критического разбора вопроса о часах.

Рейхенбах, Эддингтон и другие предложили неправильную концепцию одновременности. Они полагают, что эйнштейновскому определению одновременности необходимо придать конвенционалистский характер. Свое предположение они объясняют тем, что якобы при установлении времени удаленных событий появляется порочный круг; для установления времени удаленного события необходимо пользоваться сигналами. Пользование сигналами предполагает, что скорость света в определенном направлении известна. Измерение же скорости требует установления одновременности пространственно разобщенных событий.

В. А. Фок, анализируя эйнштейновское определение одновременности, считает его не произвольным, но единственно рациональным определением. Многие авторы считают, что закон постоянства скорости света содержит уже положение о равной скорости света в противоположных направлениях.

В работах Робба, Каратеодори, Милна и других критически трактовались вопросы кинематики световых сигналов и временной последовательности событий.

В 1953 г. Айвс подверг критике эйнштейновское определение одновременности событий, поскольку оно основано на предположении о равенстве скоростей света в направлении, противоположном направлению движения системы и в направлении, совпадающем с направлением движения системы.

Айвс указывает на два рода опытов по определению скорости света. В одних опытах, первого рода, время между испусканием и обратным получением сигнала определяется по одним и тем же часам. В опытах второго рода время между испусканием и получением сигнала определяется как разность показаний двух часов, находящихся в разных точках пространства, показания которых синхронизованы. Существование двух способов определения скорости света известно давно; уже Максвелл в письме к Тодду указывал, что способ определения скорости света по затмениям спутников Юпитера соответствует второму способу. По существу об этом методе писал Декарт в своих письмах к Бекману.

В противоположность классической физике, в которой отрезок или длина стержня считались абсолютными, в теории относительности один и тот же стержень имеет различную длину в разных системах отсчета. Максимальную длину стержень имеет в той системе отсчета, в которой он покоится. Стержень, покоящийся в данной системе, всегда кажется укороченным, если его длину измерять в другой системе, движущейся относительно первой. Сокращаются при этом те размеры стержня, которые параллельны направлению движения системы отсчета.

«Я укладываю, — пишет Эйнштейн, — метровую линейку по оси x' системы K' таким образом, чтобы начало ее находилось в точке $x'=0$, конец — в точке $x'=1$. Какова длина метровой линейки относительно системы K ?» [33].

Чтобы решить эту задачу, надо определить только, где находится конец x_2 и начало x_1 линейки относительно K в момент времени t . Из первого уравнения преобразований Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

при $t=0$ имеем

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ x_2 &= 1 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}, \end{aligned}$$

откуда

$$x_2 - x_1 = \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Сокращение масштаба, полученное при таком способе рассмотрения, в точности соответствует сокращению тел, согласно гипотезе Фицджеральда и Лоренца, отличаясь от лоренцовского по своему физическому смыслу.

Многие противники теории относительности стремились объяснить релятивистские эффекты сокращения тел специально придуманными механизмами или динамическими закономерностями взаимодействий тел и поля. Они стремились отказаться от постановки вопроса об общих законах четырехмерного пространственно-временного континуума и процессы чисто кинематические стали трактовать динамически. Этот шаг назад к Лоренцу не оказался плодотворным.

Эйнштейн рассматривает два последовательных показания часов, помещенных в начале координат $x'=0$ системы K' , разделенных интервалом в 1 сек: $t_1=0$ и $t_2=1$. Из соотношений

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{и} \quad t' = \frac{t - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

имеем

$$t_1 = 0, \quad t_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Относительно системы K часы движутся со скоростью v , и между двумя указанными показаниями часов с точки зрения наблюдателя в этой системе проходит не 1 сек, а большее время. Идеальные часы в системе, в которой они покоятся, имеют всегда одинаковый ход, показывая «собственное время» системы. Собственное время системы формально тождественно «местному времени» Лоренца. Однако у Лоренца «местное время» играет лишь вспомогательную математическую роль в противоположность абсолютному, или истинному, времени. В теории Эйнштейна «абсолютное» время не отражает процессы объективного мира, оно не имеет никакой физической реальности. Не существует никаких возможностей для отыскания и отбора абсолютно времени среди множества равноправных местных времен движущихся систем отсчета.

В последнее время возрос интерес к так называемому «парадоксу с часами». Наблюдатель A покоится в начале координат O инерциальной системы S . Наблюдатель B сначала покоится в той же точке O , затем движется по оси x равномерно. Достигнув точки C , он поворачивает и с той же скоростью, по тому же пути движется обратно к точке O . При этом пренебрегают временем, затраченным на ускорение при отправлении в путь, повороте и прибытии наблюдателя в исходную точку O . Наблюдатели A и B имеют идеальные часы, по которым они определяют свое собственное время. Часы наблюдателя B при возвращении его в исходную точку O будут отставать от часов наблюдателя A . Однако две системы, движущиеся указанным образом, равноправны, и можно считать наблюдателя B покоящимся, а наблюдателя A — совершающим тот же путь, в противоположном направлении. Парадокс состоит в том, что одновременно часы наблюдателя A опережают часы наблюдателя B , а часы B опережают часы A .

В действительности принцип относительности применяется лишь к системам, движущимся прямолинейно и равномерно друг относительно друга; здесь же мы имеем негалилееву систему B , движущуюся с ускорением. Парадокс возник потому, что мы считаем эти две системы с точки зрения принципа относительности тождественными, в то время как одна из них, для того чтобы вернуться обратно, должна в точке C изменить свою скорость, т. е. должна иметь ускорение.

В обширной литературе по теории относительности мы чаще всего встречаемся с традиционным эйнштейновским изложением, когда отправным пунктом служит точка зрения относительности, а безотносительное определено как инвариант преобразования координат. Отмечалось, что такое построение теории, идущее от относительного, хотя и отвечает в первую очередь логике и наблюдениям, таит в себе опасность неверного представления, что относительное зависит от точки зрения наблюдателя.

Эйнштейн вслед за анализом основных понятий и установления основных принципов переходит к теории преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, находящейся в равномерно поступательном движении относительно первой, и устанавливает физическое значение полученных уравнений для движущихся твердых тел и движущихся часов. Последний вопрос, которым Эйнштейн заканчивает кинематическую часть излагаемой работы, — это вопрос о сложении скоростей.

Если понятия «истинного» или «абсолютного» пространства подверглись в физике критике и до Эйнштейна, то «истинное» и «абсолютное» время не вызывало сомнения, и его универсальность, абсолютность и единственность почти не подвергались сомнению. Впоследствии стало ясно, что «истинного» времени в смысле классической физики не существует.

Лоренц весьма близко подошел к новому, релятивистскому пониманию; он ввел «местное» время и пользовался физическим содержанием этого понятия с целью лучшего понимания гипотезы сокращения тел. Но признать новую концепцию времени Лоренц, глубокими корнями связанный с классической физикой, не сумел, и это стало заслугой лишь Эйнштейна. Это признавал и писал об этом в дальнейшем сам Лоренц. Минковский также признавал определяющее значение Эйнштейна в развитии учения о времени, но подвергал сомнению его роль в анализе пространственных представлений.

Минковский писал: «Понятия пространства ни Эйнштейн, ни Лоренц не касались, может быть, потому, что при вышеупомянутом специальном преобразовании, при котором плоскость x, t совпадает с плоскостью x_1, t_1 , возможно толкование, что ось x сохраняет свое положение. Попытку перешагнуть через понятия пространства соответствующим образом в самом деле можно было бы расценить как некоторую дерзость математической мысли» [34].

Нет сомнения в том, что Минковский, выдвинув после Пуанкаре в более широком смысле вопрос о группе преобразований, относительно которой должны быть инвариантны основные уравнения физики, и показав четырехмерный характер теории относительности, внес существенный вклад в дальнейшее развитие пространственно-временных представлений современной физики; однако весьма спорным кажется тезис о том, что понятия пространства не рассматривались или не были развиты Эйнштейном и Лоренцом.

М. Борн в очерке «Воспоминания о Германе Минковском» очень рельефно описывает отношение Минковского к Лоренцу и Эйнштейну. «Минковский цитировал также и Эйнштейна, — пишет Борн, — и примерно следующим образом высказался относительно вклада в теорию относительности, сделанного Лоренцом, Эйнштейном и им самим. Лоренц верил в существование

абсолютно покоящегося эфира и абсолютного времени; временной параметр, полученный в результате преобразования, он называл местным временем и использовал его как вспомогательное понятие, не придавая ему самостоятельного физического значения. Об Эйнштейне он говорил „что тот отвергал время как понятие, однозначно определенное событиями”» [35, стр. 300]. Но при этом Минковский считал, что «понятие пространства и времени не пересмотрели ни Эйнштейн, ни Лоренц». Борн отмечает, что на это Минковский претендовал сам; однако это, по-видимому, неверно, так как из работы Эйнштейна ясно следует, что Эйнштейн сознавал полную эквивалентность всех систем отсчета и тем самым отвергал как абсолютное пространство, так и абсолютное время. Борн отмечает также, что Минковский не упоминает Пуанкаре, хотя последний еще в 1904 г. в докладе в Сан-Луи ясно изложил принцип относительности и многие его следствия и почти достиг в истолковании принципа точки зрения Эйнштейна.

При интерпретации теории относительности Минковский исходит из того, что предметом человеческого восприятия всегда являются пространственные и временные интервалы, взятые в совокупности. Никто не наблюдал пространственные положения иначе, чем в определенный момент времени, и время не иначе, чем в определенном месте. Систему значений x, y, z, t он называет мировой точкой, а многообразии всех мыслимых систем значений x, y, z, t — миром. Для обозначения объекта он пользуется понятием субстанции. Кривую, изображающую путь субстанции, он называет мировой линией. Весь мир можно представить как совокупность мировых линий и физические законы выразить как взаимоотношения между этими мировыми линиями.

Мандельштам отметил, что это сделано полностью по образцу и подобию аналитической геометрии; эта арифметизация геометрии, которая научила нас тому, что совокупности трех чисел мы называем точкой, и позволяет строить абстракции.

Вслед за определением «мировой точки» и «мира» Минковский вводит следующую основную аксиому: «Субстанция, находящаяся в любой мировой точке, всегда при надлежащем определении пространства и времени может быть рассматриваема как находящаяся в покое» [36, стр. 35]. Эта аксиома эквивалентна утверждению, что всякая скорость v всегда меньше c — скорости света в вакууме, или, что в каждой мировой точке имеет место неравенство

$$c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 > 0.$$

Геометрическая интерпретация Минковского, объединение трехмерного пространства и времени в четырехмерное многообразие имеет глубокий физический и математический смысл. Формулы преобразований Лоренца принимают симметричный вид и

рассматриваются как формулы преобразования координат при вращении четырехмерной координатной системы. Интервал между двумя событиями рассматривается как квадрат расстояния между двумя мировыми точками, что придает инвариантности интервала более ясный геометрический смысл. Наряду с тем, что четыре числа

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict$$

могут рассматриваться как проекции четырехмерного радиуса-вектора на соответствующие оси, можно рассматривать также вектор четырехмерной скорости, проекциями которого являются производные проекций четырехмерного радиуса-вектора частицы по собственному времени:

$$u_i = \frac{dx_i}{d\tau}.$$

Эйнштейн писал: «То обстоятельство, что нет объективного расщепления четырехмерного континуума на трехмерно-пространственный и одномерно-временной континуумы, имеет своим следствием, что законы природы получают свою логически удовлетворительнейшую форму лишь в том случае, когда их выражают как законы четырехмерного пространственно-временного континуума. В этом заключается сущность того значительного методического успеха, которым теория относительности обязана Минковскому...» [36, стр. 35].

Наглядную интерпретацию преобразований Лоренца как пространственных поворотов в четырехмерном пространстве легко получить, вводя по Минковскому

$$ict = \sqrt{-1} ct = x_4.$$

Представим себе мировую линию материальной точки, т. е. какое-либо явление. Связываем с этой линией систему координат, в которой материальная точка покоится и $d\tau = dt$ ($d\tau$ — есть приращение времени в системе покоя), τ называют собственным временем. Деля элемент ds мировой линии на дифференциал собственного времени, приходим к четырехмерной скорости. Как мы уже писали, Минковский исходит из группы преобразований с определенным конечным c .

В работе «Пространство и время» Минковский писал: «Чтобы доказать, что принятие группы G_c для физических законов нигде не приводит к противоречию, необходимо пересмотреть всю физику на основе допущения этой группы». Он отмечает, что этот пересмотр был в известной степени проведен Планком при анализе вопросов термодинамики и теплового излучения и самим Минковским при анализе электромагнитных и механических явлений. Для определения силы Минковский, как и Эйнштейн, прибегает к определенным проверенным формулам для пондермо-

торной силы в электромагнитном поле, применимым в тех случаях, когда принимают группу G_c .

Три «пространственных» компоненты вектора «четырёхмерной силы Минковского» представляют собой умноженные на $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ компоненты ньютоновской силы, а «временная» компонента — умноженную на $i/c\sqrt{1-v^2/c^2}$ работу силы. Вводя собственное время τ , получим:

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{dG_x}{d\tau}, & K_y &= \frac{dG_y}{d\tau}, \\ K_z &= \frac{dG_z}{d\tau}, & K_t &= \frac{dG_t}{d\tau}, \\ K &= \frac{d\mathbf{G}}{d\tau}. \end{aligned}$$

В теории относительности сложение скоростей производится по формуле

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}.$$

Эту формулу, столь отличную от классической формулы сложения скоростей, легко понять, исходя из того, что речь идет о сложении преобразований, каждое из которых представляет собой некоторое вращение. Это сложение совпадает со сложением векторов в неевклидовой геометрии.

В. Варичак отметил, что многие авторы, излагавшие специальную теорию относительности, не приписывали неевклидовой геометрии существенного значения в описании физических процессов. Так, например, Вин писал, что новая концепция пространства-времени не имеет никаких непосредственных точек соприкосновения с неевклидовой геометрией. Льюис рассматривал неевклидовы геометрии как простые логические комбинации, не имеющие никакого физического значения.

Еще более резко писал Макс Планк. Он считал, что релятивистская концепция времени «превосходит по своей смелости все, что было сделано до сих пор в области умозрительного естествознания и в философской теории познания; в сравнении с этим неевклидова геометрия, имевшая пока серьезное значение только для чистой геометрии, не больше, чем детская игрушка» [37]. Варичак стремился доказать, что геометрия Лобачевского является адекватным аппаратом исследования теории относительности. Уже давно была отмечена аналогия отношений механики электронов к механике Ньютона и гиперболической геометрии к геометрии Евклида.

Эту аналогию стремился расширить Варичак, ставя вопрос о том, нельзя ли было истолковать лоренцово сокращение как

следствие геометрической анизотропии пространства. В теории относительности правило параллелограмма сил и скоростей не имеет места, в геометрии Лобачевского не существует вообще параллелограмма. В теории относительности, изгнавшей абсолютное из физики, существует одна абсолютная скорость — c ; в геометрии Лобачевского существует абсолютная длина R . При этом Варичак сделал неверный вывод о тождественности геометрии мира Минковского и геометрии Лобачевского. Ф. Клейн доказал изоморфизм группы Лоренца и группы движения пространства Лобачевского и выяснил суть взаимосвязей мира Минковского и геометрии Лобачевского.

Зоммерфельд трактовал сложение скоростей как последовательное применение двух преобразований Лоренца, каждое из которых означает некоторое вращение. Поскольку углы определяются дугами единичного круга, то сложение означает последовательное откладывание дуг на круге радиуса i . При сложении скоростей различных направлений следует перейти к сфере, и нахождение результирующей скорости сведется к построению сферического треугольника. Мнимость дуг, приводящих к введению шара радиуса i , обоснована метрическими соотношениями геометрии мира.

В дальнейшем Паули писал: «Варичак установил также формальную связь геометрии Лобачевского — Больяи с преобразованиями Лоренца... связь с геометрией Лобачевского — Больяи, о которой идет речь, может быть кратко охарактеризована следующим образом (не замеченным Варичаком): если рассматривать dx^1, dx^2, dx^3, dx^4 как однородные координаты в проективном трехмерном пространстве, то инвариантность уравнения $(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 - (dx^4)^2 = 0$ означает введение метрики Кейли, при этом в основу кладется *действительное* коническое сечение. Все дальнейшее получается само собой на основании известных соображений Клейна» [38].

На мысль о неевклидовом истолковании теории относительности Варичака натолкнуло то, что Минковский выразил отношение скоростей в виде гиперболического тангенса. Герглотц также выразил убеждение, что неевклидова геометрия полезна при сложении скоростей.

Робб ввел понятие «быстроты» и писал, что если v — абсолютная скорость частицы по отношению к системе, то обратный гиперболический тангенс называется «быстротой». Вместо евклидова треугольника скоростей получаем треугольник «быстрот» Лобачевского.

Фок подробно останавливается на доказательстве того, что если рассматривать пространство скоростей как пространство Лобачевского, то правило сложения скоростей в теории относительности совпадает с правилом сложения векторов в геометрии Лобачевского.

В релятивистской физике построение динамики точки и системы встретилось со значительными трудностями. «В противоположность электродинамике, — пишет Зоммерфельд, — с самого начала как бы приспособленной к удовлетворению требований теории относительности (поэтому мы смогли использовать ее даже для обоснования последней), классическую механику, чтобы привести ее в согласие с теорией относительности, необходимо подвергнуть радикальнейшим изменениям» [39, стр. 361].

Представляется непоследовательной теория, в которой механические законы и принципы ковариантны относительно преобразований Галилея, а электродинамические — относительно преобразований Лоренца. Если же законы и принципы механики должны быть ковариантными по отношению к преобразованиям Лоренца, то возникает вопрос, как должны быть при этом видоизменены основные положения механики. Эйнштейн в работе «К электродинамике движущихся тел» рассмотрел динамику медленно ускоренного электрона и пришел к выражениям для продольной и поперечной массы, сохранив уравнение, согласно которому численное значение массы, умноженное на численное значение ускорения, равно численному значению силы.

Планк, исходя из принципа наименьшего действия, одним из первых рассмотрел некоторые вопросы релятивистской динамики. Эренфест поставил вопрос о том, пригодна ли динамика точки для электрона, если предположить, что электрон не обладает радиальной симметрией, но имеет некоторую эллипсоидальную форму. По этому вопросу полемизировали Эйнштейн и Борн, которые обсуждали также проблему существования абсолютно твердого тела. Теория относительности не допускает существования абсолютно твердого тела. Если бы существовали абсолютно твердые тела, то это влекло бы за собой существование сигналов, распространяющихся со скоростью, большей скорости света в вакууме, поскольку при внешних воздействиях все точки абсолютно твердого тела должны прийти одновременно в движение, ибо в противном случае имела бы место деформация тела.

Борн, вслед за Льюисом и Толменом, приводит доказательство зависимости массы от скорости, основанное на анализе мысленного эксперимента с соударяющимися шарами. Он рассматривает две системы отсчета S и S' , движущиеся друг относительно друга прямолинейно и равномерно со скоростью v . Наблюдатели A и B , покоящиеся соответственно в системах S и S' , снабжены двумя совершенно одинаковыми шарами. Каждый из наблюдателей бросает шар в направлении, перпендикулярном направлению своего движения. Момент бросания выбирается так, чтобы линия, соединяющая центры шаров в момент столкновения, была перпендикулярна направлению относительного движения систем отсчета. Симметричный удар не может изменить продольную скорость первого шара, рассматриваемого из системы

S , так же как он не может изменить продольную скорость второго шара, рассматриваемого из системы S' . Поперечные составляющие скорости изменяются при ударе. Наблюдатель из S видит, что первый шар изменил свою скорость, и отмечает это как $u_{s_1} = -U'$. Наблюдатель из S' видит, что второй шар изменил свою скорость после удара $u'_{s_2} = U'$.

Наблюдатель A бросает первый шар в направлении, перпендикулярном движению системы; следовательно,

$$u_{p_1} = 0, \quad u_{s_1} = U,$$

где u_{p_1} и $U = u_{s_1}$ соответственно продольная и поперечная составляющие скорости первого шара. Поскольку B бросает свой шар относительно штрихованной системы в противоположном направлении с той же скоростью,

$$u'_{p_2} = 0, \quad u'_{s_2} = -U.$$

Теорема сложения скоростей

$$u'_p = \frac{u_p - v}{1 - \frac{vu_p}{c^2}} \quad \text{и} \quad u'_s = u_s \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{vu_p}{c^2}}$$

позволяет найти значения всех указанных величин как в системе S , так и в системе S' :

$$u_{p_2} = v, \quad u_{s_2} = -U \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Борн обозначает массы шаров перед ударом через m_1 и m_2 и определяет составляющие полного импульса:

$$I_p = m_1 u_{p_1} + m_2 u_{p_2} = m_2 v,$$

$$I_s = m_1 u_{s_1} + m_2 u_{s_2} = m_1 U - m_2 U \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

При центральном ударе продольная составляющая скорости первого шара, рассматриваемого в системе S , не меняется, так же как не меняется продольная составляющая скорости второго шара, рассматриваемого в системе S' . Следовательно, после удара имеем

$$u_{p_1} = 0, \quad u_{s_1} = -U',$$

$$u'_{p_2} = 0, \quad u'_{s_2} = U'.$$

Пользуясь теоремой сложения скоростей и возвращаясь к нештрихованной системе, находим

$$u_{p_2} = v, \quad u_{s_2} = U' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Составляющие импульса после удара будут

$$I_p = \bar{m}_1 u_{p_1} + \bar{m}_2 u_{p_2} = \bar{m}_2 v,$$

$$I_s = \bar{m}_1 u_{s_1} + \bar{m}_2 u_{s_2} = -\bar{m}_1 U' + \bar{m}_2 U' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Из сравнения импульсов до и после удара имеем

$$m_2 v = \bar{m}_2 v,$$

$$m_1 U - m_2 U \sqrt{1 - v^2/c^2} = -\bar{m}_1 U' + \bar{m}_2 U' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Если бы масса была постоянной, то из второго равенства следовало

$$(U + U')(1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}) = 0,$$

что невозможно, так как $U \neq 0$ и $v \neq 0$.

Сравнение импульсов до и после удара не только приводит к тому, что постоянство массы несовместимо с релятивистским законом сложения скоростей и с теми основными положениями, на которых он базируется, но непосредственно приводит к установлению вида зависимости массы от скорости

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Для импульса имеем

$$I = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Поскольку определены масса и импульс, легко получить выражение для силы и кинетической энергии; следовательно, релятивистская механика обоснована независимо от электродинамики.

Часто рассматривают в качестве примера упругий удар двух шаров равной массы. Пусть до удара один из шаров находится в покое, а другой шар движется по направлению к нему со скоростью $v \ll c$. Пользуясь законами сохранения импульса и энергии классической динамики, легко показать, что если удар является нецентральной, то после столкновения шары разлетаются со скоростями, составляющими угол $\pi/2$. В релятивистской динамике различают случай малых по сравнению с c скоростей, при котором угол разлета шаров несколько меньше $\pi/2$, и случай скоростей, очень близких к c , при котором оба шара после удара должны двигаться почти в первоначальном направлении. Опыты с пучками быстрых электронов, пропущенных через камеру Вильсона, подтверждают релятивистские формулы для упругих столкновений. Электроны пучка в случае релятивистских энергий образуют с электронами, выбиваемыми из атома газа, находящегося в камере Вильсона, углы разлета меньше 90° .

Механику и электродинамику казалось целесообразным строить, исходя из принципа наименьшего действия. В 1914 г. в статье «Принцип наименьшего действия» Планк писал, что не подлежит сомнению, что принцип наименьшего действия применим с большим успехом в электродинамике вакуума. Он указал на то, что Лармор (1900), Шварцшильд (1903) вывели основные уравнения электродинамики и электронной теории из принципа Гамильтона, не прибегая к механическим гипотезам.

Он отмечает, что наиболее блестящего успеха принцип наименьшего действия достиг в современной теории относительности Эйнштейна благодаря тому, что величина действия по Гамильтону инвариантна по отношению к преобразованиям Лоренца. Еще ранее, в 1910 г., в статье «Отношение новейшей физики к механическому мировоззрению» Планк писал: «Высшим физическим законом, венцом всей системы является, по моему мнению, принцип наименьшего действия, который содержит все четыре мировые координаты в совершенно симметричном расположении. Из этого центрального принципа как бы излучаются по четырем направлениям четыре равнозначных принципа, соответственно четырем мировым измерениям. Пространственным измерениям соответствует принцип сохранения количества движения (тройной), а измерению времени соответствует принцип сохранения энергии. Никогда еще не удавалось проследить так глубоко, до самых основ, значение и общее происхождение этих принципов» [40]. Это позволяет понять подход Планка к релятивистской динамике.

В дальнейшем изложение было значительно модифицировано.

В классической механике возможно определить вид функции Лагранжа свободной частицы, учитывая, что действие инвариантно относительно преобразований Галилея и что функция Лагранжа свободной частицы зависит только от абсолютной величины скорости.

В релятивистской механике второе условие остается без изменений, а первое — заменяется требованием инвариантности относительно преобразования Лоренца. Действие S для свободной частицы дается выражением

$$S = -mc \int_a^b ds,$$

где интеграл берется вдоль мировой линии между двумя заданными событиями. Действие можно представить и в виде интеграла по времени

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt,$$

где L — функция Лагранжа,

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Отсюда можно получить релятивистские выражения для энергии и импульса.

Зависимость массы от скорости. Масса как мера инертности и гравитационных свойств тела является одной из важнейших характеристик. Как одно из основных понятий динамики, масса была введена Ньютоном, который понимал под массой количество материи, содержащейся в теле. Для определения числа, характеризующего массу, Ньютон пользуется отношением силы к ускорению, сообщаемому данному телу. Величина этого отношения измеряет инертную массу данного тела. Инертность тела проявляется при его ускорении и присуща всем физическим объектам. Этим же физическим объектам присуще и свойство взаимодействовать друг с другом, при этом масса служит мерой гравитационного взаимодействия.

Понятие о массе как о мере инертности стали переносить на другие виды движения помимо прямолинейного и равномерного, для которого оно было установлено Ньютоном. Оказалось, что массу можно определить и как емкость импульса, так называемую «массу Мопертюи», введишуюся А. Пуанкаре. Массу можно определить и как емкость живой силы, как частное от деления двойной кинетической энергии на квадрат скорости — так называемую «кинетическую массу А. Пуанкаре». В механике было известно из опыта, что масса изолированного тела или замкнутой системы тел остается постоянной при любых процессах, совершающихся в данном теле или в данной замкнутой системе.

В 1756 г. М. В. Ломоносов экспериментально открыл закон сохранения массы. В XIX в. был открыт закон сохранения и превращения энергии. Закон сохранения массы и закон сохранения и превращения энергии явились физическим выражением материалистического положения о сохранении материи и ее движения. Почти до конца XIX в. массу считали неизменным свойством частиц вещества. Предполагали, что масса тел не зависит от скорости их движения.

В дальнейшем оказалось, что закон сохранения массы нельзя сохранять в качестве отдельного принципа, но что он должен быть соединен с принципом сохранения энергии. При электризации тела масса меняется. Электризация сообщает телу дополнительную емкость количества движения, а тем самым и массу электромагнитного происхождения. Изучение зависимости массы от скорости исторически тесно связано с открытием и изучением катодных лучей.

По условиям возникновения катодных лучей различали много их разновидностей, но общим для них оказалось то, что они представляют собой поток электронов. Определения заряда, массы и скорости катодных лучей базировались на измерении действий поперечных и продольных электрических и магнитных по-

лей на движущиеся электроны. При переходе к большим скоростям было обнаружено уменьшение отношения заряда к массе. Особенно это стало заметно у β -лучей радия, обладающих скоростями, немного отличающимися от скорости света. Элементарный разбор вопроса об энергии и массе движущегося электрона показывал, что возникновение магнитного поля вызывает некоторое увеличение массы электрона. Допуская, что электрону присуща некоторая масса m_0 , имеющая характер массы обыкновенной материи, вычисляли, что весь запас энергии движущегося электрона равен

$$U = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{e^2 v^2}{3ac^2},$$

где a — радиус электрона. Отсюда находили, что возникновение магнитного поля вызывает увеличение массы электрона на величину

$$m - m_0 = \frac{2e^2}{3ac^2}.$$

Если рассматривать электрон как заряженную сферу радиуса порядка 10^{-13} см, то дополнительная инертная масса, так называемая «электромагнитная масса», имеет тот же порядок, что и масса электрона. После 1900 г. многие физики стали склоняться к мысли, что вся масса электрона имеет электромагнитную природу.

Исходя из представления о сферическом электроне, не изменяющем при движении своей формы, Абрагам вывел выражения для продольной и поперечной массы. Он нашел, что при прямолинейном переменном движении электрона вызванное им поле действует на него силой, пропорциональной его ускорению и направленной обратно направлению этого ускорения. Множитель, имеющий характер массы, назвали продольной электромагнитной массой электрона.

При рассмотрении равномерного криволинейного движения легко прийти к представлению о поперечной электромагнитной массе. Представление о сферическом электроне, не претерпевающем деформации, было заменено Лоренцом гипотезой о деформируемом электроне. Эта гипотеза позволяла в какой-то мере объяснять опыт Майкельсона. Электроны при своем движении должны принять вид сплюснутых эллипсоидов вращения, которые при скорости, равной скорости света, превращаются в круглые диски, плоскости которых расположены нормально к направлению движения. Интересно отметить, что теории Абрагама и Лоренца отличаются друг от друга, но эта разница обнаруживается только в членах порядка v^2/c^2 .

Приведенные нами теоретические исследования Абрагама, Лоренца и других стимулировали осуществление многочисленных

экспериментов по измерению отклонения быстрых электронов в электрическом и магнитном полях.

В работе «К электродинамике движущихся тел» Эйнштейн пошел к вопросу об измерении массы электрона, не прибегая к специальным предположениям о форме и заряде электрона. Эйнштейн отмечает, что результаты относительно массы справедливы также и для незаряженных материальных точек, поскольку к последней можно присоединить сколь угодно малый электрический заряд.

В опытах Кауфмана в эвакуированном сосуде из ампулы с радием испускался узкий пучок β -лучей. На пути лучей помещались две пластины конденсатора, между которыми создавалось очень сильное электрическое поле. Вне сосуда находились полюсы сильного электромагнита. Магнитное поле было параллельно электрическому полю. Вне поля, перпендикулярно к пучку катодных лучей, помещалась фотографическая пластинка. Лучи, попадая на пластинку, вызывали ее почернение, что позволяло наблюдать их отклонение. В опытах Кауфмана на пластинке была получена кривая, сильно отличающаяся от параболы. Этот опыт показал, что β -лучи разных скоростей обладают различными значениями отношения заряда к массе. Считая одинаковым заряд всех частиц, Кауфман получил, что масса β -частицы изменяется с изменением ее скорости.

Чтобы разрешить вопрос, какая из гипотез — Лоренца или Абрагама — верна, опыты Кауфмана оказались недостаточными, поскольку их погрешность превышала различие между этими теориями.

Работы Кауфмана 1902—1906 гг. в большей мере свидетельствовали в пользу Абрагама. Гайль в 1909 г. в диссертации, посвященной опытам Кауфмана, критиковал выводы последнего и показал, что в его опытах недостаточно учтены ошибки измерения и что Кауфман, по-видимому, переоценил точность результатов измерения.

В 1907 г. П. Эренфест писал, что лоренц-инвариантную электродинамику в формулировке Эйнштейна можно рассматривать как замкнутую систему; она должна дать чисто дедуктивный ответ на вопрос о твердом или деформируемом электроде. Эренфест ставит вопрос, какая из двух теорий согласуется с теорией Эйнштейна. Эйнштейн не согласился с постановкой вопроса Эренфестом и в своем ответе ему указал, что принцип относительности (или точнее принцип относительности совместно с принципом постоянства скорости света) нельзя трактовать как систему, но лишь как эвристический принцип, который сам по себе содержит лишь высказывания о твердых телах, часах и сигналах. Эйнштейн напоминает, каким путем он пришел к теории движения электронов, и указывает, что в данном случае речь идет не о системе, в которой заключены уже неявно отдельные законы, но

лишь о принципе, и что релятивистская динамика еще должна быть построена.

В 1908—1909 гг. Бухерер произвел более точные опыты, в которых электроны подвергались действию скрещенных электрического и магнитного полей. Эти опыты можно было бы истолковать в духе Лоренца — Эйнштейна.

Бестельмейер, Бидуэлл, Кэннинген и другие долго оспаривали выводы Бухерера. Опыты Гупка и исследования Ратновского (1911) также не привели к однозначному решению вопроса. Лишь в 1914 г. в диссертации Неймана, дополненной работами Шефера и опытами Гюи и Леванши, была установлена справедливость релятивистской формулы. В 1912 г. Леванши, Ратновский и другие подвергли тщательной проверке, по методу скрещенных полей, формулу Лоренца — Эйнштейна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot$$

В опытах Триккера был использован метод, предложенный Капицей для анализа электронов по скоростям. В этих опытах расходящийся пучок электронов от источника, которым служил радиоактивный препарат, испускавший электроны со скоростью до 0,8 *c*, проходил через кольцевую диафрагму. Пучок фокусировался продольным магнитным полем соленоида. Электроны с различными скоростями фокусировались в разных местах оптической оси. Измерения показали, что при скоростях электронов вплоть до 0,8 *c* изменение массы со скоростью следует формуле Лоренца — Эйнштейна с точностью 1—2%. При этих же условиях разница между формулой Лоренца — Эйнштейна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

и формулой Абрагама

$$m = m_0 \frac{3}{4} \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta} - 1 \right), \text{ где } \beta = v/c,$$

составляет 5%.

По существу, введение в практику физических исследований ускорителей, конструкция и действие которых основаны на релятивистской динамике, лишает актуальности этот спор. Однако даже в 1938 г. Цан и Слис выразили сомнение в правильности интерпретации опытов, свидетельствовавших о справедливости формулы Лоренца — Эйнштейна. Новые опыты были выполнены Рейнольдсом и другими с помощью электростатического спектрографа. Все эти опыты, как и опыты Капицы — Триккера, показали, что отклонения от формулы Лоренца — Эйнштейна не превышают 1,5% при скоростях электронов 0,7—0,8 *c*, и, следовательно

эта формула получила экспериментальное подтверждение в указанных пределах точности и интервале скоростей.

Яноши и Фараго возобновили дискуссию, считая, что опыты с движущимися в ускорителях электронами не позволяют окончательно выбирать между формулами Лоренца — Эйнштейна и Абрагама. Однако они не отрицают, что ни один экспериментальный результат не противоречит релятивистской формуле.

Инерция энергии. Вопрос об инерции энергии в теории относительности исторически связан с учением о потоке энергии и с теорией светового давления. В физике дальнего действия вопрос о локализации энергии не мог быть поставлен сколько-нибудь четко; учение же о поле, как о среде, передающей действие, привело ко многим интересным аспектам в учении об энергии, в том числе к учению о локализации и переносе энергии. Уже электродинамика Максвелла содержала выражение для плотности энергии. Дальнейшие шаги были сделаны Н. А. Умовым, Пойнтингом, Ми, создавшими учение о потоке энергии. Исследование Н. А. Умова «Уравнения движения энергии в телах», в котором он впервые ввел понятие о скорости и направлении движения энергии, о потоке энергии и о векторе плотности этого потока, тесно связаны с его исследованиями: «Теория взаимодействия на расстояниях конечных и ее приложение к выводу электростатических и электродинамических законов» (1872) и «Теория простых сред» (1873). Умов исходил из концепции, что потенциальная энергия есть не что иное, как живая сила движения некоторых сред, неощутимых для нас, и что она не может образоваться в одной простой среде. Идеи Умова о переносе энергии лишь через семь лет применил голландский физик Гринвис к исследованию вопроса о переносе энергии от одного тела к другому в случае удара упругих и неупругих шаров. В 1884 г. Пойнтинг развил понятие потока энергии для электромагнитного поля. В дальнейшем проблемами движения в средах занимались О. Лодж, В. Вин, О. Хевисайд, Г. Ми и многие другие.

С вопросом об инерции тесно связан и вопрос о световом давлении. Уже Кеплер в 1619 г., исходя из теории истечения, высказал мысль о давлении света и стремился объяснить этим давлением направление кометных хвостов (от Солнца).

Эта мысль имела хождение в XVII в., а в XVIII в. к ней обращался Эйлер. Немало было попыток и экспериментального доказательства давления световых лучей.

Теоретическое доказательство существования светового давления и его количественная оценка принадлежит Максвеллу. Представления о световом давлении имеют очень давнюю историю. В 1876 г. Бартоли доказывал существование светового давления из термодинамических соображений, а в 1884 г. Больцман вывел из термодинамических соображений выражение для давления излучения. Рядом блестящих экспериментальных исследо-

ваний П. Н. Лебедев впервые доказал существование светового давления. В 1894 г. появилась первая часть его работы «Экспериментальное исследование пондермоторного действия волн на резонаторы», а в 1895 г. — статья «Об отталкивательной силе лучей испускающих тел». Опыты Лебедева доказали, что поле обладает не только энергией, но и количеством движения; они привели к обобщению понятия импульса.

Работы Лебедева, Лоренца, Пуанкаре, Абрагама совершенно ясно показали, что закон сохранения импульса выполняется лишь в том случае, если приписать лучу электромагнитный импульс, так что закон сохранения имеет место для суммы механического и электромагнитного импульсов.

К началу XX в. проявилась недостаточность механицизма; стало совершенно ясно, что в рамках механистических представлений невозможно объяснить всю совокупность оптических и электромагнитных явлений. Усилились тенденции к электромагнитной трактовке инерции, поскольку трудно было ожидать непротиворечивой механической трактовки электромагнитных процессов. Все это повлекло за собой установление более глубоких связей между инерцией и потоком энергии.

Позднее Лауэ отметил, что из выражения для плотности импульса поля $G = S/c^2$, где S — поток электромагнитной энергии, c — скорость света, вытекает вопрос об инерции электромагнитной энергии. Дополнительный импульс олицетворяет дополнительную инертную массу. «Важнейшее значение, — пишет Лауэ, — имеет другое заключение, вытекающее из соотношения $G = S/c^2$. Если мы переместим носителя электрических зарядов, то движение соответствующего электрического поля вызовет появление магнитного поля, и их совместное существование приведет к возникновению потока энергии и импульса; если система обладает определенными свойствами симметрии, например тело представляет собой сферу, эти два вектора параллельны скорости тела. Вот здесь впервые мы сталкиваемся с инерцией электромагнитной энергии, потому что этот дополнительный импульс олицетворяет собой дополнительную инертную массу» [26, стр. 733].

В теории относительности вопрос об инерции энергии получил всестороннее развитие. Менее чем через три месяца после поступления в редакцию немецкого физического журнала «Annalen der Physik» статьи Эйнштейна «К электродинамике движущихся сред» была получена новая его работа «Зависит ли инерция тела от содержащейся в ней энергии?», в которой даны интересные результаты о взаимозависимости массы и энергии.

Эта работа тесно примыкает к первой работе Эйнштейна, в которой было показано, что

$$E^0 = E \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где E — энергия системы плоских электромагнитных волн, отнесенная к координатной системе x, y, z , а E^0 — энергия той же системы плоских волн в системе ξ, η, ζ , движущейся равномерно и прямолинейно относительно системы x, y, z со скоростью v вдоль оси x (здесь φ — угол, образованный направлением луча с осью системы). Пусть покоящееся в системе x, y, z тело имеет энергию E_0 . Энергия того же тела в координатной системе ξ, η, ζ , движущейся, как указано, со скоростью v , равна H_0 .

Пусть далее рассматриваемое тело излучает плоские волны с энергией $L/2$ в направлении, образующем угол φ с осью x , и одновременно такое же количество энергии в противоположном направлении. Эта энергия измерена относительно системы x, y, z ; тело при таком излучении остается в покое в указанной системе отсчета. Тогда

$$E_0 = E_1 + \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \right),$$

где E_1 — энергия после излучения, измеренная относительно системы x, y, z .

Эйнштейн предполагает, что закон сохранения энергии должен иметь место в обеих координатных системах,

$$H_0 = H_1 + \left[\frac{L}{2} \frac{1 - v/c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{L}{2} \frac{1 + v/c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] = H_1 + \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где H_1 — энергия тела после излучения, измеренная относительно системы ξ, η, ζ . Из приведенных соотношений можно получить

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right\}.$$

Так как $H - E$ есть кинетическая энергия с точностью до аддитивной постоянной, то

$$K_0 - K_1 = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right\},$$

где через K_0 обозначена кинетическая энергия тела, взятая относительно системы ξ, η, ζ до излучения, а через K_1 — кинетическая энергия тела, взятая относительно системы ξ, η, ζ после излучения; тогда, пренебрегая величинами выше второго порядка по v/c , находим

$$K_0 - K_1 = \frac{L}{c^2} \frac{v^2}{2}.$$

«Из этого уравнения, — пишет Эйнштейн, — непосредственно следует, что если тело отдает энергию в виде излучения, то его масса уменьшается на L/c^2 . Здесь, очевидно, несущественно, что от-

нятая у тела энергия переходит в лучистую энергию, так что мы приходим к более общему выводу: масса тела есть мера содержания энергии в этом теле; если энергия изменяется на величину L , то масса изменяется в том же направлении на величину $L/9 \cdot 10^{20}$, причем энергия измеряется в эргах, а масса — в граммах» [41].

В 1906 г. Эйнштейн рассмотрел эту проблему, не прибегая к релятивистским обоснованиям. Эта проблема была подробно изложена Лауэ; здесь мы будем следовать изложению Лауэ.

Рассмотрим достаточно большой цилиндрический объем массы M и длины L в пустом пространстве. На основаниях цилиндра поместим два тела A и B с массами m_1 и m_2 , причем $m_1 \ll M$ и $m_2 \ll M$. Тело A передает телу B некоторое количество энергии ΔE в виде электромагнитных волн; тело B полностью поглощает эту энергию. Время, необходимое для излучения, как и время, необходимое для поглощения указанной энергии, мало по сравнению с $T=L/c$. В течение времени испускания тело A получает полный импульс $G=\Delta E/c$ вследствие давления излучения. Через тело A тот же самый импульс получает цилиндр как целое. Скорость центра масс цилиндра будет $q=G/M$, и, следовательно, цилиндр сместится на расстояние $qT=L\Delta E/Mc^2$ в направлении от B к A . После того как тело B примет на себя энергию, будем перемещать его с помощью некоторой силы, действующей внутри цилиндра, до тех пор, пока оно не достигнет тела A . Обозначим массу тела B на этой стадии процесса через m_1 ; тогда центр массы цилиндра переместится на расстояние Lm_1/M в направлении от A к B . Пусть тело B передает энергию ΔE обратно A . Возвратим тело B в исходное положение снова с помощью внутренних сил. Если масса тела B , после того как оно потеряло энергию ΔE , равна m_2 , смещение центра масс цилиндра в направлении от B к A будет Lm_2/M . В конечном состоянии распределение энергии в точности соответствует исходному. Остается результирующее смещение центра масс на величину $L/M (\Delta E/c^2 + m_2 - m_1)$ в направлении от B к A . Но центр масс цилиндра не может переместиться за счет внутренних сил; смещение равно нулю, если масса тела увеличивается на величину $m_1 - m_2$, когда тело получает энергию ΔE , независимо от того, в каком виде получается эта энергия. Представляет интерес и изложение этого вопроса, данное Ланжевром в 1913 г.

Связь между энергией и импульсом можно также найти, не прибегая к мысленным экспериментам, хотя эти последние обладают большой физической наглядностью. Мысленные эксперименты, приводимые Эйнштейном, Ланжевром и Лауэ, характеризуются общностью постановки и решения проблемы, а также наглядностью.

Первой экспериментальной проверкой соотношения между массой и энергией были опыты Кокрофта и Уолтона (1931),

выполненные с помощью сконструированного и построенного ими ускорителя заряженных частиц. Поток ускоренных быстрых протонов направляется на мишень из лития. Мишень была помещена в камере Вильсона. При захвате протона ядро лития превращается в неустойчивое ядро бериллия. Ядро бериллия распадается на два ядра гелия. Ядра гелия разлетаются с большими скоростями под углом $\sim 180^\circ$. По длине пробега возникших ядер гелия определяют их суммарную кинетическую энергию.

На основании соотношения между массой и энергией масса покоя ядер должна измениться на величину $\Delta m = \Delta E/c^2$. Масс-спектроскопические исследования ядер атомов водорода, лития и гелия показывают, что изменение массы покоя ядер находится в хорошем соответствии с теоретическими расчетами.

Соотношение $E = mc^2$ подтверждено всем ходом развития ядерной физики. В 1937 г. Браунбек на основе данных о ядерных реакциях рассчитал скорость света c , используя соотношение $E = mc^2$. В литературе часто встречалась неправомерная трактовка соотношения $E = mc^2$, согласно которой различия между массой и энергией якобы не существует и что возможно превращение массы в энергию и наоборот. В действительности же мы имеем в одном случае массу покоя исходных частиц, а в других — массу частиц в движении. В этих процессах происходит превращение внутренней энергии исходных ядер в другие виды энергии. Соотношение $E = mc^2$ выражает взаимосвязь массы и энергии и представляет собой один из фундаментальных законов физики.

Эйнштейн не исключает возможности экспериментальной проверки теории с солями радия. Хотя он и уделял основное внимание анализу непротиворечивости отдельных пунктов доказательства мысленного эксперимента, он считал возможным осуществление со временем и прямого опыта.

В отличие от Эддингтона и Милна, считавших, что для теоретика, хорошо владеющего современной математикой в широком смысле этого слова, законы природы очевидны без эксперимента, Эйнштейн исходит из синтетического обобщения длинной цепи опытных результатов и возможности новых экспериментов.

Тензор энергии-импульса электромагнитного поля. В то время, как в теориях дальнего действия электромагнитную энергию формально трактовали как энергию взаимодействия электрических зарядов, механистическая теория электромагнитных явлений сводила энергию к деформации среды, т. е. к силам близкого действия. Одна из характерных особенностей сил близкого действия — возможность их сведения к натяжениям, возникающим в деформированных средах. Силы, действующие на произвольный участок среды, сводятся к силам натяжения, испытываемым поверхностью этого участка. Механистическая теория поля ста-

вила перед собой задачу сведения пондермоторных сил поля к упругим натяжениям среды.

Дифференциальные соотношения между плотностью объемных сил и компонентами тензора натяжений T_{ik} имеют вид:

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}, \\ f_y &= \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z}, \\ f_z &= \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z}. \end{aligned}$$

Эти соотношения показывают, что плотность объемных сил определяется характером изменения натяжений в пространстве. Эквивалентность объемных сил и натяжений имеет место, если при замене объемных сил соответствующими натяжениями остаются неизменными не только равнодействующая сил, приложенных к произвольному объему, но и момент этих сил N :

$$N = \int [\mathbf{r}\mathbf{f}] dV,$$

где \mathbf{r} — расстояние от точки, относительно которой определяется момент сил, до элемента объема.

Это условие приводит к симметрии тензора натяжений. При несимметричном тензоре систему натяжений нельзя заменить эквивалентным распределением объемных сил.

Хотя с отрицанием эфира в механическом смысле лишилась смысла и механическая трактовка пондермоторных сил, эти вопросы существуют не только своим математическим формализмом, но и историческим и собственно физическим своим содержанием. «Из статики электрона, — писал А. Зоммерфельд, — нам известна только лоренцова сила, действующая в точке расположения заряда. Однако при подходе с полевой точки зрения мы не можем удовлетвориться этим и должны исследовать также перенос силовых взаимодействий через вакуум, где нет никаких зарядов. Именно это обстоятельство имел в виду Фарадей, когда он говорил о силовых линиях, как об упругих трубках, переносящих натяжение и давление. Максвеллу удалось и здесь придать догадкам Фарадея ясную математическую форму. Так возник тензор натяжений Максвелла, релятивистским обобщением которого является тензор энергии-импульса» [39, стр. 352—353].

В отношении трактовки плотности энергии и потока энергии для неподвижных тел никаких трудностей не существовало. Споры возникали относительно тензора натяжений. Максвелл и

Хевисайд предполагали, что трехмерный тензор натяжений имеет вид:

$$T_{ik} = E_i D_k - \frac{1}{2} (\mathbf{ED}) \delta_i^k + H_i B_k - \frac{1}{2} (\mathbf{HB}) \delta_i^k.$$

У Герца же он принимает иную форму:

$$T_{ik} = \frac{1}{2} (E_i D_k + E_k D_i) - \frac{1}{2} (\mathbf{ED}) \delta_i^k + \frac{1}{2} (H_i B_k + H_k B_i) - \frac{1}{2} (\mathbf{HB}) \delta_i^k.$$

Зная выражение тензора в неподвижных телах, можно найти соответствующее выражение для движущихся тел, поскольку компоненты тензора в любой системе координат можно получить из значений его компонент в какой-либо одной системе. Вопрос о связи между плотностью энергии, плотностью импульса и ponderomotorными силами рассматривался в электронной теории. Из уравнений электронной теории можно было выразить закон сохранения энергии:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint \frac{1}{8\pi} (\mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2) dV = -A - \iint S_n df.$$

Полная энергия, содержащаяся в объеме, уменьшается за счет работы A , производимой в единицу времени внутри объема V , и за счет потока энергии S через поверхность f , ограничивающую объем V . Закон же сохранения импульса выполняется лишь в том случае, если наряду с импульсом G учесть еще $G_{\text{эл}}$:

$$G_{\text{эл}} = \iiint \mathbf{g}_{\text{эл}} dV,$$

где

$$\mathbf{g}_{\text{эл}} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{eh}] = \frac{S}{c^2}.$$

Выражения для энергии и импульса в электронной теории уже позволяют анализировать такие вопросы, как давление света при нормальном падении и отражении световой волны, причем становится ясно, что при падении на поглощающую стенку волна ведет себя так, как если бы единица объема ее имела инертную массу U/c^2 . Таким образом, уже в электронной теории мы встречаемся с зависимостью между энергией и инертной массой.

Тензор энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} - icg_x \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} - icg_y \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} - icg_z \\ -\frac{i}{c} S_x & -\frac{1}{c} S_y & -\frac{1}{c} S_z u \end{pmatrix}$$

как релятивистское обобщение тензора натяжений предлагался в различных формах.

Минковский предложил несимметричный тензор энергии-импульса. В 1909—1914 гг. М. Абрагам выступил с возражениями против предложенного Минковским тензора, полагая, что этот тензор должен быть симметричным. Лауэ и Паули были в дальнейшем солидарны с Абрагамом, в то время как Делленбах возражал против аргументации Абрагама. Разница в выводах из теории Абрагама и Минковского при их применении к изотропным средам мало значительна, и эксперимент не позволял установить долгое время правильность какой-либо из теорий. Абрагам исходил также из допущения, что макроскопический тензор энергии-импульса при этом равен среднему значению микроскопического тензора энергии-импульса. Этот пункт в выводе Абрагама встречал возражения.

Эйнштейн и Лауб пришли к выражению для пондермоторной силы в покоящихся телах, отличному от выражений Минковского и Абрагама. Они нашли, что наблюдаемая плотность силы, действующей на покоящийся проводник с током, состоит из поверхностной силы и объемной силы, которая пропорциональна напряженности магнитного поля, в то время как в теории Абрагама объемная сила пропорциональна магнитной индукции. Соответственно изменен и тензор энергии-импульса Эйнштейна — Лауба. Хотя тензор энергии-импульса Эйнштейна — Лауба предполагает определенные ограничения, в последнее время были указаны некоторые возможности расширения области его применимости.

Несколько иначе излагает вопрос о тензоре энергии-импульса Зоммерфельд. Зоммерфельд различает размерности силовых и количественных величин; коэффициент 4π выпадает из выражений для энергии, входящих в соотношение Умова — Пойнтинга. Он избегает тем самым приемов, к которым прибегал Лоренц для получения рационализированных уравнений, путем включения множителя $\sqrt{4\pi}$ в определение единиц заряда. Зоммерфельд исходит из плотности силы Лоренца. В определение тензора он вводит инвариант

$$\frac{1}{2} (\mathbf{H}\mathbf{B}) - \frac{1}{[2]} (\mathbf{D}\mathbf{E}) = \Lambda,$$

названный им плотностью функции Лагранжа. Интересно замечание Зоммерфельда, что трехмерная матрица, представляющая так называемый максвелловский тензор натяжений, взятая сама по себе в релятивистском смысле, не является «законной» физической величиной и становится таковой при дополнении ее энергетическими компонентами. При обобщении введенных для вакуума понятий на тела с произвольными диэлектрической и

магнитной проницаемостями: Зоммерфельд приходит к несимметричной форме тензора энергии-импульса.

В дальнейшем Новобатский вариационным методом получил выражение абрагамовского тензора энергии-импульса. Г. Маркс и Дьёрдь исходили в своих исследованиях из работы Новобатского. При исследовании вращательного момента, возникающего в кристаллическом диэлектрике, помещенном в электрическом поле, они считают, что в отличие от тензора Абрагама, тензор Минковского не приводит к правильному результату. В другой работе Г. Маркс рассматривает тензоры Абрагама, Эйнштейна — Лауба и Клейнберга как частные случаи полученного им тензора. Балаж, рассматривая два выражения для тензора энергии-импульса в макроскопическом теле, приходит к выводу, что только из симметричного тензора (Абрагам) можно вывести одновременно закон сохранения импульса и центра инерции.

4. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТРАКТОВКА ОПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛАХ ¹

Говоря об истоках специальной теории относительности Эйнштейн называет два круга вопросов: первый относится к электродинамике движущихся тел, второй — к оптике движущихся тел. Уже в своей первой работе Эйнштейн пользуется преобразованиями Лоренца для разрешения нескольких оптических проблем. К ним относятся абберация света и эффект Доплера. Эти явления — кинематические по существу, следовательно их объяснение не выходит за рамки релятивистской кинематики. Но эта их особенность четко выяснилась только после создания теории относительности, поэтому ретроспективно представляются вполне естественными многочисленными предшествующие попытки их динамической трактовки. При этом как раз и сталкивались с необходимостью принятия определенной гипотезы о характере увлечения эфира движущимися телами, что создавало непреодолимые трудности при рассмотрении всей совокупности явлений оптики движущихся тел в дорелятивистской физике (см. [42]).

Абберация света легко объясняется из основных положений релятивистской кинематики. Пусть штрихованной будет система, связанная с Землей, а нештрихованной — система, связанная с неподвижными звездами. Тогда

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad \text{и} \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}.$$

¹ Глава написана А. М. Френком.