

Это обстоятельство понимал Зеeman, который в своей статье приводит эту формулу, указывая, что релятивистский вывод был ему сообщен Лоренцом.

Наконец, опыты Физо, Майкельсона—Морли и Зеемана с водой относятся к третьему случаю, а следовательно, они должны были подтвердить формулу (III). Поскольку Физо и Майкельсон не ставили себе вопроса о влиянии дисперсии и, естественно, не могли знать о формуле Лоренца, они считали, что их результаты согласуются с формулой Френеля. По всей вероятности, их установки и не обладали достаточной для выявления дисперсионного члена точностью. Требуемой точности отвечала установка Зеемана, который и подтвердил справедливость формулы Лоренца.

Поскольку все приведенные расчеты приводятся с точностью только до членов первого порядка, все формулы совпадают с полученными в классической теории Лоренца, хотя, как уже упоминалось, в их содержание вкладывается новый смысл. Однако четкая постановка вопроса, которая позволила дать глубокий анализ и выявить все особенности рассматриваемой проблемы, стала возможной только в рамках теории относительности.

5. ОТ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ЭЙНШТЕЙНА—МИНКОВСКОГО

Исторические корни релятивистской электродинамики, непосредственно связанной с электродинамикой движущихся сред восходят, однако, к более раннему периоду и связаны со многими аспектами электродинамики в целом.

В учении об электричестве и магнетизме, в отличие от механики и оптики, важные качественные эмпирические факты стали известны лишь в XVIII в. К этому времени ньютоновский метод в области механики оказался весьма плодотворным. По-видимому, первую попытку использовать этот метод в области электричества сделал Франклин (1751).

«Идеи Франклина, — пишет Я. Г. Дорфман, — встретили, однако, резкие возражения со стороны всех тех, кто считал заведомо невозможным приписывать электрическим частицам «скрытую»... способность взаимодействовать друг с другом «на расстоянии». Противники теории Франклина отчетливо понимали, что, хотя Франклин как будто пошел по пути Ньютона, отказавшись вникать в механизм взаимодействий между зарядами, однако он вовсе не добился этой ценою тех действительно неоспоримых успехов, которых достиг Ньютон в своей теории тяготения и в небесной механике» [45].

Следуя методу Ньютона, Франклин все же принял в качестве рабочей гипотезы, что заряженное тело окружает «электрическая атмосфера».

В 1759 г. Ф. Эпинус (1724—1802) в труде «Опыт теории электричества и магнетизма» указал на закон электростатических и магнитных взаимодействий, а в 1785—1789 гг. Кулон с помощью крутильных весов экспериментально установил широко известный «закон Кулона». Хотя Эпинус в теории электростатических и магнитных взаимодействий и пользовался ньютоновским формализмом, он не одобрял учения, постулирующего действие на расстоянии.

В 1811 г. Пуассон (1781—1840) на основе количественных исследований Кулона применил теорию потенциала, развитую раньше для тяготения, к явлениям электрическим. Тем самым были заложены основы электростатики. «Действительно, — пишет М. Лауэ, — в законе Кулона или в эквивалентном ему дифференциальном уравнении Лапласа — Пуассона, а также опыте, подтверждающем постоянство потенциала на проводнике, содержится вся электростатика, поскольку диэлектрики не участвуют в явлениях» [46]. Новым существенным вкладом было открытие Г. Х. Эрстеда.

Открытие Эрстедом (1820) факта отклонения магнитной стрелки послужило исходным пунктом накопления знаний в области электромагнетизма.

В 1822 г. А. И. Ампер (1775—1836) показал взаимодействие двух цепей тока и принял это взаимодействие как исходный пункт для своего закона электродинамики.

Ампер находился под значительным влиянием Ньютона и его системы. Открыв взаимодействие электрических токов и установив его основной закон, Ампер во многом стремился к механической интерпретации, хотя характер открытых и интерпретированных им явлений носил явно немеханический характер. По мере развития учения об электромагнетизме теория была поставлена перед задачами, не разрешаемыми обычными методами, применяемыми при изучении центральных сил, действующих между материальными точками и зависящих только от расстояния. Уже в 1832 г., через несколько месяцев после открытия электромагнитной индукции, Фарадей писал о конечной скорости распространения магнетизма и электрической индукции.

В ноябре 1837 г. Фарадей развивает взгляды, что обыкновенное индукционное действие происходит не иначе, как через посредство промежуточного вещества. «Уважение, которое я питаю к именам Эпинуса (Epinus), Кэвэндиша, Пуассона (Poisson) и других выдающихся людей, которые, как мне кажется, все в своих теориях индукцию рассматривают как действие на расстоянии и притом по прямым линиям, долгое время мешало мне принять только что изложенное мнение. Правда, я всегда искал возможность, чтобы доказать правильность противоположного мнения, и время от времени ставил такие опыты, которые,

казалось мне, должны были попасть в цель; ...но лишь с недавних пор, и не сразу, чрезвычайная общность вопроса побудила меня к дальнейшему расширению моих опытов и опубликованию моих взглядов. В настоящее время я полагаю, что обычная индукция во всех случаях представляет собой действие смежных частиц, заключающееся в некоторого рода полярности, а не является действием частиц или масс на значительные расстояния» [47].

В 1846 г. В. Вебер допустил, что сила, действующая между двумя зарядами, зависит не только от расстояния, но и от скорости и ускорения. Токи Вебер рассматривал как движущиеся заряды. Закон Вебера охватывал многое из того, что было известно об электричестве, но, как заметил Лауэ, все теории Ампера, Франца Неймана, Вебера страдали тем недостатком, что они допускали мгновенное дальноедействие, и, поскольку преобладающей тенденцией становилось признание конечной скорости распространения электрических действий, они лишались почвы. Характеризуя эти теории, Максвелл писал:

«В этих теориях сила, действующая между двумя телами, рассматривается лишь как зависящая от состояния тел и их относительного положения, окружающая среда не принимается во внимание. Эти теории допускают более или менее явным образом существование субстанций, частицы которых обладают способностью действовать друг на друга на расстоянии. Наиболее полная разработка теорий этого рода принадлежит В. Веберу, который включил в нее как электростатические, так и электромагнитные явления» [48].

В письме от 19 марта 1845 г. к Веберу Гаусс писал о действии, распространяющемся во времени таким же путем, как распространяется свет, и о своем интересе к такой теории. Более рельефно эта мысль была высказана Риманом в 1858 г. Риман считал, что ему удалось найти объяснение электродинамических действий гальванических токов, исходя из предположения о их конечной скорости распространения.

В теории близкоедействия в качестве среды, передающей электрические и магнитные действия, был использован и модифицирован эфир, введенный Гюйгенсом и Френелем.

Эфир как промежуточная материальная среда, аналогичная обычным упругим телам, состоящим из отдельных частиц, связанных силами сцепления, не мог целиком удовлетворить требованиям теории, поскольку дальноедействие на больших расстояниях скрыто и заменяется дальноедействием на близких расстояниях. Эфир надо было мыслить как непрерывную среду, чуждую атомистической структуре, которая заполняет пространство без всяких промежутков. Но при этом эфир лишался тех свойств, которые приписываются обычным телам. Однако при всех затруднениях, связанных с трактовкой эфира, идея Фарадея

о промежуточной среде для передачи электрических и магнитных действий, оказалась плодотворной.

У Максвелла идеи Фарадея получили дальнейшее развитие и обоснование. Максвелл обратил особое внимание на динамику электрических явлений. В 1855—1856 гг. Максвелл дал математическую формулировку силовых линий и, благодаря тщательному анализу характера силовых линий электрического тока, вывел дифференциальное уравнение для стационарного поля, соответствующему которому каждая линия тока образует вихревую линию магнитного поля. В 1862 г. Максвелл ввел ток смещения, возникающий в диэлектрике при изменении напряженности электрического поля и дающий вместе с током проводимости замкнутый ток. В 1865 г. Максвелл вывел из созданной им теории математическое заключение об электромагнитных волнах, распространяющихся со скоростью света. Центральным пунктом электродинамики стала система максвелловых уравнений.

В период, предшествовавший созданию электродинамики Фарадея — Максвелла, как это отметили Эйнштейн и Инфельд, выражения для сил были простыми; они выражались в одинаковой форме для тяготения, электричества и магнетизма. Но введение новых, невесомых субстанций, совершенно не связанных с основной субстанцией — массой, было слишком высокой ценой за эту простоту.

Во второй половине XIX в. в физику были введены новые идеи, открывшие путь к новому взгляду на природу электромагнитных явлений, резко отличавшемуся от механистического миропонимания. Эти новые идеи получили и новую математическую форму. Система уравнений Максвелла оказалась органически связанной с кругом новых идей и представлений. «Формулировка этих уравнений является самым важным событием со времени Ньютона не только вследствие ценности их содержания, но и потому, что она дает образец нового типа законов» [49].

Работы Умова (1874) и Пойнтинга (1884) дополнили теорию Максвелла учением о потоке энергии. Система уравнений Максвелла при упрощающих допущениях о неподвижности всех материальных тел, находящихся в поле, и постоянстве величин, характеризующих свойства среды, позволяла решать многие задачи, не затрагивая вопросов структуры поля и зарядов.

Дифференциальная форма законов электродинамики была одним из крупнейших достижений не только электродинамики, но и физики в целом. Хотя интегральная форма законов электродинамики и явилась математическим выражением тех же опытных фактов, которые лежали в основании дифференциальных законов, однако последние позволили глубже проникнуть в сущность явлений и однозначно определить электромагнитное поле.

Поскольку три составляющие любого ротора (вихря) связаны тождественным соотношением

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$$

и, следовательно, не являются независимыми друг от друга, уравнения с роторами напряженностей электрического и магнитного поля, представляющие собой обобщение закона электромагнитной индукции и закона Био — Савара для магнитного поля тока, недостаточны для определения этих полей и не являются независимыми друг от друга. Для описания поля необходимы две пары уравнений

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho. \quad (4)$$

Уравнение (2) выражает опытный факт отсутствия магнитных зарядов, аналогичных зарядам электрическим, а уравнение (4) является обобщением закона Кулона.

Из математических соображений оказалось целесообразным ввести новые величины, характеризующие электромагнитное поле таким путем, чтобы каждое уравнение содержало лишь одно неизвестное. Эти новые величины — электромагнитные потенциалы.

Через напряженности полей выражены непосредственно силы, действующие на заряды и на токи, и их физический смысл наглядно определен. Потенциалы же не могут быть получены непосредственно как результат измерения. Кроме того, потенциалы определены с точностью до так называемого преобразования калибровки. Однако преобразования уравнения для потенциалов позволяют легко переходить к четырехмерной формулировке электродинамики.

Вектор-потенциал \mathbf{A} определяется уравнением

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A};$$

внося это уравнение в уравнение, выражающее закон электромагнитной индукции

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

имеем

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right),$$

или

$$\operatorname{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0.$$

При этом мы предполагаем что диэлектрическая проницаемость и магнитная проницаемость одинаковы во всем пространстве, занимаемом полем, и что в поле отсутствуют как поверхностные заряды, так и поверхностные токи. Уравнению

$$\operatorname{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0$$

можно удовлетворить, полагая

$$E = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi.$$

где φ — произвольный скаляр.

Уравнение Максвелла, устанавливающее зависимость вихря магнитного поля от плотности токов проводимости и токов смещения

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

после подстановки выражений для \mathbf{H} и \mathbf{E} через потенциалы принимает вид

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \frac{1}{\mu} (\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{\varepsilon}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Исходя из того, что два поля, описываемые одними и теми же значениями векторов напряженности поля, но отличающиеся некоторыми значениями потенциалов, могут быть тождественными в силу некоторого произвола в определении потенциалов, на потенциалы \mathbf{A} и φ накладывают дополнительное условие — условие Лоренца:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{\varepsilon \mu}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

Тогда

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} = -\frac{\varepsilon}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t};$$

следовательно,

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi \mu}{c} \mathbf{j}.$$

Подставляя в уравнение

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi \rho$$

выражение для \mathbf{D}

$$\mathbf{D}/\varepsilon = \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi,$$

имеем

$$\text{div } \mathbf{D} = \varepsilon \text{div } \mathbf{E} = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathbf{A} - \varepsilon \text{div grad } \varphi = 4\pi\rho;$$

используя соотношение

$$\text{div } \mathbf{A} = -\frac{\varepsilon\mu}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

и деля на ε , получаем

$$\frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \text{div grad } \varphi = +\frac{4\pi\rho}{\varepsilon},$$

или

$$\nabla^2 \varphi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\rho}{\varepsilon}.$$

При ε и μ , равных единице, имеем

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi\rho,$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}.$$

Доказательство инвариантности этой системы уравнений значительно легче провести, чем для системы уравнений Максвелла и Максвелла — Лоренца.

Запишем последнее уравнение в виде

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \rho \mathbf{v},$$

а условие Лоренца — в виде

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} + \frac{\partial i\varphi}{\partial x_4} = 0,$$

где $x_4 = ict$. Последнему уравнению можно придать вид

$$\sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x_\nu} = 0,$$

если A_x, A_y, A_z рассматривать как пространственные компоненты Φ_1, Φ_2, Φ_3 четырехмерного потенциала Φ_ν , а $i\varphi$ — как четвертую его компоненту Φ_4 .

Аналогично введем четырехмерный ток, т. е. к составляющим плотности тока добавим плотность заряда

$$s_v(\rho v_x, \rho v_y, \rho v_z, ic\rho);$$

тогда уравнение неразрывности

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

примет вид

$$\sum_{v=1}^4 \frac{\partial s_v}{\partial x_v} = 0,$$

а уравнения для потенциалов примут четырехмерную форму, позволяющую более наглядно представить их ковариантный характер.

Пользуясь формулами перехода, находим изменения вектора тока при переходе от системы, в которой заряд находится в состоянии покоя, к системе, по отношению к которой заряд движется со скоростью \mathbf{v} в направлении оси x :

$$s_1 = \frac{s_1^0 - i\beta s_4^0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad s_2 = s_2^0, \quad s_3 = s_3^0, \quad s_4 = \frac{s_4^0 + i\beta s_1^0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

так как

$$s_1^0 = s_2^0 = s_3^0 = 0, \quad s_4^0 = i\rho_0 c, \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right),$$

то

$$\begin{aligned} s_1 &= \rho v_x = \frac{\rho_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \\ s_2 &= \rho v_y = 0, \\ s_3 &= \rho v_z = 0, \\ s_4 &= i\rho c = \frac{i\rho_0 c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{aligned}$$

Отсюда плотность заряда

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

увеличивается при переходе от системы, по отношению к которой заряд покоится, к системе, по отношению к которой заряд движется.

Заряд же в заданном элементе объема одинаков для обеих систем

$$de = \rho dV = \rho_0 \frac{dV_0 \sqrt{1-v^2/c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \rho_0 dV_0 = de^0.$$

Построение четырехмерных инвариантных выражений можно производить и по методу, предложенному Зоммерфельдом в 1910 г. Согласно электронной теории, заряд электрона при его переходе из состояния покоя в состояние движения остается неизменным; само количество электричества есть инвариант преобразования Лоренца. Поскольку объем, который в состоянии покоя имеет размер V_0 , при равномерном прямолинейном движении со скоростью v принимает значение

$$V = V_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

то

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

К трехмерным составляющим плотности тока $\rho v_x/c$, $\rho v_y/c$, $\rho v_z/c$ прибавляем плотность заряда ρ .

Из сравнения волновых уравнений для A_x , A_y , A_z и φ легко построить четырехмерный электромагнитный потенциал. Потенциалы носят вспомогательный характер и от них можно перейти к векторам поля

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Вводя четырехмерный потенциал Φ_ν , будем иметь

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_3}, & H_y &= \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_1}, & H_z &= \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_2}; \\ E_x &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_4} \right), & E_y &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_4} \right), \\ E_z &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_4} \right), \end{aligned}$$

или в четырехмерной форме [50]:

$$F_{\nu\mu} = \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x_\mu},$$

где

$$F_{\nu\mu} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iE_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iE_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}.$$

В четырехмерной форме электромагнитное поле нельзя описать посредством двух векторов; напряженности электрического и магнитного поля сливаются в тензор второго ранга.

Уравнения Максвелла в четырехмерной форме имеют вид:

$$\frac{\partial F_{\nu\mu}}{\partial x_\mu} = \frac{4\pi s_\nu}{c}, \quad \frac{\partial F_{\nu\mu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial F_{\mu\lambda}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial F_{\lambda\nu}}{\partial x_\mu} = 0.$$

Лоренц уже в 1904 г. был весьма близок к тому, чтобы установить ковариантность уравнений электронной теории относительно установленной им группы преобразований.

Пуанкаре и Эйнштейн независимо друг от друга дали полное доказательство ковариантности уравнений электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца.

Эйнштейн записывает уравнения Максвелла — Лоренца для вакуума в покоящейся системе K и применяет полученные им преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, находящейся в равномерном поступательном движении относительно первой. Принцип относительности требует, чтобы уравнения Максвелла — Лоренца для вакуума сохраняли свой вид при переходе от покоящейся системы к системе, движущейся прямолинейно и равномерно относительно первой.

Таким образом, путем преобразования системы уравнений от покоящейся системы к движущейся и путем записи уравнений в движущейся системе получают две системы уравнений, выражающих один и тот же факт. Из полученных уравнений Эйнштейн делает выводы, что асимметрия между случаем движущегося проводника и покоящегося магнита, с одной стороны, и случаем движущегося магнита и покоящегося проводника, с другой, исчезает. Этот метод доказательства был господствующим до работ Минковского.

В дальнейшем Зоммерфельд, оценивая метод доказательства Эйнштейна, писал: «Путь, которым шел Эйнштейн при открытии специальной теории относительности в 1905 г., был крут и утомителен. Чтобы пройти его, потребовался глубокий анализ понятий пространства и времени и некоторые остроумнейшие мысленные эксперименты. Путь, который мы собираемся избрать, будет широк и удобен. Мы будем исходить из всеобщей применимости уравнений Максвелла и огромного экспериментального материала, лежащего в их основе. Наш путь окончится почти внезапно преобразованиями Лоренца со всеми их релятивистскими следствиями» [39, стр. 293].

Исходя из принципа относительности, Эйнштейн отождествлял линейные комбинации напряженности полей в покоящейся и движущейся системах. Но после того как Минковский ввел четырехмерный формализм для доказательства инвариантности основных уравнений максвелл-лоренцовской электродинамики, было достаточно, как мы видели, показать, что эти уравнения можно написать в четырехмерной тензорной форме. Работа

Минковского «Основные уравнения электромагнитных явлений в движущихся телах» имеет следующие разделы: введение, уравнения эфира, электромагнитные явления, механика. Говоря о роли Лоренца и Эйнштейна, Минковский указывает на то, что принцип относительности в том смысле, в каком он себе его мыслит, до сих пор еще не сформулирован для электродинамики движущихся сред.

Преобразования Галилея, примененные в электродинамике движущихся сред, не привели к согласию с экспериментальными результатами. Работы Герца, Эмиля Кона и других лишь вскрыли существующие в электродинамике трудности. Уравнения электронной теории принципиально позволяли ответить на основные вопросы электродинамики движущихся сред, но в то время Лоренц еще не придал теории необходимой формы.

В 1905 г. Эйнштейн не ставил перед собой задачу исследования общей структуры уравнений движущихся сред, ограничиваясь вопросами, относящимися к одному электрону. Задача эта была решена Минковским.

В своих воспоминаниях о Минковском Макс Борн рельефно характеризует его классическую работу: «Здесь мировой постулат применяется с целью установления уравнений электромагнитного поля в любой движущейся материи. В этой работе был развит весь арсенал релятивистской математики, понятия собственного времени, массы покоя, четырех-вектора и шести-вектора и т. п., которыми с тех пор повседневно пользуется каждый физик-теоретик. Уравнения поля получаются, исходя из предположения, что они сводятся к известным уравнениям Максвелла для покоящихся тел в точке, которая покоится в рассматриваемой системе отсчета. Тем самым они определены тогда для любой системы отсчета, если известна скорость рассматриваемой точки в этой системе» [35, стр. 300—301].

Анализ значения вариационных методов в электродинамике мы находим у М. Борна. Говоря о мощи принципа Гамильтона, Борн для примера рассматривает электродинамику.

«Вариационный принцип,— пишет М. Борн,— имеет что-то убедительное в том отношении, что он конденсирует огромную область явлений в одном кратком выражении, и это достоинство затем возвышается, если оно рассматривается глазами математика, который изучал теорию относительности и знает, что E и H совместно образуют так называемый шести-вектор, имеющий определенные трансформационные свойства при изменении системы координат, то есть лоренцовы преобразования пространства и времени. Так как существует только два инварианта $E^2 - H^2$ и $(\mathbf{EH})^2$ и поскольку электродинамическое действие должно быть инвариантным, оно может быть только их функцией. Прибавьте к этому постулат о том, что результирующие уравнения должны быть линейными, в этом случае действие

должно быть квадратичной функцией, и вы приходите к выражению, приведенному выше» [51, стр. 356].

И дальше Борн писал: «Последовательность исторических событий ясно показывает истинное положение вариационного принципа: он находится в конце длинной цепи рассуждений как удовлетворительная и красивая конденсация результатов. Возможно, он даже помогал найти эти результаты (хотя я в этом сомневаюсь в случае электродинамики). Но он мало имеет отношения к образованию новых фундаментальных понятий, которые являются характерными чертами электродинамики» [51].

Однако конденсация огромной области явлений в одном кратком выражении имеет большую познавательную ценность, и этим главным образом объясняется то, что эти вариационные методы нашли широкое распространение в электродинамике.

Трудно думать, что исторический путь развития классической электродинамики и системы уравнений Максвелла, как завершение очень важного ее этапа, мог пойти иначе при удачном выборе функции Лагранжа. Однако в тех случаях, когда за отправные пункты при выводе основных уравнений берутся вариационные принципы, достигается наибольшая общность [52].

Еще в 1903 г. Шварцшильд ввел «электрокинетический потенциал» $L = \varphi - \mathbf{v} \cdot \mathbf{A}$, исходя из которого получил уравнения Максвелла и уравнения движения для электрона, включая и выражение для силы Лоренца. Зоммерфельд в своем изложении принципа наименьшего действия Шварцшильда показал, что этот принцип дает возможность объединить электродинамику Максвелла и теорию электронов Лоренца в единую четырехмерную инвариантную теорию. Он дал глубокий анализ принципа и модифицировал ряд его положений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Энгельс. Диалектика природы. М., 1955.
2. Э. Мейерсон. Тождественность и действительность. СПб., 1912, стр. 494—495.
3. Р. Декарт. Избранные произведения. М., 1950, стр. 498.
4. И. Ньютон. Математические начала натуральной философии.— Собрание трудов акад. А. Н. Крылова. М.—Л., 1956.
5. А. Эйнштейн. Механика Ньютона и ее влияние на развитие теоретической физики.— Под знаменем марксизма, 1927, № 4, стр. 166—173.
6. А. Эйнштейн. Ньютон.— Природа, 1927, № 6, стр. 430.
7. А. Эйнштейн. О понятии пространства.— Вопросы философии, 1957, № 3.
8. Г. Минковский. Пространство и время.— УФН, 1959, 69.
9. К. К. Баумгарт. Работы Х. Гюйгенса по механике.— В кн. «Три мемуара по механике». М., 1951, стр. 305.
10. Д. Толанд. Письма к Серене.— Избранные сочинения. М.—Л., 1927.
11. И. Боричевский. Ньютон и Даламбер.— Архив истории науки и техники, вып. 1, стр. 88.
12. Л. Эйлер. Основы динамики точки. М.—Л., 1938, стр. 266.
13. В. И. Ленин. Соч., т. 14. М., 1947.

14. Н. И. Лобачевский. Соч., т. II. М.— Л., 1949.
15. Т. Ф. Осиповский. О пространстве и времени.— В кн. «Избранные произведения русских естествоиспытателей первой половины XIX в.» М., 1959.
16. В. И. Ленин. Соч., т. 38. М., 1958, стр. 253.
17. К. Маркс. Теория прибавочной стоимости, т. III. Л., 1924, стр. 131.
18. Ф. Энгельс. Анти-Дюринг. М., 1952, стр. 37.
19. А. Эйнштейн. Сущность теории относительности. М., 1955, стр. 31.
20. В. Гейзенберг. Открытие Планка и основные философские учения об атомах — Вопросы философии, 1958, № 11, стр. 61—69.
21. С. И. Вавилов. Соч., т. IV. М., 1956, стр. 29.
22. О. Д. Хвольсон. Курс физики, т. 5. М.— Л., 1923, стр. 347.
23. Л. И. Мандельштам. Соч., т. 5. М.— Л., 1950, стр. 168.
24. С. И. Вавилов. Экспериментальные основания теории относительности. М.— Л., 1928.
25. П. Ланжевен. Избранные труды. М., 1960, стр. 450.
26. М. Лауэ. Инерция и энергия.— УФН, 1959, 67, № 4.
27. А. Зоммерфельд. Строение атома и спектры, т. 1. М., 1956, стр. 230.
28. Х. Гюйгенс. Трактат о свете. М.— Л., 1935, стр. 17.
29. Л. И. Мандельштам. В сб. «Из предьистории радио». М., 1948, стр. 19.
30. З. Д. Августинек. Об объективном характере понятия одновременности.— В сб. «Мировоззренческие и методологические проблемы научной абстракции». М., 1960
31. А. Эйнштейн. К электродинамике движущихся тел.— В сб. «Принцип относительности». М., 1936.
32. О. Д. Хвольсон. Соч., т. 5. Изд. 2. Берлин, 1923, стр. 371.
33. А. Эйнштейн. О специальной и общей теории относительности. ПГ., 1923, стр. 31.
34. Г. Минковский. Пространство и время.— В сб. «Принцип относительности». Л.— М., 1935, стр. 191—192.
35. М. Борн. Воспоминания о Германе Минковском.— УФН, 1959, 69, № 2.
36. А. Эйнштейн. Математические основы теории относительности. ПГ., 1923, стр. 35.
37. M. Planck. Acht Vorlesungen über theoretische Physik. Leipzig, 1910.
38. В. Паули. Теория относительности. М.— Л., 1947, стр. 112.
39. А. Зоммерфельд. Электродинамика. М., 1958.
40. М. Планк. Физические очерки. М., 1925, стр. 50—51.
41. А. Эйнштейн. В сб. «Принцип относительности». М.— Л., 1935, стр. 178.
42. У. И. Франкфурт, А. М. Френк. Очерки развития оптики движущихся тел.— Труды ин-та истории естествознания и техники, т. 43. М., Изд-во АН СССР, стр. 3—49.
43. У. И. Франкфурт, А. М. Френк. Теория относительности и некоторые вопросы оптики движущихся тел.— В сб. «Эйнштейн и развитие физико-математической мысли». М., Изд-во АН СССР, 1962, стр. 210.
44. Р. Шенкленд. Беседы с Альбертом Эйнштейном.— УФН, 1965, 87, 711; А. Эйнштейн. Собр. научных трудов, т. 1, стр. 410.
45. Я. Г. Дорфман. Эпинус и его трактат о теории электричества и магнетизма.— В кн. Ф. У. Т. Эпинус. Теория электричества и магнетизма. М., 1951, стр. 468.
46. М. Лауэ. История физики. М., 1956, стр. 54.
47. М. Фарадей. Экспериментальные исследования по электричеству, т. I. М., 1947, стр. 480—481.
48. Дж. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М., 1952, стр. 251—252.
49. А. Эйнштейн и Л. Инфельд. Эволюция физики. М., 1956, стр. 134.
50. Р. Беккер. Электронная теория. Л., 1936, стр. 310.
51. М. Борн. Эксперимент и теория в физике.— УФН, 1958, 66, 356.
52. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Теория поля. М., 1961.