7. ОТКЛОНЕНИЕ ЛУЧЕЙ СВЕТА В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ СОЛНЦА

В 1907 г. в работе «О принципе относительности и его следствиях» Эйнштейн рассмотрел вопрос о влиянии тяготения на электромагнитные и оптические процессы. Он пришел к выводу, что влияние поля тяготения Земли так незначительно, что отсутствуют перспективы на сравнение результатов теории с опытом. В этих расчетах отклонения луча света не учитывается эффект кривизны пространства.

В 1911 г. в статье «О влиянии силы тяжести на распространение света» Эйнштейн вновь обращается к выдвинутой проблеме.

Лучи, проходящие вблизи Солнца, должны испытывать под влиянием его поля тяготения отклонение. В результате отклонения должно иметь место кажущееся увеличение углового расстояния между Солнцем и оказавшейся вблизи него звездой.

Опираясь на изменение хода часов в гравитационном поле, Эйнштейн находит, что скорость света в некоторой точке с гравитационным потенциалом Φ будет $c=c_0(1+\frac{\Phi}{c^2})$, где c_0 — скорость света в начале координат.

С помощью принципа Гюйгенса несложно доказать, что лучи света, распространяющиеся поперек поля тяжести, должны искривляться. Величина отклонения

$$\alpha = \frac{1}{c^2} \int\limits_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\theta=+\frac{\pi}{2}} \frac{kM}{r^2} \cos^2\theta \, ds = \frac{2kM}{c^2 \Delta},$$

k — гравитационная постоянная; M — масса небесного тела; $\Delta = r\cos\theta = s\,\mathrm{tg}\,\theta$ — расстояние от луча до центра небесного тела; $\Delta^2 = r^2 - s^2$.

Луч света, проходящий мимо Солнца, испытал бы отклонение, равное $4\cdot10^{-6}=0{,}83$ дуговой секунды.

Эйнштейн писал: «Было бы крайне желательным, чтобы астрономы заинтересовались поставленным здесь вопросом даже и в том случае, если бы предыдущие рассуждения казались недостаточно обоснованными или фантастическими...» [26, стр. 174].

В 1916 г. в работе «Основы общей теории относительности», в отличие от рассмотренных работ, Эйнштейн пришел к правильному результату, так как учитывал кривизну пространства.

В статическом гравитационном поле, согласно общей теории относительности, скорость определяется из уравнения

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu = 0.$$

Если даны отношения $dx_1 : dx_2 : dx_3$ направления луча, то из последнего уравнения можно вычислить

$$\frac{dx_1}{dx_4}, \frac{dx_2}{dx_4}, \frac{dx_3}{dx_4}.$$

Скорость (в смысле евклидовой геометрии)

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dx_4}\right)^2 + \left(\frac{dx_2}{dx_4}\right)^2 + \left(\frac{dx_3}{dx_4}\right)^2}.$$

Если $g_{\mu\nu}$ не постоянны, то лучи света должны искривляться относительно координатной системы.

Искривление

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial\gamma}{\partial x_1} dx_2,$$

где $\gamma = \sqrt{\frac{-g_{44}}{g_{22}}} = 1 - \frac{\alpha}{2r}\left(1 + \frac{x_2^2}{r^2}\right)$.

В результате

$$B = \frac{2\alpha}{\Delta} = \frac{\varkappa M}{2\pi\Delta}.$$

Луч света, проходящий мимо Солнца, испытывает отклонение в 1″7. В приложении к работе «О специальной и общей теории относительности» Эйнштейн приводит формулу $\alpha = 1{,}7$ *сек*$/\Delta$, указывающую угол отклонения α для луча света, проходящего мимо Солнца на расстоянии Δ радиусов Солнца от его центра.

К половине отклонения, вызванного ньютоновским полем тяготения Солнца, теперь прибавлена половина отклонения, вызванная искривлением пространства вблизи Солнца.

Отклонения видимых положений неподвижных звезд, расположенных «недалеко» от Солнца, наблюдают в течение полных солнечных затмений. Во всякое другое время ярко светящееся Солнце не позволяет наблюдать ближайшие к нему звезды. Звезды, которые находятся вблизи Солнца, фотографируют во время солнечного затмения и сравнивают с их же фотографией, когда Солнце находится в другой части неба. Положения звезд на фотографии, сделанной во время затмения, должны быть смещенными в радиальном направлении.

Эддингтон дал простой и наглядный вывод отклонения света. Выводится уравнение орбит. Путь частицы, свободно двигающейся в пространстве — времени, метрика которой определена

$$ds^2 = -\gamma^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 + \gamma\, dt^2,$$

где $\gamma = 1 - \frac{2m}{r}$, определяем из уравнений геодезической линии

$$\frac{d^2x_\alpha}{ds^2} + \{\mu\nu, \alpha\} \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds} = 0.$$

Полагаем $\alpha = 2$, неравные нулю члены приводят к уравнению

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\theta}{ds} - \cos\theta \sin\theta \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 = 0.$$

Координаты выбираем так, чтобы в начальный момент частица двигалась в плоскости $\theta = \pi/2$, следовательно, $d\theta/ds = 0$ и $\cos\theta = 0$, в тот же начальный момент $d^2\theta/ds^2 = 0$. Аналогично вычисляем и упрощаем уравнения, получаемые при $\alpha = 1, 3, 4$. После ряда вычислений получаем

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{m}{h^2} + 3mu^2, \quad u = \frac{1}{r}, \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = h.$$

Уравнения ньютоновских орбит имеют вид

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{m}{h^2}, \; r^2 \frac{d\varphi}{dt} = h.$$

При движении со скоростью c, $ds = 0$, $h = \infty$, уравнение орбиты

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = 3mu^2.$$

Уравнение орбиты представляет собой путь светового луча. Пренебрегая членом $3mu^2$, получим решение приближенного уравнения $\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = 0$ в виде $u = \frac{\cos\varphi}{R}$. Подставив в член $3mu^2$, имеем

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{3m}{R^2} \cos^2\varphi.$$

Частный интеграл последнего уравнения

$$u_1 = \frac{m}{R^2} (\cos^2\varphi + 2\sin^2\varphi)$$

и

$$u = \frac{\cos\varphi}{R} + \frac{m}{R^2} (\cos^2\varphi + 2\sin^2\varphi).$$

Умножим на rR и учтем, что $u = 1/r$. Тогда

$$R = r\cos\varphi \frac{m}{R} (r\cos^2\varphi + 2r\sin^2\varphi)$$

или, переходя к прямоугольным координатам $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, получим

$$x = R - \frac{m}{R}\frac{x^2 + 2yz}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

В. Л. Гинзбург приводит любопытный вывод величины отклонения, каким его можно было получить на основе представлений о световых корпускулах в классической механике.

Частица массы m, движущаяся в поле с потенциальной энергией $-\beta/r$, отклоняется на угол α:

$$\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{R_\infty^2 m^2 v_\infty^4}{\beta^2},$$

где R_∞ — прицельный параметр; v_∞ — скорость частицы на бесконечности.

«Если $mv_\infty^2/2 \gg \beta/R_\infty$, то отклонение является малым $\left(\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}\right)$, на всей траектории $v \approx v_\infty$ и, кроме того, $R \approx R_\infty$, где R—ближайшее расстояние между частицей и рассеивающим центром. В результате $\alpha \approx \frac{2\beta}{mv^2R}$ или для гравитационного поля Солнца $\alpha = \frac{2\varkappa M}{v^2R}$, где масса частицы выпала в силу предположения о равенстве инертной и тяжелой масс» [81, стр. 33—34].

При практической проверке наибольший сдвиг получается у поверхности Солнца, но свет внутренней короны мешает наблюдению ближе $2r$. Необходимо, чтобы звезды обладали достаточной яркостью, например, при $2r$ звезды 8-й и 9-й величины.

Наблюдения были проведены в 1919, 1922, 1929, 1936, 1947 1952 годах.

Попытки проверить смещения положения звезд во время полных солнечных затмений начались в 1907 г., а в 1914 г. была снаряжена специальная экспедиция в Крым для проверки формулы Эйнштейна в ее первоначальном виде. Война помешала провести необходимые наблюдения.

Не удалась и попытка, предпринятая Ликской обсерваторией во время затмения 1918 г. Надежные фотографические снимки были получены лишь во время затмения 29 мая 1919 г. Были снаряжены две экспедиции. Первая экспедиция работала в местечке Собраль в северной Бразилии. Вторая экспедиция — на острове Принсипе у берегов Африки. Солнце в это время проектировалось на область в созвездии Тельца, богатую яркими звездами. Возникающие при этом трудности описаны А. А. Михайловым. Наблюдения можно производить только фотографически с помощью длиннофокусной камеры-астрографа. При фокусном расстоянии объектива в 6 *м*, 1″,75 на пластинке соответствует линейная длина в 0,051 *мм*. Это смещение звезды, находящейся на самом краю Солнца, но ее нельзя наблюдать,

так как свет ее потонет в ярких частях внутренней короны Солнца. Перечислен и ряд других трудностей.

Свет в трубу падал через зеркало, вращающееся таким образом, чтобы компенсировать кажущееся вращение небесной сферы. В Собрале было сделано семь фотографий со звезд, находящихся вблизи Солнца. На каждой из фотографий было точно определено положение семи звезд. Две из этих звезд были на расстоянии двух солнечных радиусов от центра Солнца. Менее удачными были наблюдения на о-ве Принсипе. В сентябре 1922 г. экспедицией в Австралии были достигнуты лучшие результаты. Двойной астрограф на параллактической монтировке, следовательно, без целостата, имел фокусное расстояние 4,6 *м*.

Во время затмения на четырех снимках удалось получить изображения 80 звезд. Кэмпбэлл и Трюмплер дали окончательный результат наблюдений в виде таблицы (см. [82, стр. 84]).

Число звезд	*r**	Наблюденное	Вычисленное	Погрешность
8	2,40	+0,69″	+0,70″	—0,01
11	3,98	0,46	0,37	+0,09
10	5,26	0,39	0,24	+0,15
8	6,2	0,22	0,17	+0,05
9	7,1	0,21	0,13	+0,08
8	7,5	0,17	0,11	+0,06
11	8,3	0,08	0,08	0,00
18	9,5	—0,14	0,02	—0,16
14	11,7	—0,03	—0,03	—0,05

* *Расстояние r от центра Солнца дано в солнечных радиусах.*

Производя экстраполяцию до края Солнца, Кэмпбэлл и Трюмплер нашли:

$$\delta = +1{,}78'' \pm 0{,}17.$$

С. И. Вавилов классифицирует возможные сомнения по вопросу об отклонении лучей следующим образом: «1) Объективно ли найденное смещение и не вызывается ли оно какими-либо недостатками в измерительных приборах? 2) Если отклонения объективны, то не связаны ли они с другими причинами, не имеющими ничего общего с эффектом Эйнштейна? 3) Если отклонения объективны и вызываются полем тяготения Солнца, то достаточно ли установлена количественная сторона явления, т. е. имеем ли мы дело с полным эйнштейновским эффектом или только половинным?» [82, стр. 85].

Кроме упомянутых затмений 1919 и 1922 гг., при затмениях 1929, 1936, 1947 и 1952 гг. также проверяли эффект Эйнштейна.

Все наблюдения обнаружили наличие смещений изображений звезд в сторону, требуемую теорией относительности, а величина отклонения имеет тот же порядок, к какому приводят теоретические расчеты [83].

А. А. Михайлов в своем критическом обзоре наблюдений эффекта Эйнштейна писал: «Выведенные из измерений фотографий смещения звезд получаются сперва в виде разностей прямоугольных координат. После исправления за дифференциальную рефракцию и аберрацию, в случае надобности вычисляется радиальный компонент смещения

$$\Delta r = \Delta x \sin P + \Delta y \cos P,$$

где P — угол положения звезды относительно центра Солнца. Каждая звезда дает тогда уравнение

$$\Delta r = \frac{A}{r} + Br»[84].$$

Здесь r — расстояние звезды от центра Солнца; A/r — эйнштейновское смещение, теоретическое значение которого $A = 1'',75$, если r выражено в единицах видимого радиуса Солнца; Br — поправка масштаба.

Значение постоянной отклонения света с поправкой на масштаб дало из наблюдений затмений 1919 г. $A = 2'',07$; 1929 г.— $A = 1'',96$; 1936 г.— $A = 2'',07$; 1947 г.— $A = 2'',20$.

С удалением от Солнца смещение убывает, но пока закон этого убывания вывести не удалось.

В 1962 г. Суботович [85] предложил использовать искусственные спутники небесных тел для экспериментального наблюдения отклонения луча света при распространении в гравитационном поле. Спутники должны двигаться по строго определенным орбитам и снабжены источниками электромагнитного излучения.

Отклонение света должно измеряться не фотометрическим методом. Предлагается измерять время затмения спутника небесным телом (τ). Отклонение приведет к тому, что измеренное время затмения будет меньше рассчитанного, при условии прямолинейного распространения, на величину $\Delta\tau$.

В работе приведена таблица значений $\Delta\tau/\tau$ для искусственных спутников Луны, Марса, Солнца, Земли.

8. ГРАВИТАЦИОННОЕ СМЕЩЕНИЕ

В 1907 г. в работе «О принципе относительности и его следствиях» Эйнштейн показал, что если в точке с гравитационным потенциалом Φ находятся часы, показывающие «местное время», то в соответствии с соотношением

$$\sigma = \tau\left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right) \qquad (1)$$