

## 9. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ И КОВАРИАНТНОСТЬ

В 1907 г. Эйнштейн, определив принцип относительности как требование независимости законов природы от состояния движения системы отсчета, поставил вопрос о его применении к системам, движущимся с ускорением друг относительно друга. Он полагал, что вопрос этот должен возникнуть перед каждым, кто следил за применением принципа относительности к неускоренным системам отсчета. Эвристическую ценность предположения о распространении принципа относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета Эйнштейн усматривал в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета.

В 1910 г. в статье «Принцип относительности и его следствия в современной физике» Эйнштейн, анализируя теорию Лоренца, писал, что теория Лоренца, основанная на гипотезе эфира, не удовлетворяет принципу относительности и что не может быть приемлемой теорией, не учитывающей принцип относительности.

В 1911 г. в статье «Теория относительности» Эйнштейн полагал, что одним из устоев, на котором покоится теория относительности, является принцип относительности. Принцип относительности утверждает, что если два физика изучают законы природы, первый в неподвижной лаборатории, а второй в лаборатории, движущейся прямолинейно и равномерно, то они откроют тождественные законы природы. «В несколько более абстрактной форме можно сказать: согласно принципу относительности законы природы не зависят от движения системы отсчета» [26, стр. 175]. В данном случае «лаборатория» эквивалентна системе координат.

В 1913 г. в статье «К современному состоянию проблемы тяготения» Эйнштейн выражает ту же мысль о характере принципа относительности в несколько иной форме, а именно, он подчеркивает, что уравнения, выражающие законы природы, должны быть ковариантны по отношению к определенной группе преобразований.

В 1914 г. накануне формирования общей теории относительности Эйнштейн писал: «... „покой“ и „равномерное движение“ физически равноценны. Тогда возникает вопрос, ограничивается ли этот принцип равномерным движением. Может быть, законы природы устроены так, что они одинаковы и для двух наблюдателей, движущихся относительно друг друга неравномерно? В последние годы выяснилось, что такое обобщение теории относительно возможно и что оно приводит к общей теории относительности, в качестве первого приближения содержащей теорию Ньютона» [26, стр. 397—398].

Определение относительности в «узком» и «широком» смысле не претерпевало никаких изменений. Вопрос же о ковариантных свойствах уравнений поля в теории тяготения, основанной на общей теории относительности, до 1915 г. не получил своего решения.

В 1915 г. Эйнштейн писал: «Итак, общеизвестные факты приводят нас к общему принципу относительности, т. е. к утверждению, что законы природы следует формулировать так, чтобы они выполнялись относительно произвольно движущихся систем координат. Из сказанного выше непосредственно видно, что общий принцип относительности приводит к теории гравитационного поля» [26, стр. 423].

Общий принцип относительности в работах этого периода тесно связан с локальной неразличимостью инерционного и гравитационного поля, но не подчинен ему. Ковариантность по отношению к произвольным преобразованиям трактуется как математическая форма, наполненная определенным физическим содержанием. Эйнштейн как бы сохраняет некоторую независимость общего принципа относительности от тесно связанных с ним принципов эквивалентности и ковариантности. В период создания общей теории относительности у Эйнштейна не было колебаний по вопросу об относительности неравномерных движений. Вопрос же о характере ковариантности уравнений претерпевал различные модификации. В том же году Эйнштейн описал, как он отходил от требования, чтобы гамильтонова функция гравитационного поля была инвариантна относительно линейных преобразований.

«По этим причинам я полностью потерял доверие к полученным мной уравнениям поля и стал искать путь, который ограничивал бы возможности естественным образом. Так я вернулся к требованию более общей ковариантности уравнений поля, от которой я отказался с тяжелым сердцем, когда работал вместе с моим другом Гроссманом. Мы подошли тогда фактически очень близко к излагаемому ниже решению задачи» [26, стр. 425].

Аналогично тому, как Эйнштейн в частной теории относительности базируется на постулате о ковариантности ее соотношений относительно линейных ортогональных преобразований, теперь Эйнштейн базируется на постулате ковариантности всех систем уравнений относительно преобразований более общего вида с определителем единица.

В работе конца 1915 г., в которой впервые появилось правильное уравнение тяготения с тензором  $G_{ik}$ , Эйнштейн писал об уравнениях гравитационного поля, что это уравнения, «согласующиеся с постулатом общей теории относительности, т. е. ковариантные в общем виде по отношению к любой замене пространственно-временных переменных» [26, стр. 448]. Ковариант-

ность как математическая форма, наполненная физическим содержанием, привела к согласованию уравнений гравитационного поля с общей теорией относительности.

В 1916 г. Эйнштейн отметил, что «законы физики должны быть составлены так, чтобы они были справедливы для произвольно движущихся координатных систем». В отношении ковариантности законов природы и по вопросу о возможности выбора преимущественных систем координат Эйнштейн выразил в то время свое мнение весьма определенно и однозначно. Способ, заключающийся в определенном построении системы координат в пространственно-временном континууме не только не оказался эффективным, но и вообще не может быть применим. «...представляется, что не существует пути, который позволил бы приспособить к четырехмерному миру такие координатные системы, чтобы с помощью их можно было бы ожидать особенно простой формулировки законов природы. Поэтому не остается ничего другого, как признать все мыслимые координатные системы принципиально равноправными для описания природы. Это равносильно требованию: Общие законы природы должны быть выражены через уравнения, справедливые во всех координатных системах, т. е. эти уравнения должны быть ковариантными относительно любых подстановок (общековариантными)» [26, стр. 459].

В 1917 г. Эйнштейн дал более точную формулировку общего принципа относительности. Поскольку невозможно пользоваться твердыми телами отсчета в том смысле, в каком это производится при пространственно-временных описаниях явлений природы в специальной теории относительности, Эйнштейн вводит гауссову систему координат. Формулировка «Все тела отсчета  $K, K'$  и т. д. эквивалентны для описания природы (формулировки общих законов природы), каково бы ни было состояние движения этих тел отсчета» заменена более точно соответствующей идее общего принципа относительности формулировкой «Все гауссовы системы координат в принципе эквивалентны для формулирования общих законов природы».

В 1918 г. в ответ на критику Кречмана, что поскольку физический опыт имеет дело лишь с совпадениями, то информацию о закономерных связях между этими совпадениями можно всегда представить в виде общековариантных уравнений, Эйнштейн вновь подчеркивает тесную связь принципа относительности с вопросом о ковариантности.

Эйнштейн пишет: «а) Принцип относительности: законы природы являются лишь высказываниями о пространственно-временных совпадениях; поэтому они находят свое выражение в общековариантных уравнениях» [26, стр. 613].

Кречман же считает, что сформулированный таким образом а) принцип относительности не выясняет физического содержания законов природы, а относится к их математической формулировке. Эйнштейн не оспаривал аргументов Кречмана, но полагал, что поскольку эмпирические законы могут быть записаны в общековариантной форме, принцип а) приобретает значительную эвристическую силу. Эта ценность проявилась при решении гравитационных проблем и основана на следующем: «Из двух согласующихся с опытом теоретических систем предпочтительнее должно быть отдано той, которая проще и прозрачнее с точки зрения абсолютного дифференциального исчисления. Если гравитационной механике Ньютона придать форму ковариантных (четырёхмерных) уравнений, то легко убедиться, что принцип «а» практически (хотя и не вполне строго) исключает эту теорию!» [26, стр. 614].

В 1930 г., как бы в предчувствии будущей возможной критики общего принципа относительности, Эйнштейн писал, что для эвристического метода специальной теории относительности характерна ковариантность уравнений по отношению к преобразованиям Лоренца. Метод этот привел к вскрытию внутренней связи между энергией и импульсом, электрическим и магнитным полями, электростатическими и электродинамическими силами, инертной массой и энергией. «Этот метод привел к вопросу: правда ли, что уравнения, выражающие законы природы, ковариантны только относительно преобразований Лоренца, а относительно других преобразований не ковариантны. Однако сформулированный таким образом вопрос по существу является бессмысленным, поскольку каждую систему уравнений, конечно, можно записать в произвольных координатах.

Следует спросить, устроены ли законы природы так, что их нельзя сколько-нибудь существенно упростить, если выбрать какие-нибудь особые координаты. О том, что обнаруженный на опыте закон равенства инертной и тяжелой массы побуждает нас ответить „да“ на этот вопрос, мы упомянем лишь вкратце» [28, стр. 281].

В 1933 г. в статье «Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности» Эйнштейн кратко осветил ход развития общей теории относительности. Если стремиться к естественной теории гравитации на первом этапе развития теории, то выполнение принципа эквивалентности должно повлечь за собой распространение принципа относительности на неравномерно движущиеся системы координат. С 1908 по 1911 г. для Эйнштейна было важно понять, что теория гравитации может быть построена лишь в результате обобщения принципа относительности. Необходимо было построить такую теорию, уравнения которой сохраняют форму при нелинейных преобразованиях координат. В этот период существенную трудность представляла

физическая интерпретация координат. Проблема была решена за счет того, что реальный физический смысл был придан не дифференциалам координат, а соответствующей им римановой геометрии. В 1950 г. Эйнштейн подчеркнул более тесную связь, существующую между ковариантностью и относительностью. «Уравнения, выражающие законы природы, должны быть ковариантны по отношению ко всем непрерывным преобразованиям координат. Таков общий принцип относительности» [28, стр. 724]. Эйнштейн хочет подчеркнуть одну из сторон общей теории относительности — ковариантность ее уравнений, так как в дальнейшем он рассматривает и другие ее особенности.

Он отмечает, что согласно общей теории относительности «не существует понятия пространства, лишенного какого бы то ни было физического содержания». Он считает, что эвристическая роль общего принципа относительности не ограничена гравитацией. Постулат общековариантности законов природы Паули считает требованием, послужившим побуждением к созданию общей теории относительности. Кинематическая равноправность произвольно движущихся систем отсчета наталкивала на предположение о равноправности таких систем в динамическом и общефизическом отношении. На примере вращающейся системы отсчета Эйнштейн показал, что в негалилеевых системах пространственные и временные интервалы не определяются просто с помощью часов и твердых единичных масштабов. Евклидова геометрия в этих случаях неприменима. «Поэтому,— пишет Паули,— не остается ничего другого, как допустить рассмотрение всех мыслимых систем координат. Координаты рассматриваются как вполне произвольные параметры, произвольным однозначным и непрерывным образом поставленные в соответствие с мировыми точками (гауссовы координаты)» [94, стр. 217].

Достаточность этого описания определяется тем, что физические измерения сводятся к определению пространственно-временных совпадений. Наблюдаем лишь эти совпадения. Но поскольку два точечных события, имеющие одинаковые координаты в одной гауссовой системе, имеют одинаковые координаты в любой другой, то это приводит к обобщению принципа относительности и к выражению его как общековариантности законов природы. «Эта ковариантность оказывается возможной вследствие того, что величины  $g_{ik}$  вводятся в физические законы (выражаясь математическим законом: общие законы природы допускают после введения инвариантной квадратичной формы  $ds^2 = g_{ik} dx^k dx^i$  любые точечные преобразования)» [94, стр. 2181].

Как известно, Кречман рассмотрел вопрос о взаимосвязи между группой ковариантности и принципом относительности. Андерсон в дальнейшем кратко изложил суть утверждений Кречмана. «Для того, чтобы получить принцип относительности,

связанный с данной группой ковариантности, следует выяснить, в какой мере можно ограничивать эту группу ковариантности путем наложения нековариантных ограничений на объекты, фигурирующие в теории, не ограничивая в то же время физических возможностей, из которых исходила теория при ее формулировании. Предельно ограничив таким способом группу ковариантности, Кречман приходит к некоторой подгруппе первоначальной группы ковариантности. Эта подгруппа и принимается в качестве группы преобразований принципа относительности» [95]. Кречман сделал также попытку нормировать координатную систему. Паули оценивает как попытку Кречмана, так и попытку Ми следующим образом: «Все предложенные нормировки представляются, однако, возможными, либо имеющими практическое значение лишь в специальных случаях. В общем случае и в принципиальных вопросах общая ковариантность необходима» [94, стр. 219].

В. А. Фок и его школа, широко и плодотворно используя гармонические координаты, введенные в работах Дондера и Ланчоса, заняли обособленную позицию в трактовке принципа относительности. В. А. Фок полагает, что физическое содержание общей теории относительности сводится к закону тяготения. Этот закон определяет отклонение метрики пространства — времени от галилеевой метрики. Отстаивая положение о существовании преимущественной системы отсчета, координаты которой удовлетворяют условию гармоничности, В. А. Фок утверждает: а) что термин «общая теория относительности» приводит к недоразумениям, отражая неправильное понимание самой теории [96], б) понятие «ускоренно движущаяся система» плохо определено. Принцип относительности неприменим к ускоренному движению [97], в) принцип эквивалентности имеет локальный характер в пространстве и во времени. Лишь в случае медленных движений и для слабых и однородных полей применим принцип эквивалентности, и лишь при этих условиях можно приближенно заменить поле тяготения полем ускорения, и обратно. Принцип ковариантности не выражает физического закона [98, стр. 67—69].

В 1956 г. в статье «Уравнения движения системы тяжелых масс с учетом их внутренней структуры и вращения» В. А. Фок писал, что в специальной теории относительности в принципе существует проблема выбора координатной системы, но она в явной форме не ставится, так как координаты предполагаются галилеевыми. В общей теории относительности (по Фоку — теории тяготения) уравнения написаны общековариантным образом и вопрос о выборе координатной системы возникает сам собой. Такой преимущественной системой отсчета являются гармонические координаты. О принципиальном значении гармонической системы Фок пишет: «Принципиальное значение гармонической

системы координат основано на том, что существование такой системы отражает объективные свойства пространственно-временного континуума». [98, стр. 68]. О практических преимуществах гармонической системы В. А. Фок пишет весьма убедительно: «Практические преимущества гармонической системы координат, однако, несомненны. Введение ее позволяет, в частности, однозначным образом формулировать приближенные уравнения движения системы масс с учетом их внутренней структуры и вращения» [98, стр. 68].

В 1956 г. Ф. И. Франкль, полемизируя с Фоком, писал, что в ряде статей В. А. Фок выдвигал спорное утверждение, согласно которому гармонические координаты при выполнении некоторых условий на пространственной бесконечности всегда связаны между собой преобразованиями Лоренца. Франкль ссылаясь на свою работу 1953 г. [99]. Он полагал, что выдвинутая В. А. Фоком [100] новая формулировка, в которой к условиям на бесконечности добавлены условия «квазистационарности» как гравитационного поля, так и системы координат, есть существенное изменение положений, высказанных Фоком в предыдущих работах. По существу спор в 1956 г. шел в большей мере о корректности постановки задачи Коши в общей теории относительности.

М. Ф. Широков, признавая удачный выбор условий гармоничности, их ценность и научный интерес, указывает, что они не выражают собой физического закона. Эти произвольные условия можно сравнить с выбором цилиндрических, сферических и других координат, что во многом зависит от условий задачи. Далее М. Ф. Широков указывает, что в ньютоновской механике преимущественной системой отсчета была система, в которой центр инерции данного скопления материи покоится или движется прямолинейно и равномерно. «Существование центра инерции обеспечивалось законами сохранения массы, энергии, количества движения и момента количества движения. Такое понятие преимущественной системы отсчета для изолированного скопления материи может быть сформулировано и в общей теории относительности, так как и в этой теории показано выполнение теоремы о центре инерции в общековариантном виде, т. е. для любых систем координат, однако с галилеевскими условиями на бесконечности» [102].

В 1966 г. В. А. Фок в статье «Физические принципы теории тяготения Эйнштейна» [103] подробно выразил свою точку зрения на роль и значение гармонических координат. 1) При основном распределении масс существуют гармонические координаты, удовлетворяющие волновому уравнению и предельным условиям, выражающим евклидность на пространственной бесконечности и отсутствие волн, приходящих извне. 2) При этих условиях всегда имеет место «физическая относительность». В гармонических координатах связь между равноправными системами отсчета,

«для которых возможна физическая адаптация и имеет место физический принцип относительности», выражается преобразованиями Лоренца. 3) Нельзя утверждать, что законы природы исчерпываются тензорными соотношениями. Интегральные свойства не менее важны, чем локальные. Существование гармонических координат есть интегральное свойство пространства — времени.

В настоящее время вопрос о практическом значении гармонических координат не является спорным. Спорным остается вопрос о необходимости понятия «физической относительности» и особой преимущественной роли «гармонических координат».

Х. Цю и В. Гоффман, опираясь на формулировку Эйнштейна, гласящую, что «общие законы природы должны описываться уравнениями, справедливыми во всех системах координат, т. е. ковариантными относительно любых замен вообще (общековариантными)» [104, стр. 19], писали о существовании двух понятий этого принципа.

Первая трактовка принципа гласит, что выбор системы координат не имеет отношения к содержанию теории. В таком ограниченном смысле, не вводя нового физического содержания, можно выразить все законы физики в ковариантном виде.

Цю и Гоффман полагают, что Эйнштейн придерживался второй трактовки, а именно, «что законы природы это геометрические утверждения относительно физических объектов и что такие законы должны сохранять свою силу в пространствах с произвольными геометриями» [104, стр. 20].

В частной теории относительности на геометрию наложены априорные ограничения, соответствующие лоренц-инвариантности, в то время как в общековариантной теории геометрия определяется на основании полевых уравнений.

Дж. Андерсон полагал, что между принципом относительности для данного класса теории и соответствующей им группой ковариантности не существует взаимно однозначного соответствия, поскольку всегда существует возможность расширения группы ковариантности от конечнопараметрической группы Ли до группы, содержащей набор произвольных функций.

## **10. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА (1917—1924)**

В работе 1917 г. «О специальной и общей теории относительности» Эйнштейн рассмотрел вопрос о космологических затруднениях теории Ньютона. Первое затруднение — вопрос о системе отсчета в классической механике. Классическая механика исходит из того, что материальные точки, достаточно удаленные от других материальных точек, движутся прямолинейно и равномерно или же находятся в состоянии покоя. Этот закон выпол-