

$$\sin \alpha = \frac{v_x}{|\vec{v}(t)|}; \quad \cos \alpha = \frac{v_y}{|\vec{v}(t)|}.$$

В выбранной системе отсчета $v_x = v_0, v_y = gt$.

Модуль мгновенной скорости в любой момент времени равен

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}.$$

Следовательно, в момент времени $t = t_0$ нормальное и тангенциальное ускорения тела определяются:

$$a_n = g \sin \alpha = g \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t_0^2}};$$

$$a_\tau = g \cos \alpha = g^2 \frac{t_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t_0^2}}.$$

§ 6. Кинематика движения материальной точки по окружности

Задача I.16 Трамвай движется со скоростью \vec{v} . Радиус трамвайного колеса r , а радиус реборды R (рис. I.26). Определить скорость и направление движения точки B .

Решение. Движение колеса можно рассматривать как его вращение вокруг неподвижной точки A в данный момент времени (точка A называется мгновенным центром вращения). При движении колеса вправо его вращение происходит по

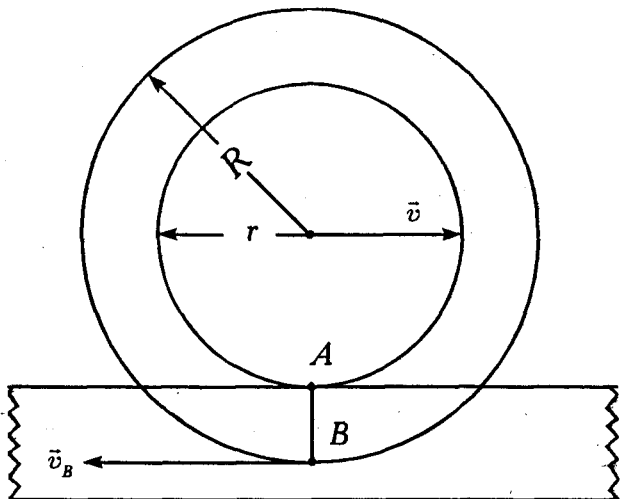


Рис. I.26

часовой стрелке. Поэтому линейная скорость точки B направлена влево и равна $v_B = \omega AB$. Угловая

скорость равна $\omega = \frac{v}{r}$, следовательно

$$v_B = \frac{v}{r}(R - r).$$

Таким образом, выбрав точку A за мгновенный центр вращения колеса, мы сильно упростили решение задачи.

Задача I.17 Мотоциклист въезжает на арену цирка со скоростью $v_0 = 72$ км/ч. Двигаясь по окружности радиусом $R = 10$ м, он проходит путь $S = 600$ м за время $t_0 = 10$ с. Определить скорость v

мотоциклиста и полное ускорение $|\vec{a}|$ в конце этого пути.

Решение. Рассмотрим движение мотоциклиста с того момента времени, когда он выехал на арену цирка. Скорость мотоцикла меняется по величине и по направлению, следовательно, в любой момент времени он будет иметь нормальное и тангенциальное ускорения. При этом полное ускорение равно

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Путь, пройденный мотоциклистом в любой момент времени, определяется по формуле

$$S = v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2},$$

величина скорости

$$v(t) = v_0 + a_\tau t.$$

Для определения скорости в конце пути необходимо знать ускорение a_τ , которое легко определить из формулы для пути:

$$a_\tau = \frac{2(S - v_0 t_0)}{t_0^2} = -24 \text{ м/с}^2.$$

Подставив это выражение в формулу для скорости, получим

$$v(t) = v_0 + a_\tau t_0 = v_0 + \frac{2(S - v_0 t_0)}{t_0^2} t_0 = \frac{2S}{t_0} - v_0 = 48 \text{ м/с}.$$

Полное ускорение мотоциклиста равно

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + a_\tau^2} = 131,6 \text{ м/с}^2.$$