

$$R_x = \frac{U_1^2 R}{U_0^2} = \frac{R}{4}.$$

Так как спираль нельзя менять и укорачивать, то от центра спирали (точка 0 на рис. VIII.19) нужно сделать отвод С, а полученные два сопротивления 0А и 0В соединить параллельно, тогда мы имеем:

$$R_x = \frac{R/2 \cdot R/2}{R/2 + R/2} = \frac{R^2}{4R} = \frac{R}{4}.$$

## IX. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА И ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

**пIX.1** Вокруг проводников с током, так же как и вокруг постоянных магнитов, существует магнитное поле, которое характеризуется вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Магнитное поле в каждой точке пространства имеет определенное направление, зависящее от направления тока, создающего это поле, и от среды, в которой находится проводник.

Магнитное поле, созданное каждым элементом тока длиной  $\Delta l$ , определяется формулой Био Савар Лапласа:

$$\vec{B}_i = \frac{\mu\mu_0 I \left[ \vec{\Delta l} \vec{r} \right]}{4\pi r^3}, \text{ или } |\vec{B}_i| = \frac{\mu\mu_0 I \Delta l \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный от элемента  $\Delta l$  в точку наблюдения,  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{\Delta l}$  и  $\vec{r}$ ,  $\mu$  — магнитная проницаемость среды,  $\mu_0$  — магнитная постоянная (рис. IX.1).

Эта формула позволяет посчитать вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ , созданный проводником с током любой формы. Так магнитное поле, созданное бесконечно длинным проводником с током  $I$ , определяется

$$|\vec{B}| = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi x},$$

где  $x$  — расстояние от проводника до точки наблюдения.

Расположение линий магнитного поля определяется правилом буравчика. Поступательное движение буравчика направляют по току, тогда направление вращения головки буравчика указывает направление линий магнитного поля. Линии магнитного поля замкнуты (рис. IX.2).

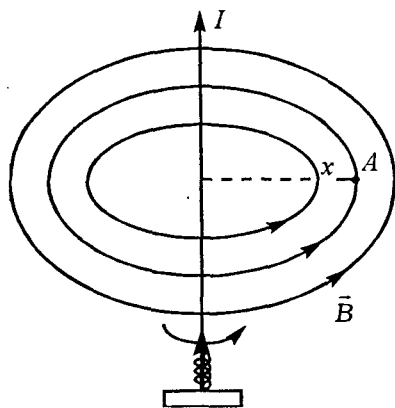


Рис. IX.2

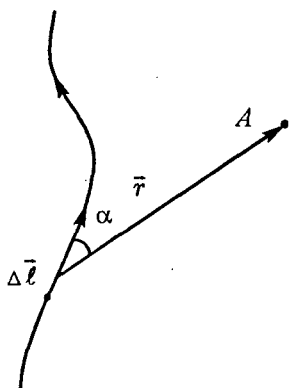


Рис. IX.1

**пIX.2** Магнитное поле, созданное витками соленоида, внутри него

$$B_c = \mu\mu_0 I \frac{N}{l},$$

где  $N$  — число витков,  $l$  — длина соленоида.

**пIX.3** При помещении в магнитное поле проводника с током на него действует сила Ампера:

$$\vec{F} = I \left[ \vec{\Delta l} \vec{B} \right], \text{ или } |\vec{F}| = I \Delta l B \sin \alpha = I \Delta l B_{\perp},$$

где  $\Delta l$  — длина отрезка с током  $I$ ,  $\alpha$  — угол между направлением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  и отрезком проводника  $\vec{\Delta l}$ . Направление этой силы определяется правилом буравчика или правилом левой руки. (Если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная к проводнику составляющая вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по току, то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец покажет направление действующей на участок проводника силы.) Правило буравчика: головку буравчика вращают от вектора  $\vec{\Delta l}$  к вектору  $\vec{B}$ , тогда направление его поступательного движения определяет направление силы  $\vec{F}$ .

**пIX.4** На заряды, движущиеся в магнитном поле, действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = q \left[ \vec{v} \vec{B} \right] \text{ или } |\vec{F}_L| = qvB_{\perp},$$

где  $q$  — положительный заряд.

Направление силы Лоренца так же определяется правилом левой руки или правилом буравчика.

**пIX.5** Поток магнитной индукции (магнитным потоком) через некоторую поверхность с площадью  $S$  называется величина

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_{\perp} S ,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором  $\vec{B}$  и перпендикуляром к поверхности  $S$  (рис. IX.3).

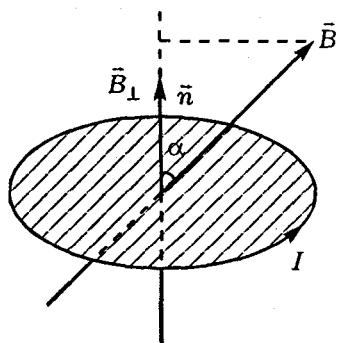


Рис. IX.3

Поток магнитной индукции может быть положительным, если составляющая проекции вектора  $\vec{B}$  вдоль нормали ( $\vec{B}_{\perp}$ ) совпадает с положительным направлением нормали  $\vec{n}$  рамки с током, или отрицательным, если составляющая  $\vec{B}_{\perp}$  противоположна положительному направлению нормали  $\vec{n}$  (рис. IX.3).

Для любого контура условились за положительное направление нормали рамки принимать направление поступательного движения буравчика, если его головку вращать по направлению тока.

Если магнитное поле вызвано током  $I$ , протекающим по какому-либо контуру, то магнитный поток через поверхность, ограниченную этим контуром, пропорционален току, т. е.  $\Phi = LI$ , где  $L$  — индуктивность контура (или коэффициент само-

индукции), которая зависит от формы и размеров контура и магнитных свойств окружающей среды.

**пIX.6** Работа, совершаемая магнитным полем при повороте контура с током  $I$ :

$$A = I\Delta\Phi,$$

где  $\Delta\Phi$  — изменение потока магнитной индукции через рамку.

**пIX.7** При изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную некоторым контуром, в последнем возникает электродвижущая сила  $\mathcal{E}$  индукции, определяемая формулой

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где  $\Delta\Phi$  — изменение магнитного тока за некоторый интервал времени  $\Delta t$ .

Знак «-» отражает правило Лоренца, согласно которому возникающая в контуре ЭДС приводит к появлению индукционного тока такого направления, что вызванное им магнитное поле мешает изменению магнитного потока.

**пIX.8** При пересечении незамкнутого проводника линий магнитной индукции  $\vec{B}$  на его концах возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = B_{\perp}lv,$$

где  $B_{\perp}$  — составляющая вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , перпендикулярная скорости движения проводника  $\vec{v}$ .

**пIX.9** Если магнитный поток меняется вследствие изменения тока, протекающего по этому контуру, то в контуре возникает ЭДС, которую называют ЭДС самоиндукции. Она равна

$$\mathcal{E}_{\text{с.инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

**пIX.10** Изменение потока, возникающее вследствие вращения рамки с частотой  $\omega$  в магнитном поле, приводит к возникновению ЭДС индукции, меняющейся по гармоничному закону:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

где  $\mathcal{E}_0$  — максимальное значение ЭДС индукции (амплитуда).

В свою очередь эта ЭДС приводит к появлению в контуре переменного тока

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

где  $I_0$  — максимальное значение переменного тока (амплитуда тока), а  $\varphi$  — сдвиг фаз между колебаниями тока в цепи и ЭДС индукции. Сдвиг фаз  $\varphi$  зависит от того, какие элементы ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ) включены в цепь.

**пIX.11** Напряжения на отдельных элементах схемы и ток, протекающий в них, колеблются с одинаковой частотой, хотя они могут быть сдвинуты по фазе: на омическом сопротивлении  $R$  ток, протекающий через этот элемент, и напряжение на нем колеблются в одинаковой фазе (т. е.  $\varphi = 0$ ), на емкости  $C$  ток опережает напряжение на  $90^\circ$

(т.е.  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ), на индуктивности колебания тока от-

стают от колебаний напряжения на  $90^\circ$

(т. е.  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ )

(рис. IX.4). (Подробнее изложение этого материала можно прочитать в «Пособии по физике» А.И. Гомоновой. Изд-во МГУ, 1991г.)

**пIX.12** В цепи переменного тока сумма напряжений на концах цепи не равна сумме напряжений на отдельных последовательно включенных элементах, так как напряжение на различных участках сдвинуты по фазе относительно друг друга. Амплитуду и фазу результирующего колебания напряжения можно легко определить, пользуясь методом векторных диаграмм, который основан на том, что любое гармоническое колебание можно представить в виде проекции вектора, вращающегося с угловой частотой  $\omega$ . Длина вектора равна амплитуде колебаний. Сложение

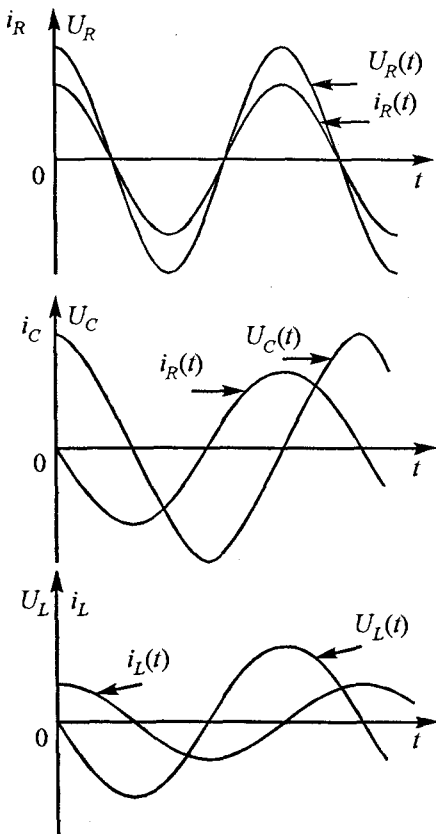


Рис. IX.4

колебаний определяется нахождением суммы векторов.

Согласно этому методу колебания переменного тока и напряжения изображают в виде векторов  $\vec{I}_0$  и  $\vec{U}_0$ , вращающихся с одинаковой частотой  $\omega$  против часовой стрелки и отличающихся амплитудой и сдвигом фаз (рис. IX.5).

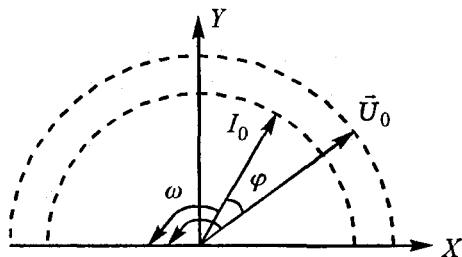


Рис. IX.5

Таким образом, вектор тока и напряжения при вращении не меняют своего взаимного расположения, т. е. сохраняют постоянную разность фаз. Для схемы, состоящей из последовательно включенных элементов  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , векторная диаграмма изображена на рис. IX.6.

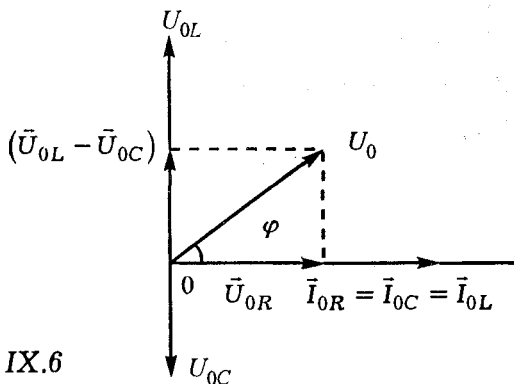


Рис. IX.6



**пIX.13** Сдвиг фаз для этой схемы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R},$$

а общее сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}.$$

Закон Ома для цепи переменного тока имеет вид:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}} = \frac{U_0}{Z}.$$

**пIX.14** Средняя мощность, выделяемая источником в цепи переменного тока

$$\bar{W} = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi = I_D U_D \cos \varphi,$$

где  $I_A$ ,  $U_A$  — действующие значения тока и напряжения.

$$I_A = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad U_A = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

**Задача IX.1** Рассчитать магнитное поле  $\vec{B}$  в середине кругового витка с током  $I$  радиуса  $R$  (рис. IX.7).

*Решение.* Каждый элемент кругового витка  $\Delta l$  с током создает в центре контура поле  $B_i$ , направление и величину которого легко определить с помощью формулы Био Савар Лапласа (см. пIX.1):

$$|\vec{B}_i| = \frac{\mu\mu_0 I \Delta l \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

По правилу буравчика это поле направлено перпендикулярно плоскости контура (рис. IX.7) и равно

$$|\vec{B}_i| = \frac{\mu\mu_0 I \Delta l}{4\pi r^2}, \quad (\sin \alpha = 1, \quad r = R).$$

Результирующее поле  $\vec{B}$  равно сумме всех элементарных полей  $\vec{B}_i$ , т. е.

$$B = \sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n \frac{\mu\mu_0 I \Delta l_i}{4\pi R^2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R^2} \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}.$$

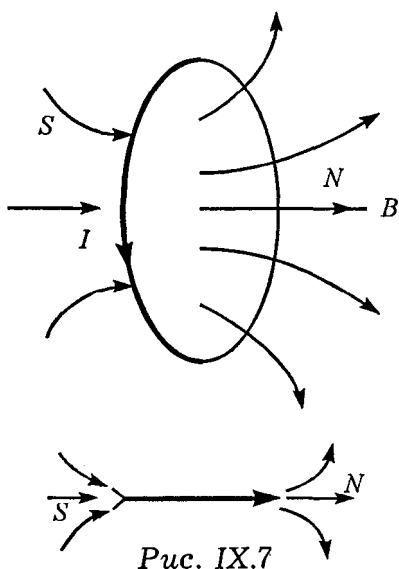


Рис. IX.7

Подобный круговой виток аналогичен магнитной стрелке. Там, где линии магнитной индукции выходят из плоскости кругового витка, расположен его северный полюс  $N$ , а где входят — южный  $S$  (рис. IX.7). Этот круговой ток является важным элементом, так как он позволяет определять наличие магнитного поля в пространстве и его направление. Во внеш-

нем магнитном поле он устанавливается так, что его собственное магнитное поле всегда совпадает

по направлению с внешним магнитным полем (рис. IX.8).

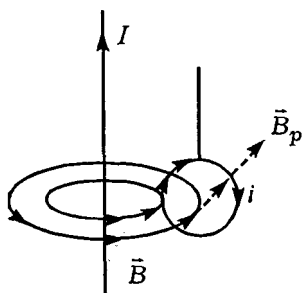


Рис. IX.8

**Задача IX.2** Мягкая спиральная пружина подвешена так, что нижний ее конец погружен в металлическую чашечку с ртутью (рис. IX.9), а верхний подсоединен к источнику постоянного тока. Что произойдет с пружиной при замыкании ключа К?

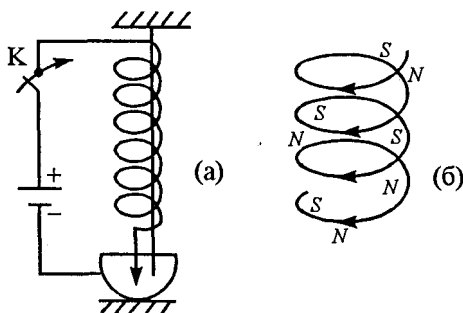


Рис. IX.9

**Решение.** При замыкании ключа К по пружине потечет ток. Каждый виток пружины будет со-

здавать магнитное поле и притягивать к себе соседние витки (разноименные полюса магнитов притягиваются). Пружина сожмется, нижний конец пружины поднимется из ртути, цепь разомкнется, и ток перестанет идти. Если нет тока, нет и магнитного поля между витками и пружина расправится.

После опускания нижнего конца пружины в ртуть весь процесс начнется сначала. Таким образом, пружина совершает периодические колебания.

Эту задачу можно решить и по-другому. Отдельные участки соседних витков, лежащие друг против друга, можно рассматривать как параллельные участки проводников, по которым текут токи в одном направлении (рис. IX.9, б). Такие проводники притягиваются друг к другу. Поэтому витки пружины будут также притягиваться друг к другу и пружина сожмется, а нижний конец ее поднимется из ртути, разрывая цепь, по которой протекает ток. Исчезает магнитное поле проводников, и пружина вновь распрямляется. Конец пружины опускается в чашечку с ртутью, вновь замыкая цепь, и т. д.

**Задача IX.3** Прямой проводник  $AC$  длиной  $l$  и массой  $m$  подвешен горизонтально на двух легких нитях  $OA$  и  $OC$  в однородном магнитном поле с вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ , направленным перпендикулярно проводнику и лежащим в горизонтальной плоскости (рис. IX.10). Какой величины ток надо пропустить через проводник,

чтобы одна из нитей разорвалась, если каждая нить разрывается при нагрузке, большей  $T_0$ ?

**Решение.** На проводник с током действуют четыре силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , две силы натяжения нити  $\vec{T}$  и сила Ампера  $\vec{F}$ , определяемая правилом левой руки, причем  $F = B_{\perp}I$ .

Предположим, что ток в проводнике  $AC$  протекает слева направо. В этом случае сила Ампера  $\vec{F}$  направлена вниз, в противном случае натяжение нитей при пропускании тока не возрастает, а уменьшается и нити не оборвутся.

При равновесии проводника  $\sum \vec{F}_i = 0$ . В проекции на вертикальную ось это условие запишется

$$2T - mg - F = 0 \text{ или } T = \frac{mg + F}{2}.$$

Так как предельная нагрузка на нити равна  $T_0$ , то

$$T_0 \leq mg + \frac{BI}{2}, \text{ откуда } I \geq \frac{2T_0 - mg}{Bl}.$$

**Задача IX.4** Медный провод с сечением  $S$ , согнутый в виде трех сторон квадрата, может вращаться вокруг горизонтальной оси (рис. IX.11). Провод находится в однородном магнитном поле, направленном вертикально вверх. При протека-

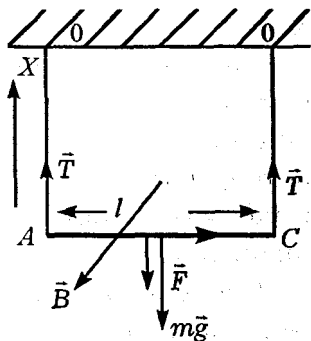


Рис. IX.10

нии тока  $I$  провод отклоняется на угол  $\alpha$  от вертикали. Определить индукцию поля  $\vec{B}$ . Плотность меди  $\rho$  задана.

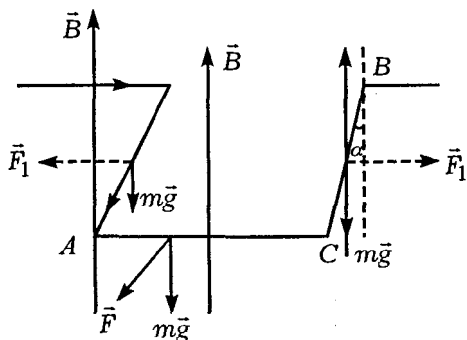


Рис. IX.11

*Решение.* Пусть сторона квадрата имеет длину  $a$ . На каждую из сторон рамки действует сила тяжести  $mg = \rho a S g$  и сила Ампера  $F = I B_{\perp} a$ . Момент силы  $F$ , действующий на нижнюю сторону рамки, выводит ее из вертикального положения. Этот момент при некотором угле  $\alpha$  уравновешивается моментами сил тяжести, действующими на все стороны рамки и стремящимися вернуть ее в положение равновесия. Моменты сил  $F_1$ , действующие на боковые стороны рамки, можно не учитывать, так как их сумма в любой момент времени равна нулю. Таким образом, условие равновесия для моментов сил, действующих на рамку, можно записать:

$$F a \cos \alpha - 2mg \frac{a}{2} \sin \alpha - mga \sin \alpha = 0 ,$$

или

$$IBa^2 \cos \alpha - 2\rho aSg \frac{a}{2} \sin \alpha - \rho aSga \sin \alpha = 0.$$

Из этого уравнения определяем индукцию магнитного поля

$$B = \frac{2\rho Sg}{I} \operatorname{tg} \alpha.$$

**Задача IX.5** Возле бесконечного закрепленного прямолинейного проводника с током  $I$  перпендикулярно ему и в одной плоскости с ним помещают проводник  $AC$ . Как будет вести себя этот проводник, если по нему пропустить ток  $i$  в указанном на рис. IX.12 направлении?

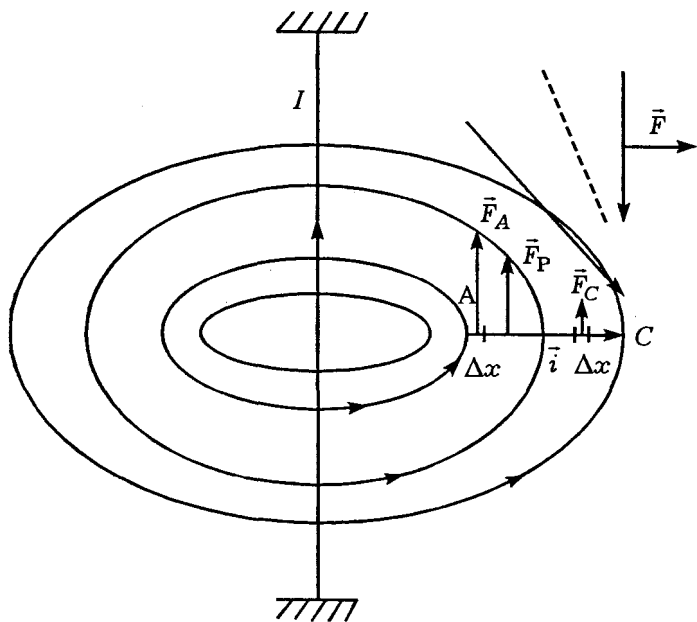


Рис. IX.12

*Решение.* Проводник с током  $I$  создает вокруг себя магнитное поле, направление линий магнитной индукции  $\vec{B}$  которого изображено на рисунке. На каждый из участков  $\Delta x$  проводника  $AC$  действует сила Ампера, направление которой определяется правилом левой руки:

$$F = i\Delta x B_{\perp}.$$

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  перпендикулярен проводнику  $AC$  и в точке  $A$  больше по величине, чем в точке  $C$ , так как для бесконечно длинного проводника

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi x}.$$

Поэтому на участок  $\Delta x$ , прилегающий к точке  $A$ , будет действовать бóльшая сила  $F_A$ , чем на участок  $\Delta x$ , прилегающий к точке  $C$ . Точка приложения результирующей всех сил Ампера  $F_P$  находится левее центра тяжести проводника  $AC$ . Поэтому проводник, двигаясь вверх, одновременно будет поворачиваться по часовой стрелке до тех пор, пока не займет вертикальное положение (рис. IX.12). Далее он будет отталкиваться от бесконечно длинного проводника с током  $I$ .

**Задача IX.6** Вблизи бесконечного закрепленного прямолинейного проводника с током  $I$  перпендикулярно ему помещают проводник  $AC$ , как показано на рис. IX.13. Как будет вести себя этот проводник, если по нему пропустить ток  $i$ ?

*Решение.* Проводник с током  $I$  создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции



которого лежат в плоскости, перпендикулярной направлению тока  $I$ . Эти линии удобно рассмотреть, если на рис. IX.13, (а) посмотреть сверху (см. рис. IX.13, б).

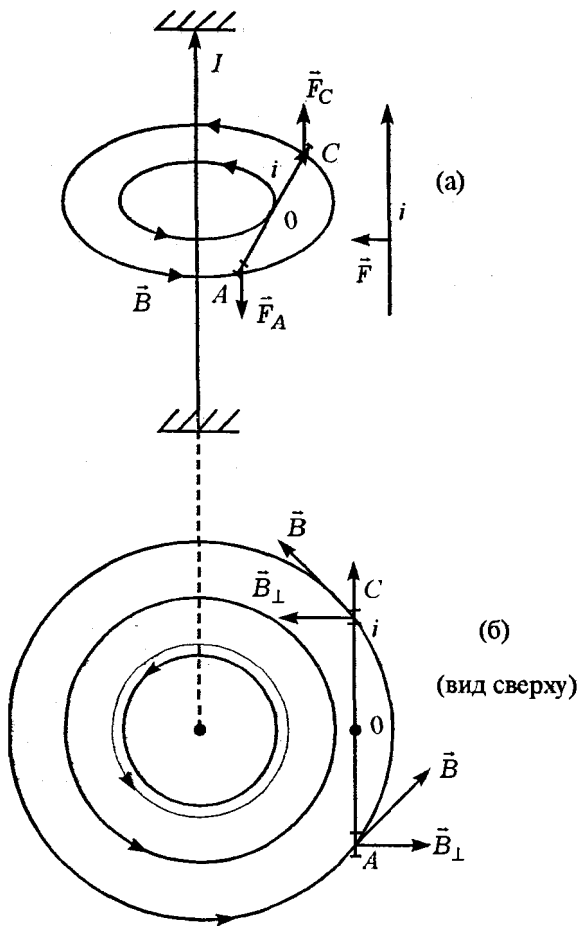


Рис. IX.13

На элемент  $\Delta x$ , лежащий вблизи точки А, действует сила Ампера  $F_A$ , направленная вниз

(согласно правилу левой руки), а на элемент  $\Delta x$ , лежащий вблизи точки  $C$ , действует сила Ампера  $F_C$ , направленная вверх. Эти обе силы, одинаковые по величине ( $F_A = F_C = i\Delta x B_{\perp}$ ), будут разворачивать проводник вокруг центра тяжести (точка  $O$ ) до тех пор, пока он не займет вертикальное положение (не станет параллельным проводнику с током  $I$ ). Далее проводник  $AC$  будет притягиваться к проводнику с током  $I$  (опять же согласно правилу левой руки).

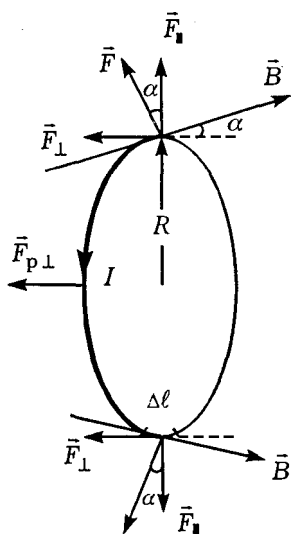


Рис. IX.14

**Задача IX.7** Проволочное кольцо радиуса  $R$  находится в неоднородном магнитном поле, линии индукции которого составляют в точках пересечения с кольцом угол  $\alpha$  относительно нормали к плоскости кольца (рис. IX.14). По кольцу течет ток  $I$ . С какой силой магнитное поле действует на кольцо? Индукция магнитного поля в точках пересечения с кольцом равна  $\vec{B}$ .

**Решение.** На каждый элемент кольца  $\Delta l$  действует сила Ампера. Эту силу можно разложить на две составляющие:  $F_{\parallel}$  и  $F_{\perp}$  (рис. IX.14). Сила  $F_{\parallel}$  лежит в плоскости кольца, а  $F_{\perp} = F \sin \alpha = IB\Delta l \sin \alpha$  — перпендикулярна

плоскости кольца. Результирующая всех сил  $F_{\text{III}}$  равна нулю, так как на любые диаметрально расположенные элементы  $\Delta l$  действует одинаковая по величине, но противоположно направленная сила. Эти силы лишь растягивают кольцо, не перемещая его. Результирующая всех перпендикулярных сил

$$F_{\text{P.1}} = \sum_{i=1}^n F_{1i} = \sum_{i=1}^n IB \Delta l_i \sin \alpha = IB \sin \alpha \sum_{i=1}^n \Delta l_i = IB \sin \alpha 2\pi R.$$

Эта сила втягивает кольцо в сторону бóльшего магнитного поля (магнитное поле больше там, где густота магнитных линий больше).

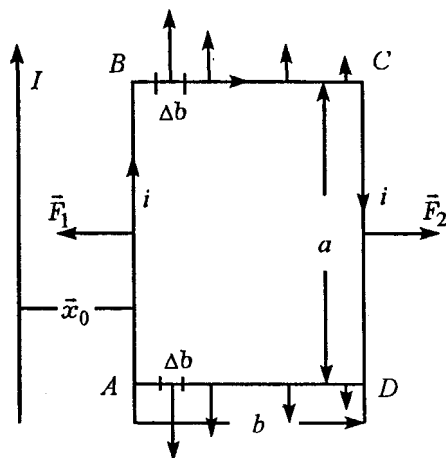


Рис. IX.15

**Задача IX.8** Определить силу, с которой действует бесконечно длинный прямой провод с током  $I$  на прямоугольный контур с током  $i$ , расположенный в плоскости провода. Стороны  $AB$  и  $DC$ , параллельные бесконечному проводу, имеют длину  $a$ , стороны  $BC$  и  $DA$  — длину  $b$ . Направления токов указаны на рисунке.

Расстояние ближайшей стороны прямоугольника до бесконечного провода  $x_0$  (рис. IX.15).

*Решение.* Бесконечно длинный проводник с током  $I$  создает вокруг себя магнитное поле, вектор магнитной индукции которого  $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi x}$  (пИХ.1). Поэтому на проводник  $AB$  действует сила Ампера

$$F_1 = iB_{\perp 1}a = \frac{\mu\mu_0 Iia}{2\pi x_0},$$

а на проводник  $CD$  — сила

$$F_2 = iB_{\perp 2}a = \frac{\mu\mu_0 Iia}{2\pi(x_0 + b)}.$$

Силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  направлены вдоль одной прямой, но в противоположные стороны, поэтому результирующая сила, действующая на контур, будет притягивать его к бесконечному проводу:

$$F_p = F_1 - F_2 = \frac{\mu\mu_0 Iia}{2\pi} \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0 + b} \right) = \frac{\mu\mu_0 Iiab}{2\pi x_0(x_0 + b)}.$$

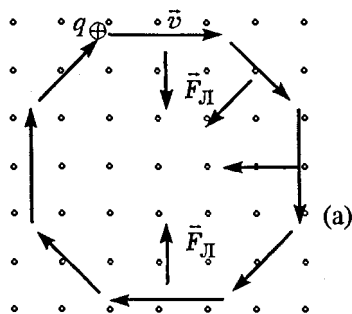


Рис. IX.16

На каждый участок  $\Delta b$  проводника  $BC$  и  $AD$  действует сила  $F_i = i\Delta b B_i$ . Эти силы разные по величине, так как разные величины  $B_i$ . Однако сумма их всегда равна нулю (см. рис. IX.15).

**Задача IX.9** Положительный заряд  $q$  массой  $m$

влетает со скоростью  $\vec{v}$  в однородное магнитное поле, перпендикулярно линиям индукции  $\vec{B}$ . По какой траектории движутся частицы в таком магнитном поле?

*Решение.* На заряд, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца. По правилу левой руки она перпендикулярна скорости и первоначально направлена вниз, если поле  $\vec{B}$  направлено на нас (рис. IX.16, а). Эта сила может лишь изменить направление скорости, не меняя ее величины. В любой момент времени она перпендикулярна скорости  $\vec{v}$ . Сила Лоренца сообщает за-

ряду нормальное ускорение  $a_n = \frac{v^2}{r}$ , где  $r$  — радиус кривизны. Так как сила, действующая на заряд, постоянна ( $F = qvB$ ), то модуль ускорения также постоянен. Это означает, что радиус кривизны  $r$  постоянен (при неизменной по величине скорости  $\vec{v}$ ), т. е.  $r = R$ . Таким образом, траектория должна быть окружностью. Вторым законом Ньютона для движущегося заряда запишется:

$$qvB = ma_n = \frac{mv^2}{R}.$$

Это соотношение позволяет определить радиус окружности  $R$ :

$$R = \frac{mv^2}{qvB} = \frac{mv}{qB}.$$

При этом период вращения частицы

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

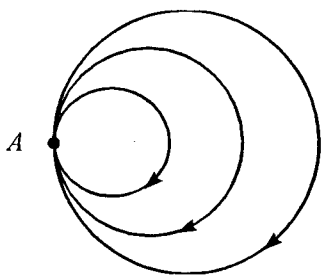


Рис. IX.16

(б)

Как видно из этого соотношения период вращения не зависит от скорости, с которой влетает частица. Это означает, что все частицы, влетевшие в магнитное поле с разными скоростями, но у

которых отношение  $\frac{q}{m}$  равны, будут иметь одинаковый период, хотя радиусы окружностей, по которым они движутся, разные. Это свойство используется для фокусировки частиц (рис. IX.16, б). Пучок одинаковых частиц, влетевших в магнитное поле в точке А, возвращается в эту точку по разным траекториям через одно и то же время.

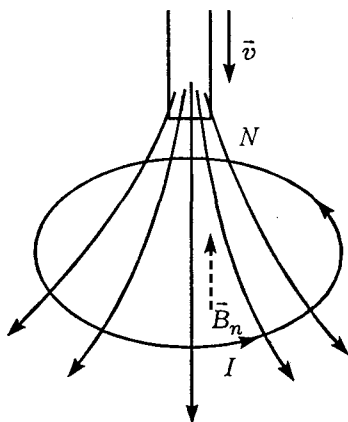


Рис. IX.17

**Задача IX.10** Северный полюс магнита со скоростью  $\vec{v}$  приближается к металлическому кольцу. Определить направление индукционного тока в кольце (рис. IX.17).

*Решение.* Так как при приближении магнита к кольцу увеличивается магнитный поток, пронизывающий контур, то в последнем возникает ЭДС индукции, ток которой по

правилу Ленца должен создать свое магнитное поле  $\vec{B}_u$ , мешающее увеличению потока.

Если поступательное движение буравчика направить по направлению  $\vec{B}_u$ , то вращательное направление головки буравчика укажет направление индукционного тока  $I$ . Он будет направлен против часовой стрелки, если смотреть на контур сверху.

**Задача IX.11** В короткозамкнутую катушку один раз быстро, другой — медленно вдвигают магнит. Определить: а) одинаковое ли количество электричества проходит через катушку в первый и во второй раз; б) одинаковую ли работу совершит рука, вдвигающая магнит.

*Решение.* Как мы выяснили в предыдущей задаче при помещении магнита в короткозамкнутую катушку в последней возникает индукционный ток  $I$ , обусловленный появлением в контуре ЭДС индукции, которая определяется скоростью изменения потока, т. е.

$$|\mathcal{E}_{\text{инд}}| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|.$$

Количество электричества, проходящее через катушку:

$$Q = I\Delta t = \frac{\mathcal{E}_{\text{инд}}}{R} \Delta t = \frac{\Delta\Phi}{R},$$

определяется только изменением потока  $\Delta\Phi$  и сопротивлением контура.

Эти величины в обоих случаях остаются неизменными, потому и заряд  $Q$ , прошедший через

катушку, будет одинаковым. При быстром вдвигании постоянного магнита  $\mathcal{E}'_{\text{инд}}$  больше, чем при медленном вдвигании ( $\Delta t$  меньше, а  $\Delta\Phi$  — одинаковое). Это значит, что работа  $A = Q\mathcal{E}'_{\text{инд}}$  при быстром вдвигании будет больше.

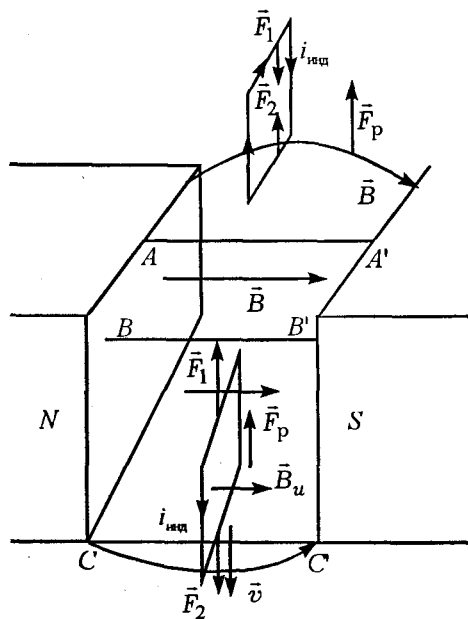


Рис. IX.18

**Задача IX.12**  
Небольшая проводочная прямоугольная рамка падает в пространстве между широкими полюсами сильного электромагнита так, что ее плоскость параллельна полюсам магнита (рис. IX.18). Определить направления индукционных токов, возникающих в рамке при прохождении ею положений  $AA'$ ,

$BB'$ ,  $CC'$ . Как будет двигаться рамка на этих участках?

**Решение.** При падении рамки между полюсами магнита в ней возникают индукционные токи, так как меняется поток магнитной индукции через рамку. При падении сверху магнитный поток уве-



личивается, значит, в рамке должен возникнуть такой ток, чтобы его поле  $\vec{B}_u$  мешало нарастанию потока. В этом случае ток должен протекать по часовой стрелке (если смотреть на плоскость рамки справа).

При прохождении положения  $BB'$  — индукционный ток равен нулю, так как поток магнитной индукции постоянен. При движении рамки через положение  $CC'$  — поток магнитной индукции уменьшается и следовательно индукционный ток должен двигаться против часовой стрелки. В положении  $AA'$  и  $BB'$  применяем правило буравчика: поступательное движение буравчика должно совпадать с направлением  $\vec{B}_u$ , а направление вращения головки буравчика указывает на направление индукционного тока.

Как только в рамке возникнет индукционный ток, она уже не сможет падать свободно, потому что на верхнюю и нижнюю стороны рамки действует сила Ампера. В положении  $AA'$  сила, действующая на нижнюю сторону, больше силы, действующей на верхнюю сторону, так как внизу магнитное поле больше, чем вверху. Поэтому результирующая сила  $\vec{F}_p$  направлена вверх, и она тормозит движение рамки (рис. IX.18).

Аналогичные рассуждения можно провести и для положения  $CC'$ , в котором рамка также будет тормозиться результирующей силой. В положении  $BB'$  рамка падает свободно с ускорением  $\vec{g}$ , поскольку ток в рамке отсутствует и на нее сила Ампера не действует.

**Задача IX.13** Проводники, изображенные на рис. IX.19, находятся в однородном магнитном

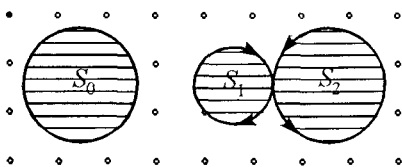


Рис. IX.19

поле, перпендикулярном плоскости чертежа. Когда поле начало уменьшаться (оставаясь однородным), в левом проводнике возникла ЭДС индукции  $\mathcal{E}_0$ . Определить ЭДС

индукции в правом проводнике, если известны площади  $S_0$ ,  $S_1$ , и  $S_2$ . (Магнитные поля, созданные индукционными токами, не учитывать.)

**Решение.** С изменением магнитного поля  $\vec{B}$  изменяются магнитные потоки, пронизывающие контуры, поэтому в каждом контуре возникает ЭДС индукции:

$$|\mathcal{E}_0| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = S_0 \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|; \quad |\mathcal{E}_1| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = S_1 \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|;$$

$$|\mathcal{E}_2| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = S_2 \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|.$$

В правом контуре токи индукции направлены в противоположные стороны, поэтому результирующая ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = \frac{\Delta B}{\Delta t} (S_1 - S_2).$$

Скорость изменения вектора магнитной индукции  $\frac{\Delta B}{\Delta t}$  легко определить из левого контура:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\mathcal{E}_0}{S_0}.$$

Таким образом, ЭДС индукции в правом контуре

$$\mathcal{E}_p = \frac{\mathcal{E}_0}{S_0} (S_1 - S_2).$$

**Задача IX.14** По двум неподвижным вертикальным рейкам  $AB$  и  $CD$ , соединенным сопротивлением  $R$ , без трения скользит проводник, длина которого  $l$  и масса  $m$ . Система находится в однородном магнитном поле, индукция которого  $\vec{B}$  перпендикулярна плоскости

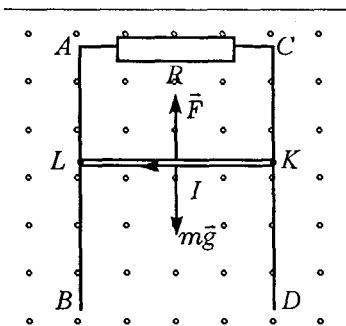


Рис. IX.20

рисунка (рис. IX.20). Как будет двигаться подвижный проводник в поле силы тяжести, если пренебречь сопротивлением самого проводника и реек?

*Решение.* Под действием силы тяжести рейка  $LK$  начнет двигаться вниз. Так как через

контур  $LACK$  будет увеличиваться поток магнитной индукции, то в нем возникает индукционный ток  $I$ , мешающий увеличению потока через контур. Но на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера  $\vec{F}$ . Таким образом, на подвижный проводник действуют две силы:

сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила Ампера  $\vec{F} = I[l\vec{B}]$ . В проекции на вертикальное направление второй закон Ньютона запишется для проводника  $LK$ :

$$mg - IlB = ma, \quad (1)$$

где ток  $I$  определяется

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{инд}}}{R} = \frac{Blv}{R} \quad (\text{см. п. IX.8}).$$

Таким образом:

$$mg - \frac{B^2 L^2 v}{R} = ma,$$

где  $v$  и  $a$  — это скорость и ускорение в некоторый момент времени. Легко заметить, что ускорение  $a$  по мере увеличения скорости будет уменьшаться, и в момент, когда сила Ампера станет равной силе тяжести, ускорение станет равным нулю. С этого момента проводник  $LK$  будет двигаться с постоянной скоростью  $v_0$ .

$$v_0 = \frac{mgR}{B^2 l^2}.$$

**Задача IX.15** По двум металлическим рейкам, расположенным в горизонтальной плоскости и зам-

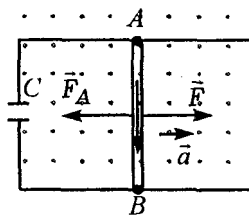


Рис. IX.21

кнутым на конденсатор  $C$ , без трения скользит проводник  $AB$  длиной  $l$  и массой  $m$ . Вся система находится в однородном магнитном поле, индукция которого  $\vec{B}$  перпендикулярна плоскости ри-

сунка (рис. IX.21). К середине проводника приложена сила  $\vec{F}$ . С каким ускорением движется проводник  $AB$ ? Сопротивлением проводника  $AB$  и подводящих проводов пренебречь.

*Решение.* Проводник  $AB$  под действием силы  $\vec{F}$  пересекает линии магнитной индукции, и на его концах возникает ЭДС индукции, равная  $\mathcal{E} = Blv$  (см. пIX.8). В замкнутом контуре  $ABCA$  потечет индукционный ток  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ , где  $\Delta Q$  — заряд на обкладках конденсатора  $C$ ,  $\Delta Q = \mathcal{E}_{\text{инд}} C = BlvC$ .

Поэтому

$$I = \frac{BlvC}{\Delta t} = BlCa.$$

На проводник с током  $AB$  кроме силы  $F$  действует еще сила Ампера  $F_A = IBl$ . Поэтому второй закон Ньютона для проводника запишется  $F - F_A = ma$ , или  $F - IBl = ma$ , или  $F - B^2 l^2 Ca = ma$ .

Отсюда ускорение, с которым движется проводник:

$$a = \frac{F}{B^2 l^2 C + m}.$$

Как видно из этого соотношения, ускорение является постоянной величиной. Но тогда и ток  $I$  — тоже постоянная величина. И возникает вопрос — как может протекать постоянный ток через конденсатор? Дело в том, что по определению ток

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ , и в нашей задаче он определяется изме-

нением заряда на конденсаторе  $C$  в единицу времени. Поэтому в нашей схеме постоянный ток через конденсатор не протекает, а скорость изменения заряда на конденсаторе остается постоянной, т. е. в цепи справа от конденсатора течет ток  $I$ .

**Задача IX.16** Прямоугольный контур  $ABCD$  со сторонами  $a$  и  $b$  находится в однородном магнитном

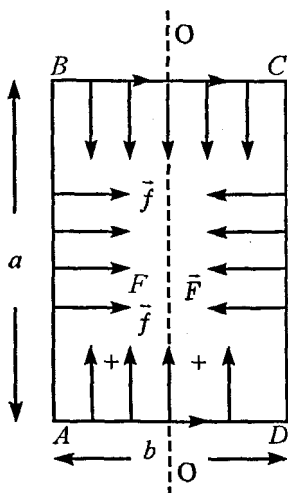


Рис. IX.22

поле с индукцией  $\vec{B}$  и может вращаться вокруг оси  $OO'$  (рис. IX.22, а). По контуру течет постоянный ток. Определить работу, совершенную магнитным полем при повороте контура на  $180^\circ$ , если вначале плоскость контура была перпендикулярна магнитному полю и расположена так, как показано на рисунке.

(а)

*Решение.* Для большей наглядности изобразим рис. IX.22, а, взглянув на

него сверху (рис. IX.22, б). Когда рамка находится строго перпендикулярно магнитному полю, на ее боковые стороны действуют силы Ампера  $F$ , а на верхние —  $f$ , которые уравнивают друг друга. Рамка находится в положении равновесия, но это положение неустойчивое. Стоит рамку вывести из положения равновесия на небольшой угол  $\alpha$ , как на нее начнет действовать пара сил, за-

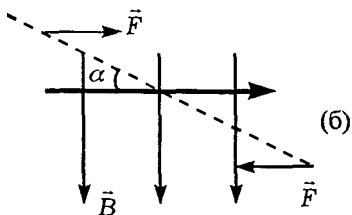


Рис. IX.22

повороте контура на  $180^\circ$  равно  $b$ . Поэтому работа, совершаемая магнитным полем:

$$A = 2Fb = 2IBab = 2IBS.$$

Силы  $f$ , действующие на верхние стороны рамки (рис. IX.22, а), работы не совершают, так как они перпендикулярны перемещению этих сторон.

Однако эту задачу можно решить и другим способом. Согласно пIX.6 работа, совершаемая магнитным полем,  $A = I\Delta\Phi$ . Поток магнитной индукции  $\Phi = B_n S$ . Он может быть положительным, если  $\vec{B}_n$  совпадает с положительным направлением нормали к площадке, и отрицательным, если составляющая  $\vec{B}_n$  противоположна положительному направлению нормали. (За положительное направление нормали  $\vec{n}$  принимают направление поступательного движения буравчика, если его головку вращать по направлению тока.) Поэтому в нашей задаче

$$\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi = 2Bab.$$

Таким образом, магнитное поле совершает работу

$$A = I\Delta\Phi = 2IBab = 2IBS.$$

ставляющая ее повернуться на  $180^\circ$ . Эта пара сил совершает работу, которая равна удвоенному произведению силы на перемещение стороны  $AB$  (или  $CD$ ) в направлении силы. Перемещение при

Как видно, оба решения приводят к одному ответу.

**Задача IX.17** В цепи, изображенной на рис. IX.23, ток меняется по закону  $I = \alpha t$ . Определить разность потенциалов между точками А и В, полагая значения элементов  $R$  и  $L$  известными.

*Решение.* При изменении тока в катушке  $L$  возникает ЭДС самоиндукции. Поэтому

$$\varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_{\text{с.инд}} = IR, \text{ или}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = IR + L \frac{\Delta I}{\Delta t} = \alpha t R + L \alpha = \alpha(tR + L).$$

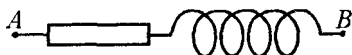


Рис. IX.23

**Задача IX.18** В схеме, изображенной на рис. IX.24, течет ток, меняющийся со временем. (Следует различать ток, меняющийся со временем, и переменный ток, меняющийся по гармоническому закону!) Определить заряд на конденсаторе  $C$  в тот момент, когда

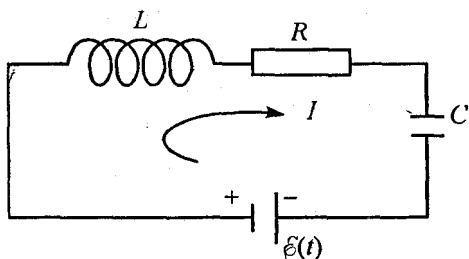


Рис. IX.24

дует различать ток, меняющийся со временем, и переменный ток, меняющийся по гармоническому закону!) Определить заряд на конденсаторе  $C$  в тот момент, когда

$$\mathcal{E}_0 = 50 \text{ В}; I = 0,1 \text{ А}; \frac{\Delta I}{\Delta t} = 400 \text{ А/с}; C = 10^{-5} \text{ Ф}.$$



*Решение.* Воспользуемся замечательным условием электрического поля: работа по перемещению заряда на замкнутом пути равна нулю. Пусть ток в схеме течет слева направо, тогда

$$IR + L \frac{\Delta I}{\Delta t} + U_c - \mathcal{E} = 0.$$

Отсюда в любой момент времени

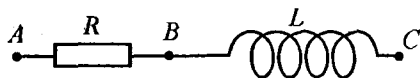
$$U_c = \mathcal{E} - IR - L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Заряд же на конденсаторе определяется по формуле  $Q = CU_c$ .

В момент времени, заданный в задаче, этот заряд

$$Q = C \left( \mathcal{E} - I_0 R - L \frac{\Delta I}{\Delta t} \right) = 10^{-5} \text{ Ф} \cdot (50 - 20 - 0,01 \cdot 400) \text{ В} = \\ = 26 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}.$$

**Задача IX.19** По участку  $ABC$  (рис. IX.25, а) протекает синусоидальный ток. На участке  $AB$  амплитуда напряжения



(а)  
Рис. IX.25

на участке  $BC$  —  $U_{BC} = 40 \text{ В}$ . Определить амплитуду напряжения на участке  $AC$ .

*Решение.* Через элементы  $R$  и  $L$  протекает один и тот же ток  $I = I_0 \sin \omega t$ . Воспользуемся методом векторных диаграмм и отложим вектор амплитуды тока  $I_0$  по

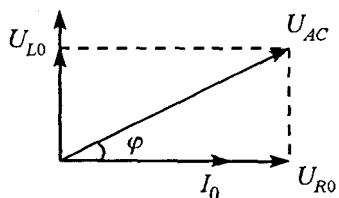


Рис. IX.25

(б) горизонтали (рис. IX.25, б). Тогда напряжение на сопротивлении  $R$ , совпадающее по фазе с током, изобразится вектором  $U_{R0} = I_0 R$ . Напряжение на индуктивнос-

ти опережает ток, протекающий через индуктивность, и его амплитуда изобразится вектором  $U_{L0} = I_0 \omega L$ . Амплитуда напряжения на участке  $AC$

$$\vec{U}_{AC0} = \vec{U}_{R0} + \vec{U}_{L0}, \text{ или}$$

$$|\vec{U}_{AC0}| = \sqrt{U_{R0}^2 + U_{L0}^2} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ В.}$$

**Задача IX.20** На участке  $AC$  в схеме, изображенной на рис. IX.25, а, сдвиг фаз между током и напряжением  $\varphi = 30^\circ$ . Как изменится эта величина, если частота напряжения станет в два раза больше?

*Решение.* Как видно из рисунка:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{L0}}{U_{R0}} = \frac{I_0 \omega L}{I_0 R} = \frac{\omega L}{R}.$$

При увеличении частоты в два раза

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = 2 \operatorname{tg} \varphi = 2 \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Следовательно:

$$\varphi_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2}{\sqrt{3}} \approx \operatorname{arc} \operatorname{tg} 1,15 \approx 49^\circ.$$

**Задача IX.21** В схеме, изображенной на рис. IX.26, а,  $R = 20 \text{ Ом}$ ,  $L = 0,2 \text{ Гн}$ ,  $C = 100 \text{ мкф}$ , амплитуда напряжения  $U_0 = 75 \text{ В}$ , а частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Определить амплитуду тока, протекающего в этой схеме, разность фаз между напряжением и током и общее сопротивление цепи.

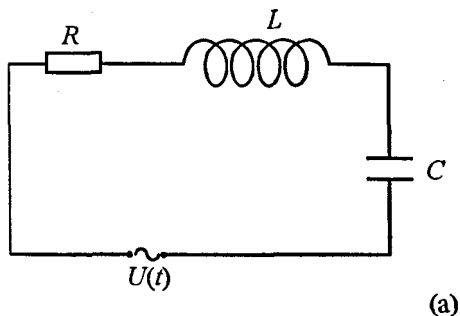


Рис. IX.26

**Решение.** Все элементы схемы включены последовательно, поэтому через них протекает один и тот же ток  $I = I_0 \sin \omega t$ .

Для решения задачи воспользуемся методом векторных диаграмм. Отложим горизонтально амплитуду тока  $I_0$  (рис. IX.26, б). Напряжение на сопротивлении совпадает по фазе с током. Напряжение на индуктивности  $U_{L0}$  опережает ток на  $90^\circ$ , а напряжение на емкости  $U_{C0}$  отстает от него на  $90^\circ$ . Результирующее напряжение определяется правилом сложения векторов. Как видно из рисунка:

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

$$\text{Отсюда } I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_0}{Z}, \quad (1)$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$  — общее сопротивление этой схемы.

Напряжение общее меняется по закону

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

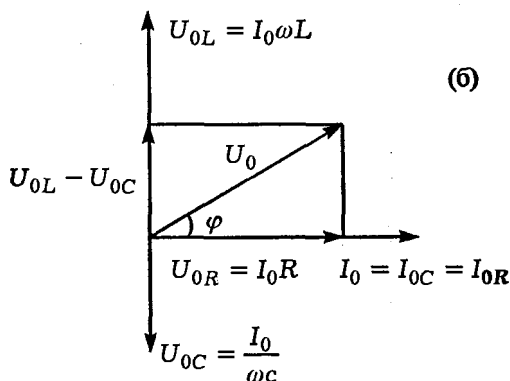


Рис. IX.26

Сдвиг фаз между общим напряжением  $U$  и током легко определяется из рис. IX.26, б:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{0L} - U_{0C}}{U_{0R}} = \frac{I_0 \omega L - \frac{I_0}{\omega C}}{I_0 R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} =$$

$$= \frac{(63 - 32) \text{ Ом}}{200 \text{ Ом}} = 1,5, \quad \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 1,5 = 57^\circ.$$

Общее сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = 37 \text{ Ом}.$$

Амплитуда тока в этой схеме определяется из закона Ома по формуле (1):

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{75 \text{ В}}{37 \text{ Ом}} = 2 \text{ А}.$$

**Задача IX.22** От середины катушки с большим

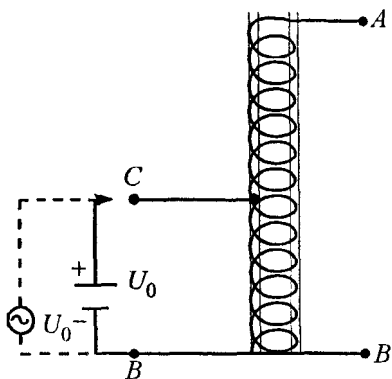


Рис. IX.27

числом витков и железным сердечником сделан отвод *C* (рис. IX.27). Между точками *B* и *C* подается один раз постоянное напряжение  $U_0$ , а другой раз — переменное напряжение с амплитудой  $U_0$ . Определить в обоих случаях напряжение между точками *A* и *B*.

*Решение.* В общем случае напряжение между точками  $A$  и  $B$

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}.$$

При подключении постоянного напряжения  $U_0$  ток протекает только по участку  $CB$ , создавая напряжение  $U_{CB} = U_0$ . По участку  $CA$  ток не течет, так как концы  $A$  и  $B$  разомкнуты. Поэтому

$$U_{AB} = 0 + U_{CB} = U_0.$$

Если между точками  $C$  и  $B$  приложить переменное напряжение с амплитудой  $U_0$ , то протекающий по участку  $CB$  переменный ток создает в сердечнике переменный магнитный поток, который на участке  $AC$  создает ЭДС индукции.

Поскольку на участке  $AC$  витков столько же, сколько и на участке  $BC$ , то амплитуда напряжения

$$U_{AB} = U_0 + U_0 = 2U_0.$$

## Х. ОПТИКА

### § 1. Геометрическая оптика

**пХ.1 Закон отражения:** падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости. Угол отражения равен углу падения (*рис. Х.1*).