

линзы. Расстояние от источника до линзы d обычно берется положительным, однако если на любую линзу падает пучок сходящихся лучей, то расстояние d берется со знаком «-».

§ 2. Элементы физической оптики

пХ. 6 Световое излучение — это электромагнитные волны, распространяющиеся в различных средах. По теории Гюйгенса — Френеля каждую точку пространства, которой достигла волна, можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся по всем направлениям. Огибающая всех вторичных элементарных волн представляет собой новый волновой фронт в некоторый момент времени. Вторичные волны могут складываться (рис. X.6).

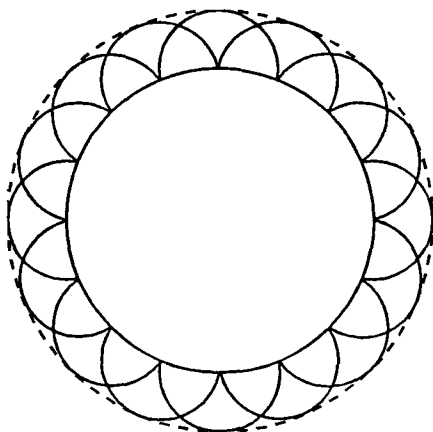


Рис. X.6

Сложение двух волн, вследствие которого наблюдается усиление или ослабление результирующих колебаний в различных точках пространства, называется интерференцией волн.

Устойчивую, не изменяющуюся со временем картину чередования максимумов и минимумов (интерференционную картину) можно наблюдать только в случае сложения когерентных волн, т. е. волн, имеющих одинаковую частоту и неизменный сдвиг фаз.

Если разность расстояний, прошедших волнами от источника до точки наблюдения (или разность хода $\Delta = d_2 - d_1$ двух когерентных волн), равна целому числу длин волн, то в некоторой точке пространства наблюдается максимум освещенности $\Delta = m\lambda$ (точка B на рис. X.7).

Если же эта разность хода равна полуцелому числу длин волн, то в точке наблюдения (B') находится минимум освещенности, т. е.

$$\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda,$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

пX.7 Зоны Френеля. Задачу о прямолинейном распространении света Френель решил, полагая,

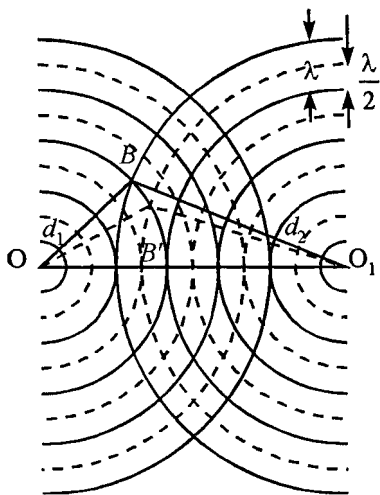


Рис. X.7

что вторичные волны интерферируют между собой. Он применил очень наглядный прием, заменяющий сложные вычисления. Этот прием получил название «метод зон Френеля». Поскольку этот материал для абитуриентов мало известен, а задачи на вступительных экзаменах на эту тему уже предлагаются, следует немного подробнее остановиться на методе зон Френеля.

Пусть световая волна распространяется из точки A к какой-либо точке наблюдения на экране O . На пути распространения волн находится непрозрачный экран с малым круглым отверстием. Если источник света A точечный и монохроматический, а среда изотропна, то фронт волны в любой момент времени будет иметь форму сферы радиуса $r = vt$, где v — скорость распространения волн. Каждая точка этой сферической поверхности является вторичным источником волн. Колебания во всех точках волновой поверхности происходят с одинаковой частотой и в одинаковой фазе. Следовательно, все эти вторичные источники волн когерентны. Для нахождения амплитуды колебаний в точке O необходимо произвести сложение когерентных колебаний от всех вторичных источников на волновой поверхности. Так как расстояния от точки O до различных участков волновой поверхности не одинаковы, то колебания от них в точку O будут приходить в различных фазах. Для нахождения результата интерференции колебаний от вторичных источников Френель предложил метод разбиения волнового фронта на зоны. Выделим мысленно некоторую поверхность MN .

Обозначим расстояние от точки 0 до ближайшей точки волновой поверхности через r_0 . Разбиваем поверхность NM на зоны такого размера, чтобы расстояния от точки наблюдения 0 до краев последующих зон отличались на $\lambda/2$, т. е. первая зона ограничивается точками волновой поверхности, которые находятся от точки наблюдения 0 на расстоянии $r_1 = r_0 + \lambda/2$ (рис. X.8), вторая зона расположена между краями первой зоны и точками волновой поверхности, расположенными от точки 0 на расстоянии $r_2 = r_1 + \lambda/2 = r_0 + \lambda$ и т. д.

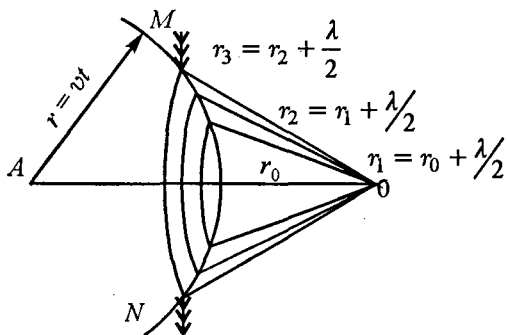


Рис. X.8

Построенные таким образом зоны имеют одинаковые площади и одинаковые амплитуды колебаний. Но, так как разность хода от двух соседних зон равна $\lambda/2$, то колебания от них приходят в точку наблюдения в противоположных фазах, а это значит, что если в отверстии экрана укла-

дываются две зоны, то в точке наблюдения O будет минимальная освещенность, так как колебания двух зон компенсируют друг друга. Таким образом, следует ожидать, что если отверстие в экране открывает четное количество зон, то результирующая освещенность в точке наблюдения O будет минимальной, а если нечетное — то максимальной. Результирующее действие световой волны в точке наблюдения O очень удобно оценивать, пользуясь графическим способом сложения колебаний, обладающих некоторым сдвигом фаз. Для этого каждую зону разбивают на равные участки столь малые, чтобы фаза колебаний каждого такого участка в точке наблюдения O практически оставалась постоянной. Тогда действие всего этого малого участка можно выразить вектором, длина которого дает суммарную амплитуду, а направление определяет фазу, обусловливаемую этим участком. Действие соседнего участка может быть выражено вторым вектором, несколько повернутым относительно первого, так как фаза, определяемая действием второго участка, будет немного отличаться от фазы первого. По длине этот вектор практически не отличается от первого. Векторная диаграмма, определяющая действие ряда участков, составляющих целую зону, изобразится ломаной линией, представленной на

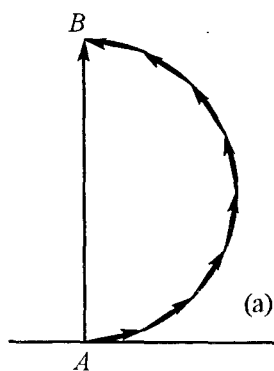


Рис. X.9

рис. X.9, а. Результирующая

амплитуда колебаний отдельной зоны в точке наблюдения O выразится век-

тором \vec{AB} . При разбиении зоны на бесконечно большое число бесконечно малых участков ломаная линия будет стремиться к полуокружности (рис. X.9, а),

а результирующая амплитуда колебаний равна диаметру этой полуокружности. Для учета действия второй зоны надо продолжить векторную диаграмму. С учетом возрастающего наклона второй зоны результирующее колебание только этой зоны в

точке наблюдения O отразится вектором \vec{BC} . Суммарное действие двух зон определяется вектором

\vec{AC} (рис. X.9, б)

Результирующая амплитуда колебаний большого числа зон в точке наблюдения O изобразится

вектором \vec{AD} . Легко заметить, что этот вектор равен половине вектора открытой только одной центральной зоны

\vec{AB} (рис. X.9, в).

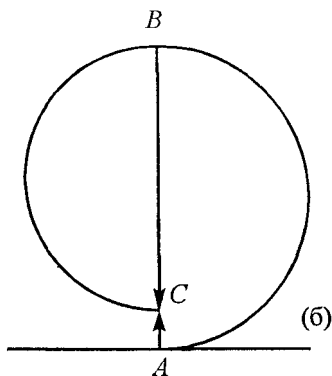


Рис. X.9

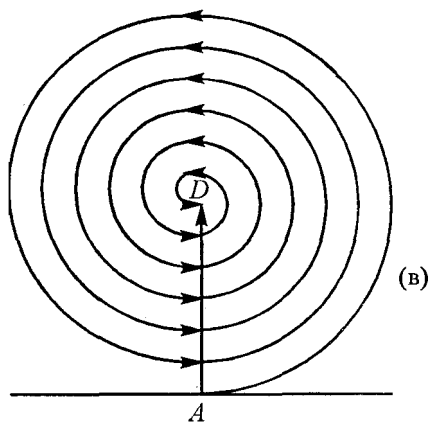
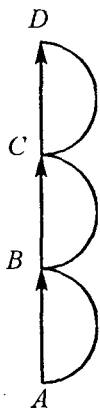


Рис. X.9



Хорошим доказательством справедливости предложенного Френелем метода является зональная пластинка. Эта пластинка представляет собой экран, состоящий из последовательно чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, радиусы которых равны радиусам соответствующих зон Френеля. Если пластину поместить в соответствующем месте сферической волны так, чтобы она закрывала четные зоны

Рис. X.10 Френеля, то в точке наблюдения 0 результирующая амплитуда будет намного больше, чем амплитуда одной открытой центральной зоны (*рис. X.10*).

Если вместо непрозрачного экрана с отверстием на пути волны поставить экран малых размеров без отверстия, то первая зона Френеля строится от края экрана до линии пересечения волновой поверхности с конусом, образующая которого равна $r_0 + \frac{\lambda}{2}$, вторая зона — до конуса с образующей $r_1 + \frac{\lambda}{2}$ и т. д. Причем r_0 — расстояние от точки наблюдения 0 до края непрозрачного экрана (*рис. X.11*). Повторяя предыдущие рассуждения при графическом способе сложения колебаний, получим, что амплитуда света в точке наблюдения 0 равна половине амплитуды, обусловленной одной открытой первой зоной. Другими словами, если в точке наблюдения 0 поставить экран перпендикулярно направлению $A0$, то на нем

будет чередование светлых и темных колец, но в точке наблюдения O будет всегда свет, несмотря на то, что между источником A и точкой наблюдения O на пути распространения волны стоит непрозрачный экран.

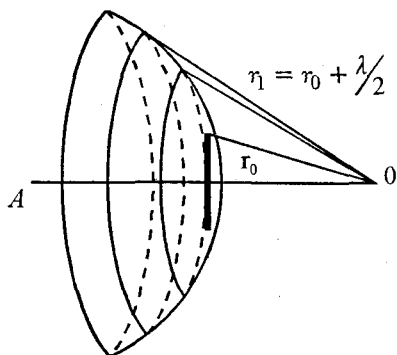


Рис. X.11

Французский физик Пуассон, изучив труды Френеля, утверждал, что теоретическое предсказание появления света в точке наблюдения является доказательством несостоятельности теории Френеля, однако другой французский физик Араго специально поставленным опытом доказал реальность существования светлого пятна в центре геометрической тени. Таким образом, теория Френеля была доказана.

Однако для экспериментального наблюдения этого светлого пятна (его часто называют пятном Пуассона) необходимо, чтобы размеры непрозрачного экрана были сравнимы с размерами первой зоны Френеля, а размеры шероховатостей на его краю не превышали длины световой волны.

пX.8 Дифракционная решетка. Огромную роль в прикладной оптике играют явления дифракции на отверстиях в виде щели с параллельными краями. Рассмотрим сначала дифракцию в параллельных лучах на одной узкой щели.

Пусть на щель, длина которой намного больше ее ширины, падает монохроматический параллельный пучок света. Все точки волновой поверхности, достигшей щели, являются источниками вторичных волн, колеблющихся в одинаковой фазе (волновая поверхность представляет собой плоскость, перпендикулярную падающим параллельным лучам). За счет дифракции (огибания) свет после прохождения щели распространяется во всех направлениях. Для наблюдения дифракционной картины за щелью помещают собирающую линзу, а за ней в ее фокальной плоскости — экран (рис. X.12). Рассмотрим параллельные лучи, идущие от различных точек щели под углом φ к вертикали. Эти лучи, пройдя через линзу, соберутся на экране в некоторой точке A . Однако в точку A волны приходят с неодинаковыми фазами, так как оптические пути их различны. Поскольку линза не изменяет длины оптического пути, то разность хода световых лучей от точек B и C щели определяется расстоянием BD . Если разность хода $\Delta = BD = \lambda/2$, то $BC = x$ является шириной зоны Френеля. Тогда в щели шириной a содержится $n = \frac{a}{x}$ зон Френеля, причем колебания от двух соседних зон, приходящих в точку A , имеют разность хода $\lambda/2$.

Поэтому если на щели укладывается четное число зон, то в точке A происходит гашение колебаний, и освещенность будет равна нулю. Если же число зон нечетное, то колебания от одной из зон останутся непогашенными и в точке A будет

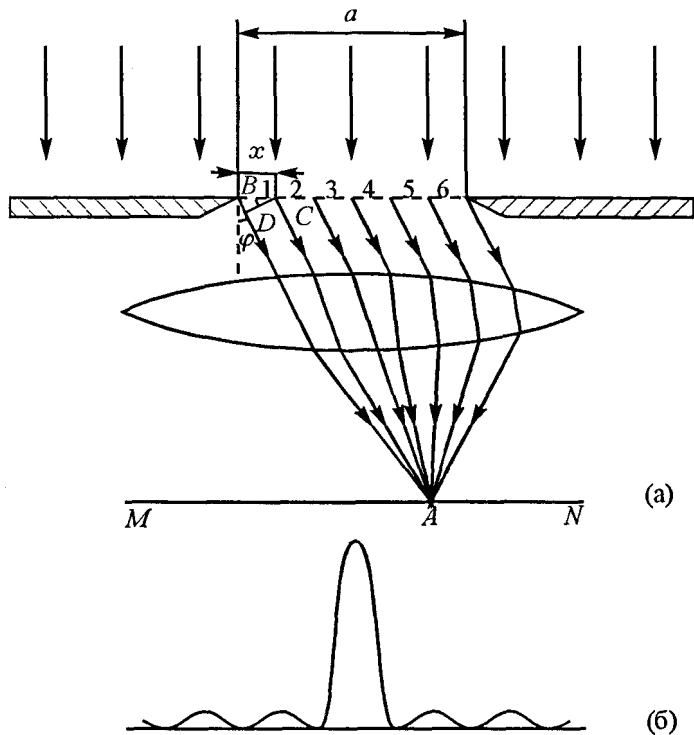


Рис. X.12

наблюдаться некоторая освещенность (максимум освещенности).

Из треугольника BDC видно, что

$$\frac{BD}{BC} = \frac{\lambda/2}{x} = \sin \varphi, \text{ или } x = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}. \quad (1)$$

Если число зон на щели четное, т. е. $n = 2m$, то

$$n = 2m = \frac{2a \sin \varphi}{\lambda} \text{ и соотношение } a \sin \varphi = m\lambda \quad (2)$$

является условием минимума освещенности от одной щели. При нечетном числе зон наблюдается максимум освещенности. В этом случае выполняется соотношение

$$n = (2m + 1) = \frac{2a \sin \varphi}{\lambda}, \text{ или } a \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Это условие максимума освещенности.

Таким образом, на экране будет наблюдаться чередование максимумов и минимумов освещенности. Распределение интенсивности на экране показано на рис. X.12, б.

Далее предположим, что имеются две одинаковых щели шириной a , разделенных непрозрачным промежутком b (рис. X.13), на которые падает плоский фронт монохроматической волны. При

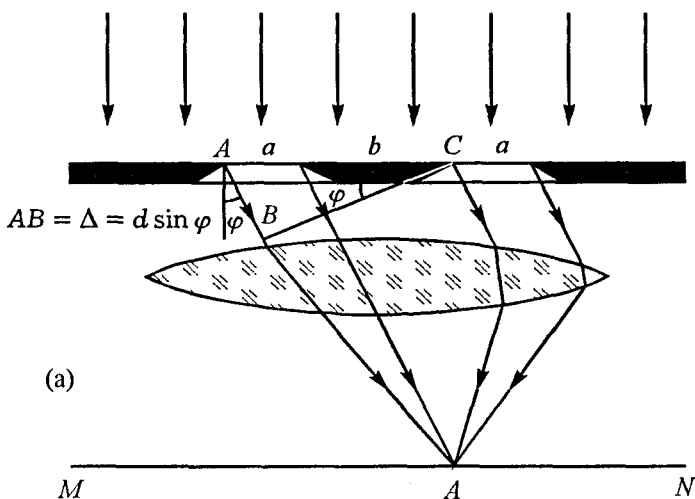


Рис. X.13

достижении фронтом плоскости, в которой находятся щели, все точки его можно рассматривать как источники вторичных волн. Если для какого-либо направления φ выполняется условие минимума освещенности для одной щели, то оно будет выполняться и для двух щелей. В этом направлении каждая щель в отдельности света не дает. Это условие для двух щелей называют условием *прежних минимумов*. Это условие справедливо и для любого числа щелей.

А вот там, где каждая щель в отдельности давала свет, при наличии двух щелей может быть и свет, и темнота. Рассмотрим две точки A и C , находящиеся на расстоянии $d = a + b$.

Если разность хода для лучей, исходящих из этих точек равна $m\lambda$, т. е.

$$\Delta = d \sin \varphi = m\lambda, \quad (4)$$

то свет от точек B и C при интерференции в точке A будет давать максимум освещенности. Соотношение (4) является условием *главных максимумов*. Это соотношение справедливо для любого количества щелей (как и условие для прежних минимумов).

Если же эта разность хода равна нечетному числу полуволн, то наблюдается минимум освещенности в точке A , т. е.

$$d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (5)$$

Это условие для *дополнительных минимумов*, так как в случае одной щели в этом направлении на экране был свет. Распределение освещенности

на экране при наличии двух щелей показано на рис. X.13, б.

(б)

- а) одна щель
- б) две щели
- в) четыре щели
- г) восемь щелей

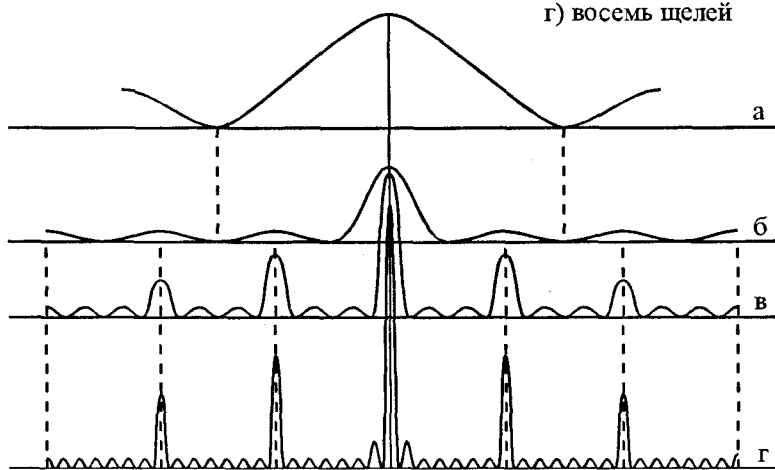


Рис. X.13

Совокупность большого числа узких щелей, разделенных непрозрачными промежутками, называется *дифракционной решеткой*. С увеличением числа щелей главные максимумы и прежние минимумы остаются на прежних местах, но максимумы становятся ярче, а промежутки между ними все темнее. С увеличением числа щелей увеличивается число дополнительных минимумов. Максимумы света на экране располагаются симметрично относительно центрального максимума, для которого $m = 0$. Максимумам присваивают номера, соответствующие значениям m . Раз-

личают максимумы первого, второго и т. д. порядков. При освещении дифракционной решетки белым светом максимумы одного и того же порядка для различных длин волн будут наблюдаться в различных направлениях. Это значит, что дифракционная решетка разлагает свет сложного состава в спектр. Из формул (2-5) видно, чем больше длина волны λ , тем на больший угол отклоняются лучи.

Дифракционная решетка позволяет очень точно определять длины волн, если известна постоянная решетки и углы отклонения лучей.

Задача X.1 Перед зеркалом воткнуты две булавки A и B , как показано на рис. X.14. Какое

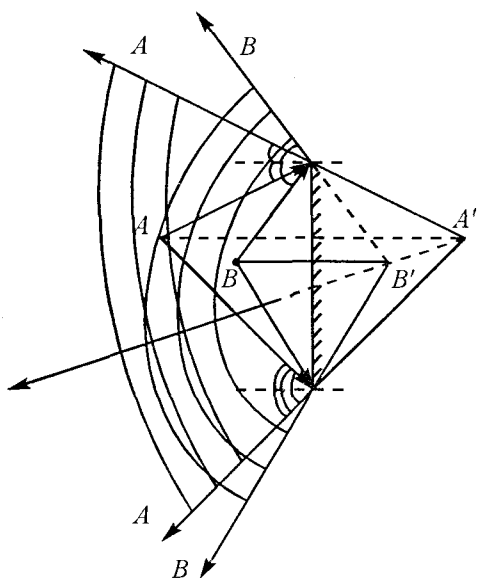


Рис. X.14

расположение изображений этих булавок увидит наблюдатель при различных положениях глаза? Как он должен расположить глаз, чтобы изображения булавок накладывались друг на друга?

Решение. Угол, в пределах которого глаз увидит ту или иную точку, определяется размерами зеркала. Чтобы найти этот угол, нужно провести лучи из точек A и B к краям зеркала и построить отраженные лучи. Эти отраженные лучи обязательно пересекутся там, где находится изображение искомой точки. Так, изображение точки A наблюдатель сможет увидеть в пределе угла $AA'A$, изображение точки B — в пределах угла $BB'B$. В той области пространства, где эти углы перекрываются, наблюдатель увидит две точки одновременно. Если наблюдатель смотрит вдоль линии, проходящей через изображения A' и B' булавок в зеркале, то он увидит эти изображения слившимися. Если он поместит глаз выше линии $A'B'$, то он увидит изображение булавки A слева от изображения булавки B . Если же он поместит глаз ниже линии $A'B'$, то он увидит изображение булавки A справа от изображения булавки B .

Задача X.2 На стене висит зеркало высотой $h = 1$ м. Человек стоит на расстоянии $a = 2$ м от зеркала. Какова высота H участка противоположной стены, который может видеть в зеркале человек, не изменяя положения головы? Стена находится на расстоянии $b = 4$ м от зеркала (рис. X.15).

Решение. Максимальные размеры участка стены, которые сможет увидеть наблюдатель, опре-

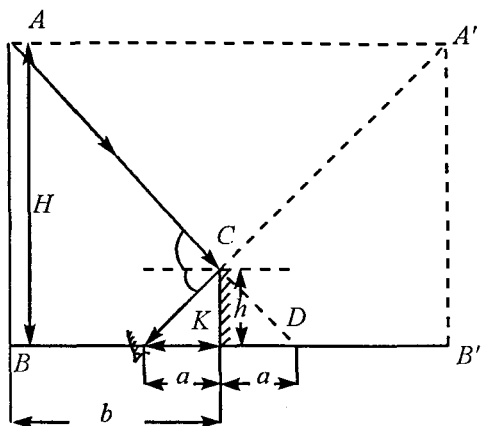


Рис. X.15

деляются лучами, попадающими в глаз наблюдателя, которые отразились от концов зеркала. Однако для наблюдателя эти лучи кажутся выходящими из точек A' и B' . Все остальные лучи, исходящие из точек между точками A и B , также попадают ему в глаз (см. рисунок).

Из подобия треугольников ADB и CDK видно:

$$\frac{h}{H} = \frac{a}{a+b}.$$

Таким образом:

$$H = \frac{h(a+b)}{a} = \frac{1 \cdot (2+4)}{2} = 3 \text{ м.}$$

Задача X.3 Какой наименьшей высоты должно быть плоское зеркало, укрепленное вертикально на стене, чтобы человек мог видеть свое отражение в нем во весь рост, не изменяя положения

лампочку, находящуюся над его головой на расстоянии $h = 75$ см от поверхности воды. Каково будет кажущееся расстояние H от поверхности воды до лампочки? Показатель преломления воды $n = 1,33$ (рис. X.17).

Решение. Рассмотрим некоторый луч SA , падающий под малым углом α на границу раздела воздух — вода. Этот луч преломится под углом β и попадет в глаз человеку. Но для человека луч выходит из точки S' , которая находится на пересечении двух лучей $S'O$ и $S'A$. Любое изображение можно получить с помощью двух лучей: один

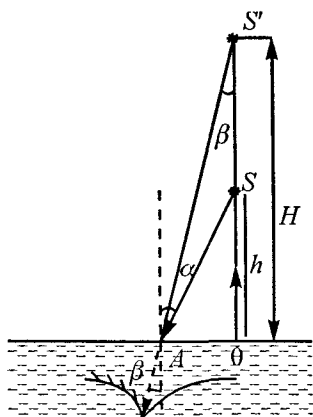


Рис. X.17

луч пускаем перпендикулярно границе раздела SO — он отражается в обратном направлении, второй луч выбираем SA , он преломляется, и продолжение преломленного луча пересекается с лучом OS' в точке S' . Эта точка и является кажущимся расположением источника S .

Рассмотрим прямоугольные треугольники ASO и $AS'O$. Они имеют общую сторону OA , которая равна $OA = h \cdot \operatorname{tg} \alpha = H \cdot \operatorname{tg} \beta$. Таким образом,

$$\frac{H}{h} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = n$$

(так как углы малы, можно считать

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} \approx \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = n).$$

Следовательно, $H = nh = 0,75 \cdot 1,33 = 1 \text{ м}$.

Задача X.5 На дне сосуда глубиной d , наполненного водой, лежит монета. На какой высоте h от поверхности воды следует поместить электрическую лампочку, чтобы ее изображение, даваемое лучами, отраженными от поверхности воды, совпадало с изображением монеты, даваемым преломленными лучами?

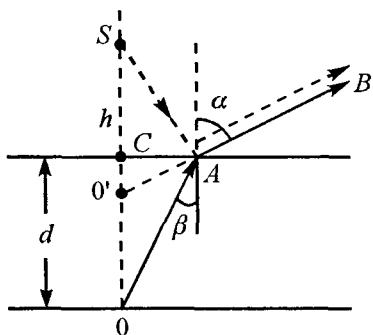


Рис. X.18

Как можно непосредственным наблюдением по вертикали установить совпадение изображений лампочки и монеты? (рис. X.18)

Решение. Направим любой луч OA на поверхность воды от монеты. Тогда он выйдет из воздуха под углом α (луч AB). По этому же направлению должен пойти

и отраженный от поверхности воды луч, падающий в точку A из источника S . Вторым луч от монеты направим перпендикулярно поверхности воды. Тогда пересечение продолжения луча $O'B$ с $O'S$ в точке O' даст изображение монеты и источника S одновременно. Если совпадение изображений монеты и источника S случайно, то, пе-

рещая глаз по вертикали, мы увидим, что изображения смещаются относительно друг друга (задача X.1). Искомое расстояние h легко определить из треугольников SCA и $O'CA$, имеющих общую сторону CA :

$$h \operatorname{tg} \alpha = d \operatorname{tg} \beta, \text{ или } h = \frac{d \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{d}{n}.$$

Задача X.6 На дне водоема, имеющего глубину $H = 3$ м, находится точечный источник света. Какой минимальный радиус R должен иметь круглый непрозрачный диск, плавающий на поверхности воды над источником, чтобы с вертолета нельзя было обнаружить этот источник света? Показатель преломления воды $n = 1,33$ (рис. X.19).

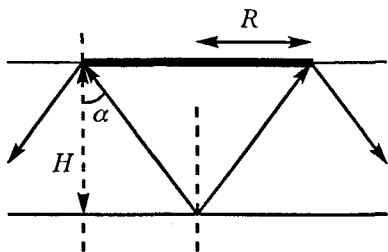


Рис. X.19

Решение. Чтобы лучи от источника не попали в воздух, они должны падать под углом, бóльшим угла полного отражения, т. е.

$$\sin \alpha \geq \frac{1}{n}. \text{ Так как } \operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{H}, \text{ отсюда}$$

$$R = H \operatorname{tg} \alpha = \frac{H \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{H \sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{H}{\sqrt{n^2 - 1}} = 8,9 \text{ м.}$$

Задача X.7 Луч света падает на стеклянную пластинку с показателем преломления n под уг-

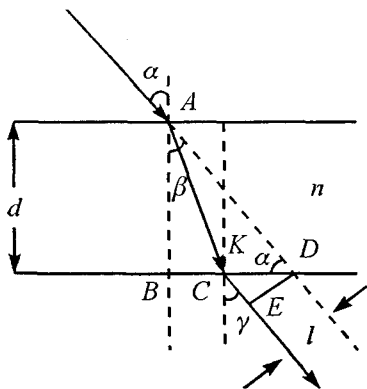


Рис. 10.20

лом α . Толщина пластины d . Определить, насколько сместился вышедший из пластины луч относительно падающего (рис. X.20).

Решение. Луч, вышедший из плоскопараллельной пластины, параллелен падающему лучу. Это легко показать. Действительно, со-

гласно закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \text{ а } \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{1}{n}.$$

Перемножив эти соотношения, получим

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = 1.$$

Следовательно, $\sin \alpha = \sin \gamma$ и углы также равны $\alpha = \gamma$.

Таким образом, луч из плоскопараллельной пластины выходит под тем же углом, что и падает на нее. Однако он смещается на некоторое расстояние l . Определим это расстояние.

Опустим из точки D перпендикуляр DE на выходящий из пластины луч. Из треугольника CDE имеем (рис. X.20):

$$\begin{aligned} DE = l &= CD \cos \alpha = (BD - BC) \cos \alpha = \\ &= (d \operatorname{tg} \alpha - d \operatorname{tg} \beta) \cos \alpha = \end{aligned}$$

$$= d(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) \cos \alpha = \frac{d \sin \alpha (\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

Из этого соотношения видно, чем тоньше пластина, тем на меньшее расстояние сместится луч, выходя из пластины. Если толщина пластины d стремится к нулю, то можно считать, что луч практически не смещается.

Задача X.8 На расстоянии $d = 40$ см от тонкой собирающей линзы находится предмет высотой $h = 10$ см. Определить величину изображения H , если фокусное расстояние линзы $F = 15$ см (рис. X.21).

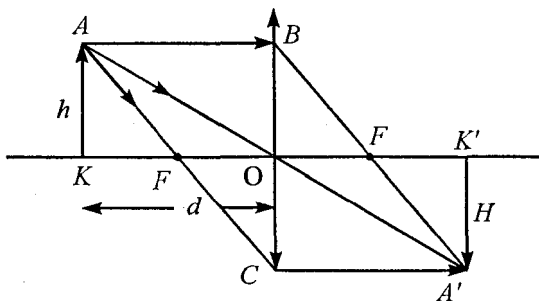


Рис. X.21

Решение. Любое изображение точки в линзе можно получить с помощью двух лучей. Мы воспользуемся двумя из трех «замечательных» лучей, ход которых через линзу мы всегда знаем. Таковыми лучами являются: 1) луч, идущий от источника, параллельный главной оптической оси,

после линзы проходит через фокус (луч $AB A'$); 2) луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется (луч $AO A'$); 3) луч, идущий через фокус, после линзы выходит параллельно главной оптической оси (луч $AC A'$). С помощью любых двух из этих лучей мы получаем изображение точки A . Изображение точки K получим в результате пересечения луча, проходящего через оптический центр KK' и перпендикуляра AK' , опущенного на главную оптическую ось.

Воспользовавшись формулой линзы, получим расстояние, на котором находится изображение предмета $A'K'$ от линзы (f) (см. п. X.5):

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \text{ Отсюда } f = \frac{Fd}{d - F} = 24 \text{ см.}$$

Из подобия треугольников AKO и $A'K'O$ легко получить увеличение линзы $k = \frac{H}{h}$:

$$k = \frac{A'K'}{AK} = \frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}.$$

Следовательно, величина изображения

$$H = kh = \frac{3h}{5} = 6 \text{ см.}$$

Задача X.9 На рисунке показан источник S и его изображение S' . Определить построением положение оптического центра линзы и каждого из ее фокусов в случаях, когда главной оптической осью линзы являются прямые $1-1'$, $2-2'$, $3-3'$ (рис. X.22, а).

Решение. По сути дела, в этом условии содержится три задачи. Рассмотрим их.

1. Главной оптической осью является прямая $1-1'$. Если внимательно посмотреть на рисунок X.22, (б),

то можно заметить, что источник и изображение всегда лежат на одной прямой SS' , которая пересекает оптическую ось в точке, где находится оптический центр линзы. Поэтому в нашем случае, продолжив прямую SS' до пересечения с главной оптической осью $1-1'$, получим место нахождения оптического центра линзы O .

Далее из источника S проведем луч SB , параллельный главной оптической оси. Согласно рис. X.22, (б), прямая, прошедшая через точку B и изображение S' ,

обязательно пройдет через фокус линзы, который находится на пересечении этой прямой с главной оптической осью. Аналогично, если провести прямую $S'B'$, параллельную главной оптической оси, а затем соединить точку B' с источником S , то прямая $B'S$ пересечет главную оптическую ось во втором фокусе линзы.

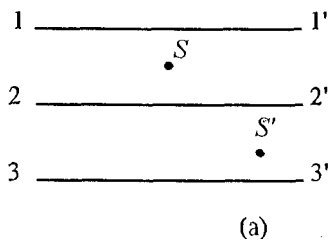


Рис. X.22

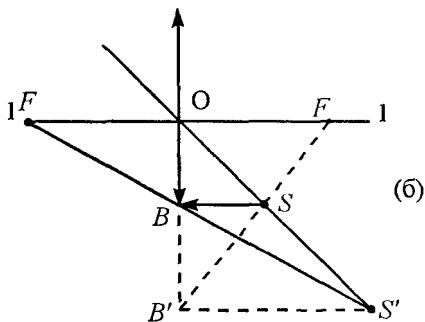


Рис. X.22

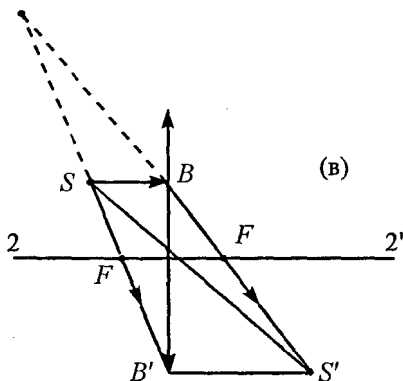


Рис. X.22

Повторим построения, проведенные при решении предыдущей задачи, получим, что изображение S' является действительным, а линза — собирающая (рис. X.22, в).

3. Главной оптической осью является прямая 3 — 3'. Вновь проведем аналогичные построения: соединим прямой S и S' и продолжим ее до пересечения с точкой O ; из источника S проведем прямую SB , параллельную главной оптической оси 3 — 3'. Точку B соединим с S' и продолжим до пересечения с главной оптической осью 3 — 3', определяя местоположение фокуса F . Из рис. X.22, (г) мы видим, что источник находится за фокусом, его изображение мнимое, следовательно, линза — рассеивающая.

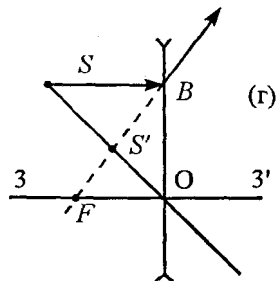


Рис. X.22

Задача X.10 Где следовало бы расположить предмет, чтобы собирающая линза дала его прямое изображение в натуральную величину?

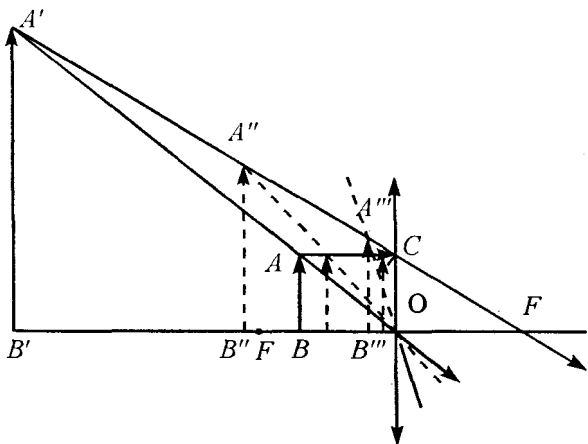


Рис. X.23

Решение. Все предметы, находящиеся за фокусом F , дают перевернутое изображение. Прямое изображение получается, когда предмет помещают между фокусом и линзой. В этом случае изображение будет мнимым. Проследим движение изображения при приближении предмета к линзе (рис. X.23). Изображение будем строить по двум «замечательным» лучам: 1) луч, параллельный главной оптической оси AC , после линзы проходит через фокус; 2) луч, проходящий через центр линзы AO , нигде не преломляется. Направление луча CF при любом положении предмета остается неизменным. Луч, проходящий через оптический центр линзы O , по мере приближения предмета к линзе постепенно поворачивается вокруг точки O , составляя с оптической осью все больший угол. Поэтому, если предмет поместить в плоскости, проходящей через оптический

центр, то его изображение будет прямым и в натуральную величину.

Задача X.11 Построить изображение отрезка AB , параллельного главной оптической оси собирающей линзы с заданным положением фокусов (рис. X.24).

Решение. Для получения изображения предмета AB достаточно построить изображение его конечных точек A и B . Это легко сделать с помощью двух «замечательных» лучей. Один луч проведем через оптический центр O , а другой — через фокус F . Соединим точки A' и B' прямой, которая и представляет собой изображение предмета AB .

Задача X.12 Через круглое отверстие в экране проходит сходящийся пучок лучей. Лучи пе-

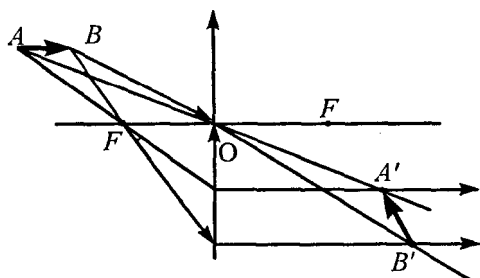


Рис. X.24

ресекаются в точке A , лежащей на расстоянии $a = 15$ см от экрана. Как изменится расстояние от точки встречи лучей до экрана, если в отверстие

вставить собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 30$ см? Построить ход лучей после установки линзы (рис. X.25).

Решение. Для построения изображения точки A выберем два вспомогательных луча: один луч BA — это луч, проходящий через точку A параллельно главной оптической оси OO' ; второй луч — CA , проходящий через точку A и центр отверстия (он же и будет центром линзы). Точка пересечения этих лучей после линзы определит новое положение вершины пучка A' . Эта точка является изображением точки A (рис. X.25).

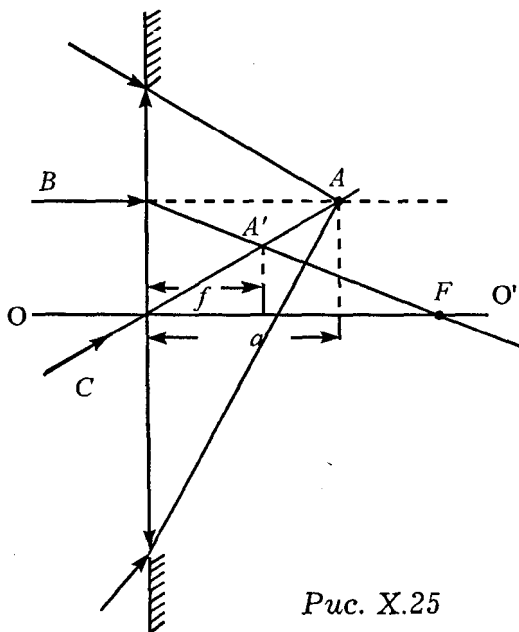


Рис. X.25

Так как на линзу падает сходящийся пучок света, то расстояние от линзы до источника A

следует брать со знаком «-», т.е. $d = -a$. Тогда положение точки A' определится из формулы линзы:

$$\frac{1}{-a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \text{ Отсюда } \frac{1}{f} = \frac{1}{F} + \frac{1}{a}, \text{ или}$$

$$f = \frac{Fa}{a + f} = \frac{30 \cdot 15}{45} = 10 \text{ см.}$$

Таким образом, точка A' переместится на расстояние $\Delta = a - f = 5$ см ближе к линзе.

Задача X.13 Точечный источник S находится на главной оптической оси за фокусом. Определить построением его изображение: а) в собирающей линзе, б) в рассеивающей линзе.

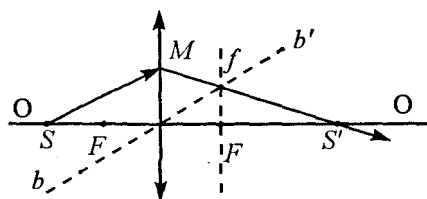


Рис. X.26 (а)

(рис. X.26). Далее проведем побочную ось bb' , параллельную проведенному лучу SM . Эта ось пересечется с фокальной плоскостью в некоторой точке f , но для собира-

Решение. Для построения изображения проведем в обоих случаях из источника любой луч в некоторую точку M

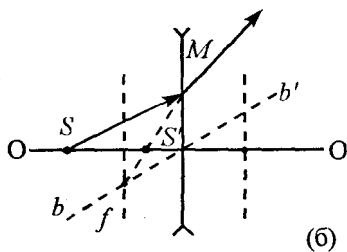


Рис. X.26 (б)

ющей линзы эта точка f лежит справа от линзы, а для рассеивающей — слева от линзы. Тогда луч Mf пересечет главную оптическую ось в точке, где находится изображение S' . Так как любое изображение можно построить по двум лучам, то второй луч выберем идущим из источника S вдоль главной оптической оси. Оба луча SM и SS' пересекутся в точке S' , которая является изображением. Для собирающей линзы в нашем случае изображение действительное, для рассеивающей — мнимое.

Задача X.14 Найти построением положение светящейся точки, если известен ход двух лучей после их преломления в линзе (рис. X.27). Один из этих лучей (луч 2) проходит через фокус.

Решение.
 Лучи, выходящие из линзы, для человеческого глаза кажутся исходящими из точки S' , которая является изображением источника и лежит на пересечении лучей 1 и 2. Мы уже знаем (задача X.8), что источник S и изображение S' лежат на одной прямой, проходящей через оптический центр, поэтому проведем луч $S'O'$. Так как луч 2 проходит через фокус, то до линзы он обязательно должен

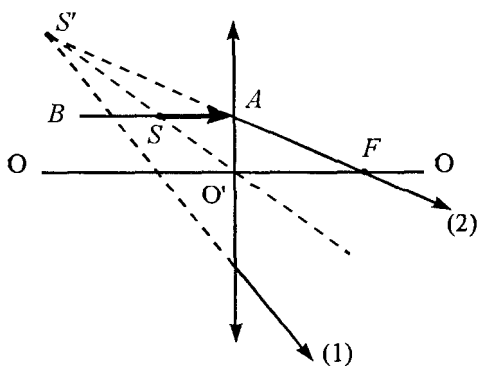


Рис. X.27

пересечения лучей 1 и 2. Мы уже знаем (задача X.8), что источник S и изображение S' лежат на одной прямой, проходящей через оптический центр, поэтому проведем луч $S'O'$. Так как луч 2 проходит через фокус, то до линзы он обязательно должен

идти параллельно главной оптической оси OO' . Поэтому, если мы проведем прямую AB , параллельную главной оптической оси OO' , то она пересечет луч $S'O'$ в точке S , которая и является местом положения светящейся точки.

Задача X.15 Собирающая линза положена на плоское зеркало. Где нужно поместить точечный источник, чтобы изображение его, даваемое этой системой, было действительным и совпало с самим источником (рис. X.28)?

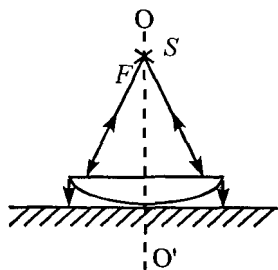


Рис. X.28

Решение. Чтобы изображение совпало с источником после отражения, лучи должны пройти по тому же пути, что и до отражения. Это произойдет только в том случае, если

лучи на зеркало после прохождения линзы падают перпендикулярно. Это означает, что после линзы лучи выходят параллельно оптической оси OO' . Следовательно, источник должен находиться в фокусе.

Задача X.16 Собирающая линза вставлена в круглое отверстие в непрозрачной ширме. Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии $d = 10$ см от нее. По другую сторону линзы на таком же расстоянии d от нее поставлен перпендикулярно к этой оси экран. На экране виден светлый круг, диа-

метр которого в $n = 2$ раза меньше диаметра линзы. Определить фокусное расстояние линзы F .

Решение. В этой задаче возможны два решения: лучи падают на экран расходящимся пучком ($d < f$, рис. X.29, а)

и сходящимся ($d > f$, рис. X.29, б). Рассмотрим первый случай. Из подобия треугольников $AS'B$

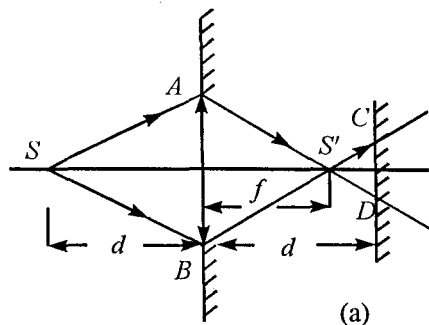


Рис. X.29

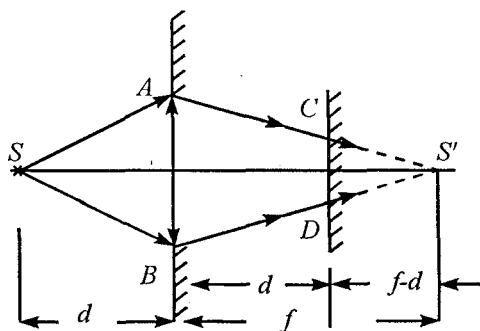


Рис. X.29 (б)

и $CS'D$ имеем: $\frac{AB}{CD} = \frac{f}{d-f} = n = 2$. Вспомним фор-

мулу линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ и, подставив в нее выра-

жение для $f = \frac{nd}{n+1}$, получим

или

$$\frac{2r}{d} = \frac{2R}{b-d} \quad (\text{при } b > d). \quad (2)$$

Воспользуемся формулой линзы:

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (3)$$

Значение фокуса берется со знаком «+», так как неизвестно, какая должна быть линза. Решая сначала систему уравнений (1) и (3), а затем систему (2) и (3), получим

$$F = \pm \frac{rb}{R} = \pm 25 \text{ см.}$$

Знак «+» соответствует случаю $b < d$ и указывает на то, что в отверстие следует вставить собирающую линзу, знак «-» — рассеивающую.

Задача X.18 Два когерентных источника света S_1 и S_2 расположены на расстоянии l друг от друга. На расстоянии $D \gg l$ от источника помещается экран. Определить расстояние между соседними интерференционными полосами вблизи середины экрана (вблизи точки O), если источник посылает свет длины волны λ (рис. X.31).

Решение. Предположим, что в некоторой точке A на экране мы увидим максимум порядка m .

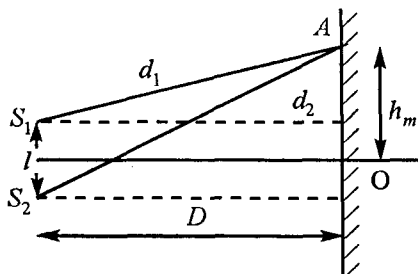


Рис. X.31

Это произойдет в том случае, когда разность хода $\Delta = d_2 - d_1$ будет равна целому числу длин волн, т. е. $d_2 - d_1 = m\lambda$, где $m = 0, 1, 2, \dots$. Из рисунка видно, что

$$d_1^2 = D^2 + \left(h_m - \frac{l}{2}\right)^2, \text{ а } d_2^2 = D^2 + \left(h_m + \frac{l}{2}\right)^2, \text{ тогда}$$

$$d_2^2 - d_1^2 = D^2 + \left(h_m + \frac{l}{2}\right)^2 - D^2 - \left(h_m - \frac{l}{2}\right)^2 = 2h_m l,$$

но с другой стороны

$$d_2^2 - d_1^2 = (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2h_m l.$$

Так как по условию $D \gg l$, то можно считать, что $d_1 + d_2 \approx 2D$. Тогда

$$d_2 - d_1 = \frac{2h_m l}{2D} = m\lambda.$$

Отсюда, расстояние от центра (от точки O) до светлой полосы порядка m

$$h_m = \frac{m\lambda D}{l},$$

а расстояние между полосами

$$\Delta h = h_{m+1} - h_m = \frac{\lambda D}{l}.$$

Таким образом, расстояние между соседними светлыми полосами (как и между соседними темными) остается постоянным для одной и той же длины монохроматической волны.

Задача X.19 Собирающая линза, имеющая фокусное расстояние $F = 10$ см, разрезана попо-

лам, и половинки раздвинуты на расстояние $a = 0,5$ мм (билинза). Оценить число интерференционных полос на экране, расположенном за линзой на расстоянии $D = 60$ см, если перед линзой имеется точечный источник монохроматического света ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см), находящийся на расстоянии $d = 15$ см от нее (рис. X.32).

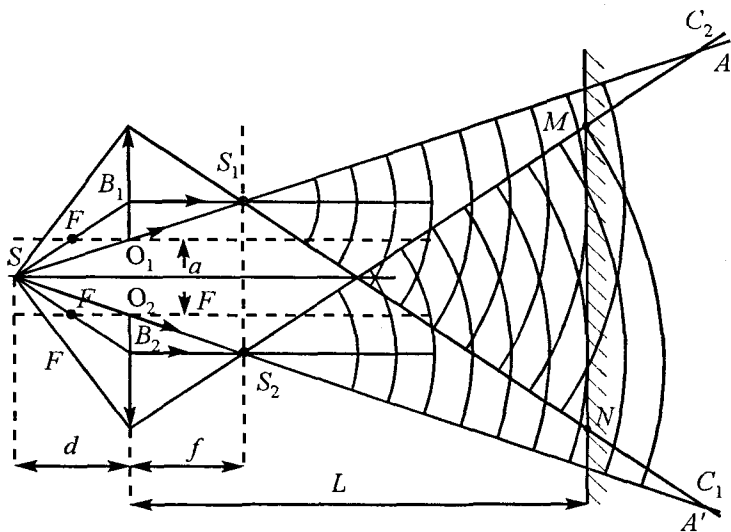


Рис. X.32

Решение. Билинза является тем устройством, которое позволяет получить когерентные источники света. В билинзе при смещении половинок линз вместе с ними смещаются и фокусы, и оптические центры этих половинок. Поэтому каждая из половинок дает свое изображение источника S . Изображение строим по обычным зако-

нам: по двум из «замечательных» лучей. Один луч проведем через оптические центры половинок линзы (лучи SA и SA'), а другой — через фокусы половинок линзы (лучи SB_1S_1 и SB_2S_2). Пересечение этих двух лучей за линзой дает изображение S_1 и S_2 . Все лучи, выходящие из источника и проходящие через половинки линзы, обязательно пройдут через изображения. Изображение S_1 можно видеть только в пределах угла, образованного крайними лучами, прошедшими через половинки линзы. Так, изображение S_1 можно увидеть в пределах угла AS_1C_1 , а изображение S_2 — в пределах угла $A'S_2C_2$. Экран можно поместить только в той области, где эти углы перекрываются, т. е. где встречаются лучи, идущие от когерентных источников S_1 и S_2 , значит на экране мы сможем увидеть интерференцию в пределах MN . Таким образом, мы имеем два когерентных источника, расстояние между которыми $l = S_1S_2$, расстояние от источников до экрана равно $D = L - f$. Искомое число интерференционных

полос $N = \frac{MN}{\Delta h}$, где Δh — расстояние между соседними максимумами. Расстояние между источниками S_1S_2 можно легко определить из подобия треугольников SO_1O_2 и SS_1S_2 :

$$\frac{S_1S_2}{a} = \frac{f+d}{d}, \text{ или } S_1S_2 = \frac{a(f+d)}{d},$$

где f вычисляется из формулы линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$.

Откуда

$$f = \frac{Fd}{d - f} = \frac{10 \cdot 15}{5} = 30 \text{ см.}$$

Таким образом:

$$l = S_1 S_2 = \frac{a \left(\frac{Fd}{d - F} + d \right)}{d} = \frac{ad}{d - F} = 0,15 \text{ см.}$$

Расстояние между соседними полосами Δh мы получили в предыдущей задаче.

$$\Delta h = \frac{\lambda D}{l} = \frac{\lambda}{l} (L - f).$$

Расстояние MN определяется из подобия треугольников MSN и O_1SO_2 , т. е.

$$\frac{MN}{L + d} = \frac{a}{d}, \text{ или } MN = \frac{a(L + d)}{d}.$$

Таким образом, на экране можно увидеть число интерференционных полос.

$$N = \frac{MN}{\Delta h} = \frac{a(L + D)l}{d\lambda(L - f)} = \frac{a^2(L + d)}{\lambda(L - f)(d - F)} = 25 \text{ полос.}$$

Задача X.20 Какой минимальной толщины (d_{\min}) должна быть прозрачная тонкая пленка с показателем преломления $n = 1,2$, чтобы произошло усиление красного света ($\lambda = 8 \cdot 10^{-7}$ м) при отражении от верхней и нижней поверхностей пленки.

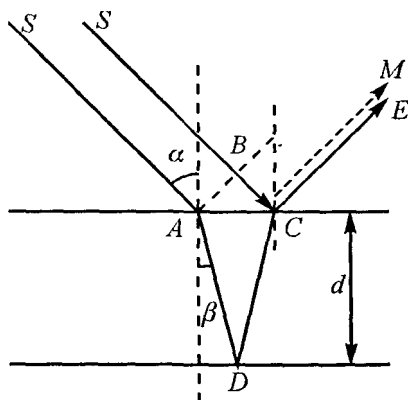


Рис. X.33

Свет падает на пленку под углом $\alpha = 30^\circ$ (рис. X.33).

Решение. При падении на пленку света он частично отражается от ее поверхности (например, луч CM), а частично проходит внутрь и вновь отражается от нижней поверхности (луч DCE). Оба эти луча

когерентные, так как они являются частями одного и того же цуга волн излучающего атома. При встрече этих двух лучей происходит их интерференция. Встретившиеся лучи проходят разные расстояния. Один из них идет по пути SCM , а другой — $SADCE$. Разность хода этих двух лучей

$$\Delta = ADC - BC = 2AD \cdot n - BC = \frac{2dn}{\cos \beta} - AC \sin \alpha =$$

$$= \frac{2dn}{\cos \beta} - 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha = 2dn \cos \beta.$$

Следует отметить, что оптический путь $AD \cdot n$ отличается от геометрического (AD), так как световые лучи длины волны λ в воздухе, в пленке

(пластине) имеют длину $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n}$ ($n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda v}{\lambda_1 v} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$,

т. е. длина волны в пленке уменьшается в n раз

($n > 1$), а значит, в ней укладывается бóльшее число длин волн.

Если в разности хода Δ содержится целое число длин волн, то происходит усиление света (максимум освещенности).

$$\Delta = 2dn \cos \beta = m\lambda, \quad (1)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$

$$\text{Если } \Delta = 2dn \cos \beta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (2)$$

то наблюдается ослабление света (минимум освещенности). Условия (1) и (2) записаны без учета потери полуволны, которая происходит при отражении от более плотной среды (т. е. от верхней границы).

Минимальная толщина пленки, при которой произойдет усиление красного света, определяется из условия (1) при $m = 1$, т. е.

$$2d_{\min} n \cos \beta = \lambda, \text{ или}$$

$$\begin{aligned} d_{\min} &= \frac{\lambda}{2n \cos \beta} = \frac{\lambda}{2n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \\ &= \frac{8 \cdot 10^{-5} \text{ см}}{2 \cdot 1,09} = 3,67 \cdot 10^{-5} \text{ см.} \end{aligned}$$

Столь тонкие пленки очень трудно изготовить, поэтому обычно пленки имеют толщину, превышающую d_{\min} в целое число раз. Однако максимальная толщина пленки имеет очень ограниченный предел. Дело в том, что строго монохроматического света не существует, и длина волны

лежит в пределах от λ до $\lambda + \Delta\lambda$. Поэтому может случиться так, что один край m -го максимума совпадает с краем $(m+1)$ -го максимума, т. е. $m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda$ или $\Delta\lambda = \lambda/m$. Таким образом, m не должно быть очень большим, а значит, и толщина пленки d_{\min} — тоже. Так, например, при стеклянной пластине толщиной $d = 0,1$ мм наблюдение интерференционных полос уже невозможно.

Задача X.21 Чтобы уменьшить коэффициент отражения света от оптических стекол, на их поверхности наносят тонкий слой прозрачного вещества, у которого показатель преломления n меньше, чем у стекол. (Так называемый «метод просветления» оптики.) Определить минимальную толщину наносимого слоя, считая, что световые лучи падают на оптическое стекло перпендикулярно. Объяснить, почему объективы с «просветленной оптикой» имеют пурпурно-фиолетовый (сиреневый) оттенок?

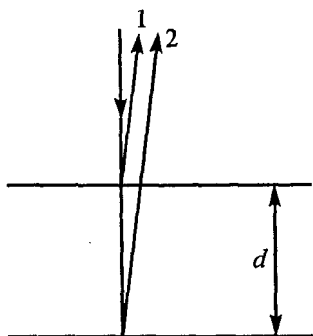


Рис. X.34

Решение. Для уменьшения коэффициента отражения нужно, чтобы отраженные лучи 1 и 2 ослабили («гасили») друг друга (рис. X.34). Это произойдет в том случае, если для двух лучей будет

удовлетворяться условие минимума освещенности (задача X.18), т. е.

$$2dn = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \text{ или } d = \frac{2 + m}{4n} \lambda,$$

для $m = 1$ $d_{\min} = \frac{3}{4n} \lambda.$ (1)

Так как на объектив падает белый свет, то толщину наносимого слоя рассчитывают для зеленого света, поэтому зеленый свет гасится, а крайние части видимого спектра (красная и фиолетовая) отражаются. Смещение этих цветов и дает сиреневый оттенок.

Задача X.22 Определить расстояние между соседними максимумами, если монохроматический свет с длиной волны λ падает нормально на тонкую пленку в виде клина с малым углом наклона α (рис. X.35).

Решение. Если на клин направить параллельный монохроматический пучок света, то на поверхности клина можно наблюдать че-

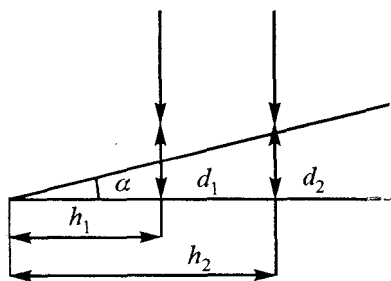


Рис. X.35

редующиеся темные и светлые полосы. В этом случае наблюдается интерференция лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей клина.

Если разность хода этих двух лучей равна це-

лому числу волн $\Delta = 2dn = m\lambda$, то наблюдается максимум (без учета потерь при отражении).

Пусть два соседних максимума находятся на расстоянии h_1 и h_2 от начала клина (рис. X.35), $d_1 = h_1\alpha$ и $d_2 = h_2\alpha$ соответствующие этим максимумам толщины пленок. Тогда разность хода для лучей, проходящих эти толщины:

$$\Delta_1 = 2d_1n = m\lambda \text{ и } \Delta_2 = 2d_2n = (m+1)\lambda.$$

Расстояние между соседними максимумами

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{d_2}{\alpha} - \frac{d_1}{\alpha} = \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2n\alpha} = \frac{\lambda}{2n\alpha}.$$

Из формулы видно, что полосы лежат на равном расстоянии друг от друга, однако, чем больше угол α , тем ближе расположены полосы.

Задача X.23 Почему кольца Ньютона образуются только вследствие интерференции лучей 2

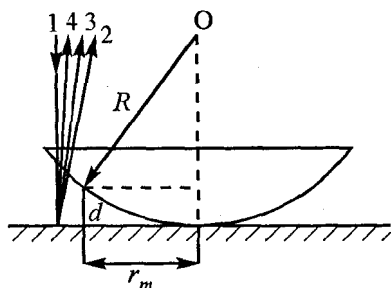


Рис. X.36

и 3, отражаясь от воздушной прослойки между линзой и стеклом (рис. X.36), а луч 4, отраженный от плоской грани линзы, не влияет на характер интерференционной картины? Полагая, что монохроматический свет падает нормально,

вычислить радиусы колец Ньютона, если известен радиус кривизны линзы (на рисунке ход лу-

чей 4, 2, 3 несколько искажается, чтобы лучше видно было, о каких лучах идет речь).

Решение. Все три луча 2, 3, 4 являются когерентными, однако интерференционную картину можно наблюдать только в том случае, если лучи 2 и 3 отражаются от воздушной прослойки, находящейся в непосредственной близости от точки соприкосновения линзы и стекла. Вдали от точки соприкосновения наблюдать интерференционную картину невозможно, так как воздушный слой, равно как и толщина линзы, являются «толстыми» пленками (задача X.20). При отражении лучей от воздушной прослойки разность хода лучей 2 и 3 равна $\Delta = 2dn$. Если мы будем наблюдать светлые кольца, то $\Delta = 2dn = m\lambda$. Из рисунка видно:

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = (2R - d)d \approx 2Rd$$

(так как $d < 0,01$ мм, $R \sim 1-2$ м).

Отсюда $r = \sqrt{2Rd}$, при наблюдении светлых полос

$$d = \frac{m\lambda}{2n} = \frac{m\lambda}{2} \quad (\text{для воздушного слоя } n = 1).$$

Таким образом, радиус светлого кольца порядка m $r_m = \sqrt{m\lambda R}$.

Расчет радиусов светлых колец был проведен без учета потери полуволны при отражении от более плотной среды.

Воздушную прослойку между поверхностью линзы и горизонтальной поверхностью можно

рассматривать как совокупность воздушных клиньев с меняющимся углом наклона α . Согласно формуле, полученной в предыдущей задаче, расстояние между соседними максимумами будет уменьшаться (угол α увеличивается), т. е. максимумы будут сближаться при движении от центра линзы к периферии.

Задача X.24 Вычислить радиусы зон Френеля сферической волны радиусом a для точки B , отстоящей от источника монохроматических волн длины λ на расстоянии $a + b$, полагая, что $a \gg \lambda$ и $b \gg \lambda$ (рис. X.37).

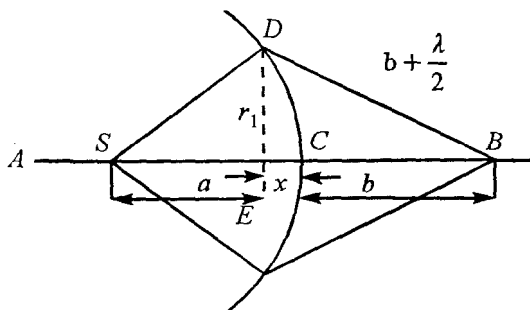


Рис. X.37

Решение. Опустим перпендикуляр из точки D на прямую SB . Радиус первой зоны (см. пX.7) легко определяется из треугольников SDE и BDE по теореме Пифагора:

$$r_1^2 = a^2 - (a - x)^2; \quad (1)$$

$$r_1^2 = \left(b + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x)^2. \quad (2)$$

Приравняв левые части уравнений (1) и (2),

получим: $x(a + b) = \frac{b\lambda}{2}$, т. е. $x = \frac{b\lambda}{2(a + b)}$ (при этом

полагаем, что $\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \ll ab$).

Теперь воспользуемся первым равенством

$$r_1^2 = a^2 - (a - x)^2 = 2ax + x^2$$

и подставим выражение для x , учитывая, что $x^2 \ll ax$. Тогда

$$r_1 = \sqrt{\frac{ab\lambda}{a + b}}.$$

Для зоны Френеля номером m получим аналогично

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a + b}}. \quad (3)$$

Задача X.25 Точечный источник монохроматического света с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см находится на расстоянии $a = 6,75$ м от ширмы с отверстием $D = 4,5$ мм. На расстоянии $b = a$ от ширмы расположен экран (рис. X.38). Как изменит-

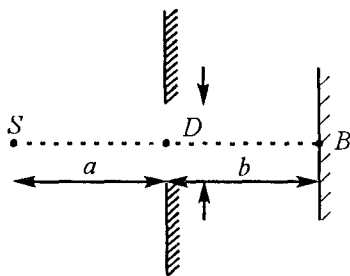


Рис. X.38

ся освещенность в точке B на экране, если диаметр отверстия увеличить до $D_1 = 5,2$ мм?

Решение. Теперь, когда мы знаем радиус любой зоны (уравнение (3), задача X.24), можно легко определить сколько зон укладывается в отверстие диаметром D . Действительно:

$$r_m = \frac{D}{2} = \sqrt{\frac{mab\lambda}{a+b}}, \text{ или } m = \frac{D^2(a+b)}{4ab\lambda} = 3.$$

Это значит, что отверстие открывает нечетное число зон. Следовательно, в точке B на экране будет светлое пятно. Если диаметр отверстия сделать равным D_1 , то

$$m_1 = \frac{D_1^2(a+b)}{4ab\lambda} = 4,$$

т. е. теперь отверстие открывает четное число зон Френеля, значит, в точке B на экране будет темное пятно. Таким образом, увеличение отверстия приводит к уменьшению освещенности в точке B на экране.

Задача X.26 Плоская световая волна с длиной волны λ падает нормально на узкую щель шириной b . Определить направления на минимум освещенности (рис. X.39).

Решение. Чтобы дифракционная картина была видна, на конечном расстоянии за щелью помещают собирающую линзу, а в ее фокальной плоскости — экран. Тогда все лучи, идущие под углом φ , собираются в некоторой точке A на экране.

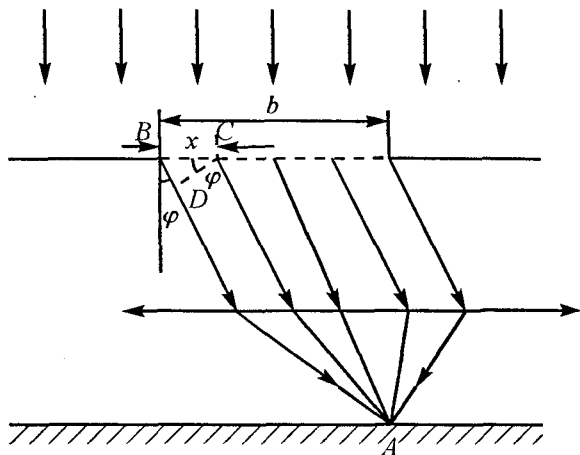


Рис. X.39

Так как на щель падает плоская волна, то ее фронт совпадает с плоскостью щели и все точки этого фронта (волновой поверхности) колеблются в одинаковой фазе. Но в точку A на экране они приходят не в одинаковой фазе, так как оптические пути их различны.

Рассмотрим точки B и C щели, расположенные на расстоянии x друг от друга. Разность хода лучей, исходящих из этих точек: $\Delta = BD = x \sin \varphi$.

Если эта разность хода равна $\lambda/2$, то расстояние $BC = x$ является шириной одной зоны Френеля, т. е.

$$\Delta = x \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}.$$

Следовательно, если на щели укладывается четное число зон, то в точке A происходит полное гашение колебаний и освещенность равна

нулю, т.е. $\frac{b}{x} = 2m$. Тогда $b = 2mx = \frac{2m\lambda}{2 \sin \varphi}$, или

$b \sin \varphi = m\lambda$, отсюда

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b}, \text{ где } m = 1, 2, 3, \dots$$

XI. ЗАДАЧИ, ПРЕДЛОЖЕННЫЕ В 1994–1996 гг. НА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАХ В МОСКОВСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

В этой главе разбираются задачи, предложенные в 1994–1996 гг. на вступительных экзаменах в Московском государственном университете на факультетах: геологическом, физическом, химическом, механико-математическом и факультете ВМиК.

Следует отметить, что существуют несколько способов решения задач, однако из всех возможных способов абитуриенты должны выбирать более короткий и простой способ, поскольку им нужно показать свою эрудицию, свои знания, которые были накоплены за годы обучения в школе.

Задача XI.1 С вершины горы бросили камень со скоростью v_0 под углом к горизонту. В момент падения угол между скоростью камня и горизон-