В порядке упражнений в применении алгоритма могут быть решены из стабильного задачника задачи №№ 23, 63, 65, 73, 79, 86, 191, 203, 212[1].

§ 3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ДИНАМИКЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Задачи по динамике в школьном курсе физики могут решаться либо на основе законов Ньютона, либо с использованием законов сохранения энергии и импульса. В данном разделе мы рассмотрим решение динамических задач на основе законов Ньютона.

Для овладения методом решения этих задач учащиеся должны усвоить следующее:

— понятие силы как вектора, имеющего абсолютное значение (модуль), направление и точку приложения;

— понятие ускорения как вектора, который в ускоренном прямолинейном движении направлен так же, как и скорость, в замедленном — противоположно ей, но всегда направлен так же, как и вектор изменения скорости; в движении по окружности с постоянной по модулю скоростью — по радиусу к центру окружности;

— формулировки и физическую сущность трех законов Ньютона;

— типы сил, рассматриваемых в механике (силы тяготения, упругости, трения);

— законы, показывающие, от чего зависят силы того или иного типа, и то, как определяется направление сил каждого типа.

При решении задач по динамике учащиеся сталкиваются с рядом трудностей, связанных с формальным усвоением понятий и законов динамики, и именно решение задач позволяет обеспечить их глубокое, неформальное усвоение.

Одна из основных трудностей состоит в определении того, какие силы действуют на тело. Учащиеся либо упускают из виду действие какой-либо силы, либо прикладывают к телу «лишние» силы, не обусловленные реальным взаимодействием тел.

Иногда учащиеся забывают, что ускорение обусловлено всегда равнодействующей всех сил, и считают, что ускорение сообщает лишь та сила, которая направлена в сторону ускорения. До сих пор бытует еще представление о неких «ускоряющих» силах (как будто есть силы, которые не сообщают ускорения). Причем иногда «ускоряющую» силу вводят как некую самостоятельную силу, не обусловленную каким-либо реальным действием на точку других тел. Примером такого заблуждения является встречающееся еще утверждение о том, что на тело, скатывающееся с наклонной плоскости, действует, помимо сил тяжести, реакции опоры и трения, еще и «скатывающая» сила, которая и является «ускоряющей» силой. Для

---

[1] Здесь и далее номера задач указываются из сборника задач по физике А. П. Рымкевича и П. А. Рымкевича (М.: Просвещение, 1984).

предотвращения этих заблуждений при формировании понятия силы необходимо систематически подчеркивать, что силы не есть нечто реально существующее наряду с телами или помимо них, что сила — это характеристика (мера) действия одного тела на другое, введенная для описания реального явления — явления взаимодействия.

Найти силы, приложенные к телу, значит найти, какие тела действуют на данное тело, и сколько действий производится на тело, столько и сил к нему приложено. Например, если по поверхности стола с помощью нити перемещают брусок, то на него действуют три тела: Земля, нить и стол, причем стол производит два действия — он вследствие деформации действует на брусок с силой упругости и вследствие шероховатости своей поверхности обеспечивает действие на брусок силы трения.

При изображении сил часто возникают затруднения в определении направления сил упругости и трения. Силы упругости, в частности натяжения в нитях, тросах или силы реакции опоры, направлены всегда в сторону, противоположную смещению частиц тела при его деформации. Значит, чтобы найти, как направлена сила упругости, надо выяснить, куда перемещаются частицы тела при его деформации. Так, если нить растягивается, то сила натяжения действует на тело со стороны нити в направлении, в котором сокращалась бы растянутая нить. Сила реакции опоры направлена в сторону, противоположную прогибу опоры, и всегда перпендикулярна опоре. Сила трения скольжения направлена в сторону, противоположную относительной скорости, а сила трения покоя направлена в сторону, противоположную возможному движению.

В задачах о движении тела, тормозящегося действием силы трения, учащиеся склонны считать, что на тело действует некая «движущая сила» в направлении движения, в связи с чем важно подчеркивать, что сила — не причина движения, а причина его изменения, что в данном случае нет тел (а потому и сил), действующих в направлении скорости. При этом ускорение направлено в сторону, противоположную скорости, так как движение замедленное (учащиеся склонны вектор ускорения направлять всегда в сторону движения), и сообщается оно действием силы трения.

Ряд затруднений возникает у учащихся в связи с выбором системы отсчета. При решении задач по кинематике никакие ограничения на выбор системы отсчета не накладывались. При решении задач по динамике прежде всего надо знать, в какой системе отсчета — инерциальной (ИСО) или неинерциальной (НИСО) — будет решаться задача. Школьники знают о существовании и тех и других, но на уроках физики решают задачи лишь в ИСО (силы инерции рассматриваются лишь на факультативных занятиях).

В связи с этим на ряде задач надо показать, что в системах отсчета, движущихся относительно инерциальной прямолинейно и ускоренно или вращающихся, законы Ньютона невыполнимы, эти системы являются неинерциальными, и, желая использовать при решении задачи законы Ньютона, необходимо выбрать именно инерциальную систему отсчета.

В ряде задач рассматривается движение не одной точки, а системы точек. Задачи на систему материальных точек решаются также на основе использования второго закона Ньютона, который пишется для каждой точки в отдельности. Следует предостеречь учащихся от попыток при решении такого рода задач писать закон не для отдельных тел, а для всей системы в целом. Например, решая задачу о движении железнодорожного состава из нескольких вагонов, учащиеся формально пишут второй закон, приравнивая векторную сумму всех сил, действующих на отдельные вагоны, к произведению ускорения на суммарную массу, забывая при этом, что закон Ньютона сформулирован для одной точки и что силы, действующие на отдельные вагоны, различны и искать равнодействующую сил, действующих на разные тела, не имеет смысла.

Среди задач по динамике можно выделить задачи на прямолинейное и криволинейное движение точки, и естественно, с первых и надо начинать. После формирования умения решать задачи на движение одной материальной точки следует перейти к решению задач на движение системы материальных точек (сначала вдоль одной прямой, а затем — вдоль двух).

Из основного закона динамики $\vec{F}=m\vec{a}$ следует, что возможны два типа динамических задач. Если заданы силы (или их можно определить) и известна масса точки, то из второго закона Ньютона можно определить ускорение, а зная его, по кинематическим уравнениям можно определить движение, т. е. координаты или скорость в любой момент времени. Если же известно ускорение, то можно определить силы, действующие на точку (или их составляющие в определенных направлениях, или углы, которые образуют векторные величины с избранными направлениями). Таким образом, оба эти типа задач решаются на основе использования закона Ньютона, из векторной записи которого $\vec{F}=m\vec{a}$ следуют скалярные уравнения вида:

$$\begin{cases} F_x=ma_x; \\ F_y=ma_y; \\ F_z=ma_z. \end{cases}$$

При изучении первой темы динамики «Законы Ньютона» обычно решаются достаточно простые задачи, на которых алгоритм в полной мере ввести невозможно. Его следует обосновать, когда изучаются виды сил — сила упругости, сила тяжести.

Наиболее подходящей задачей для обоснования алгоритма является следующая.

Задача 1. Гирю массой m, подвешенную на нити, поднимают вверх с постоянным ускорением из состояния покоя. Каково будет перемещение гири за время t после начала движения, если жесткость нити k, а удлинение нити Δl?

s — ?
m t k Δl

Решение

1. Выберем систему отсчета, как указано на рисунке 11, приняв за начало отсчета системы координат точку, связанную жестко с Землей,— точку O, в которой находилось тело в начальный момент. Так как тело находилось в равноускоренном движении, то для нахождения перемещения за заданное время надо знать ускорение. А ускорение по второму закону Ньютона определяется равнодействующей всех сил, приложенных к телу, поэтому следующий за выбором системы отсчета шаг должен состоять в нахождении сил.

2. На гирю действуют только два тела: Земля и нить, действия которых характеризуются соответственно силой тяжести, направленной вертикально вниз $\vec{F}_т$, и силой натяжения нити $\vec{T}$, которая направлена, как и любая сила упругости, в сторону, противоположную смещению частиц тела (нити) при его деформации, т. е. в данном случае — вдоль по нити вверх. Ускорение в равноускоренном движении направлено в ту же сторону, что и скорость, т. е. вверх.

3. Второй закон Ньютона для данного случая имеет вид:

$$\vec{F}_т+\vec{T}=m\vec{a}.$$

Запишем закон в проекциях на ось Ox:

$$F_{тx}+T_x=ma_x, \quad T-F_т=ma.$$

4. Чтобы найти ускорение, надо, исходя из физической природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят:

$$F_т=mg, \quad T=k\Delta l.$$

Подставив эти выражения в закон Ньютона, найдем ускорение:

$$a=\frac{k\Delta l-mg}{m}.$$

5. Для определения перемещения воспользуемся уравнением кинематики:

$$x=\frac{at^2}{2}.$$

6. Решая систему уравнений, получим:

$$s=x=\frac{k\Delta l-mg}{2m}t^2.$$

Анализ этапов решения этой и ей подобных задач (например, задачи о силе давления тела на пол ускоренно движущегося лифта) позволяет сконструировать следующий *алгоритм решения задач по динамике:*

1. Выбрать систему отсчета.

2. Найти все силы, действующие на тело, и изобразить их на чертеже. Определить (или предположить) направление ускорения и изобразить его на чертеже.

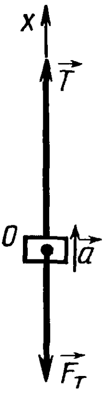

Рис. 11

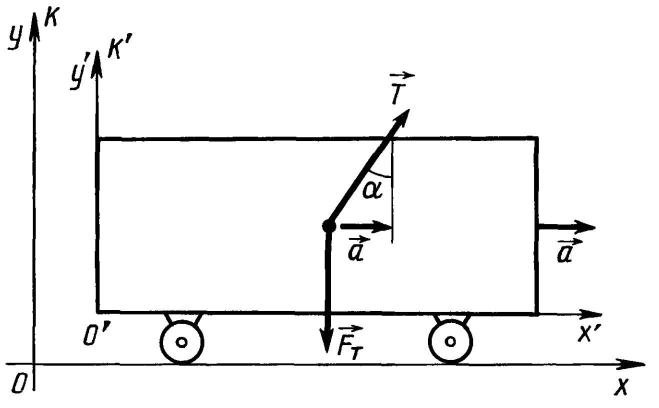

Рис. 12

3. Записать уравнение второго закона Ньютона в векторной форме и перейти к скалярной записи, заменив все векторы их проекциями на оси координат.

4. Исходя из физической природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят.

5. Если в задаче требуется определить положение или скорость точки, то к полученным уравнениям динамики добавить кинематические уравнения.

6. Полученную систему уравнений решить относительно искомых.

Решение последующих задач преследует цель формирования умений применять алгоритм, а также позволит сделать ряд частных дополнений к основным предписаниям алгоритма, поясняющих, как выполнять эти предписания. Приведем лишь некоторые из этих задач.

Прежде всего надо показать учащимся необходимость выбора ИСО при решении задач на основе законов Ньютона. Для этого полезна следующая задача.

Задача 2. Вагон движется по горизонтальному пути с постоянным ускорением $\vec{a}$. К потолку вагона подвешен отвес. Найти угол отклонения отвеса от вертикали и силу натяжения нити, если масса отвеса m.

α, T — ?	Решение
a m	Определив, что отвес не будет располагаться вертикально при наличии ускорения, а в силу инерции будет отклонен на угол α, выполняем чертеж (рис. 12).

Применяя алгоритм, ставим вопрос о выборе системы отсчета. Обычно от учащихся поступают два предложения: связать систему отсчета с Землей и связать ее с вагоном. Обсуждаем каждое из них.

Допустим, систему отсчета связали с вагоном (система K'). Ищем силы, приложенные к шарику отвеса (это сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила натяжения $\vec{T}$). Иногда учащиеся предлагают и третью силу — «ускоряющую», направленную, как и ускорение a, что требует от учителя разъяснения того, что на шарик действуют лишь два тела — Земля и нить, а потому и сил может быть только две — $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$, и так как других действий тел нет, то нет и других сил, кроме этих. Очевидно, что равнодействующая $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$ отлична от нуля. $\vec{F}_т+\vec{T}\neq 0$, так как две силы, направленные под углом, не могут уравновешивать друг друга, а следовательно, по второму закону Ньютона и ускорение шарика не равно нулю. Однако в системе отсчета, связанной с вагоном (K'), шарик неподвижен — $v=0$ и $a=0$. Итак, имеем в K': $\vec{F}_т+\vec{T}\neq 0$, $a=0$, что явно противоречит закону Ньютона: есть сила, но нет ускорения. Следовательно, в этой системе отсчета, связанной с вагоном, закон Ньютона не выполняется, она является НИСО. Поэтому, желая воспользоваться при решении задачи законом Ньютона, надо взять систему отсчета, связанную не с движущимся ускоренно вагоном, а с Землей. В этой системе K — $\vec{F}_т+\vec{T}\neq 0$ и $a\neq 0$, что соответствует закону динамики (есть сила и есть ускорение). Таким образом, учащиеся на конкретном примере еще раз убеждаются в том, что не все системы отсчета являются инерциальными, не во всех выполняются законы Ньютона; они не выполняются в тех системах отсчета, которые движутся относительно Земли прямолинейно и ускоренно (о том, что и Земля не является строго ИСО, следует сообщить позже, например решая задачу о коническом маятнике, когда учащиеся убедятся в том, что вращающиеся системы также не являются ИСО).

Таким образом, желая воспользоваться законами Ньютона, свяжем систему отсчета с Землей.

Дальнейшее решение задачи в соответствии с алгоритмом сводится к следующему. По закону Ньютона в системе отсчета K имеем:

$$\vec{F}_т+\vec{T}=m\vec{a},$$

откуда

$$\begin{cases} F_{тx}+T_x=ma_x, \\ F_{тy}+T_y=ma_y, \end{cases} \qquad \begin{cases} T\sin\alpha=ma; \\ T\cos\alpha=mg; \end{cases} \qquad \operatorname{tg}\alpha=\frac{a}{g}, \quad T=m\sqrt{a^2+g^2}.$$

На первых порах полезно требовать от учащихся записи уравнений закона в обозначениях проекций, и лишь потом стоит разрешить сразу писать не обозначения проекции $F_{тx}$, T_x, a_x, $F_{тy}$, T_y, a_y, а их алгебраические значения. Это «свертывание» алгоритма не следует форсировать — пусть учащиеся сами «устанут» от этих записей.

После решения задачи в ИСО может возникнуть вопрос о том, как быть, если выбрать систему отсчета, связанную с вагоном,— НИСО K'. Рассмотрение этого вопроса, уместное на факультативных занятиях, сводится к следующему.

Так как в системе отсчета K' у точки (отвеса) нет ускорения ($a=0$), а сумма $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$ отлична от 0, то для того, чтобы восползоваться законом динамики $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$, надо допустить, что существует еще сила $\vec{F}_и$ такая, что $\vec{F}_и+\vec{F}_т+\vec{T}=0$. Очевидно, что эта сила должна быть противоположна ускорению системы отсчета $\vec{a}$ и равна ma, т. е. $\vec{F}_и=-m\vec{a}$. Эту силу, введение которой позволяет формально воспользоваться законом динамики в НИСО, называют силой инерции. Тогда $\vec{F}_и+\vec{F}_т+\vec{T}=m\vec{a}'$, где $a'=0$. Очевидно, что введение этой силы — лишь формальный прием, ведь сила $F_и$ не обусловлена реальным действием на тело со стороны других тел, т. е. эта сила не является силой в ньютоновском смысле слова, она не есть мера действия одного тела на другое, так как нельзя найти тело, действие которого на отвес характеризовалось бы этой силой. Сила инерции обусловлена не реальным действием на тело других тел, а ускоренным движением системы отсчета. Следовательно, в НИСО решение имеет вид:

$$\vec{F}_т+\vec{T}+\vec{F}_и=0,\ \vec{F}_т=m\vec{g},\ \vec{F}_и=-m\vec{a},$$

откуда $$T\sin\alpha=ma,\quad T\cos\alpha=mg.$$

Результат будет тот же.

Итак, решение данной задачи позволяет показать учащимся, что, применяя законы Ньютона для решения динамических задач, надо обязательно выбирать ИСО. Этот вывод может быть закреплен и при решении задач об ускоренно движущемся лифте.

Говоря о выборе системы отсчета в решении задач по динамике, следует оговорить также, как выбирать начало системы координат. Если в задаче не требуется определить положение точки (как, например, в задаче 2), то начало системы координат можно поместить в любую точку тела, с которым связали ИСО. Если же требуется определить положение точки (как, например, в задаче 1), то начало системы координат следует выбрать так, чтобы было удобно определять начальные условия и искомую конечную координату.

При изучении силы трения важно показать, что она пропорциональна силе нормального давления (реакции опоры), которая не всегда равна силе тяжести, как иногда склонны считать учащиеся, полагая, что лишь на наклонной плоскости эти силы неодинаковы. Для разъяснения этой мысли полезна следующая задача.

Задача 3. По горизонтальной плоскости начинает двигаться с постоянным ускорением тело массой m, на которое действует сила $\vec{F}$, направленная под углом α к горизонту. Найти положение тела к моменту t, если коэффициент трения μ.

x — ?
F
m
t
μ

Решение

Выберем систему отсчета, как указано на рисунке 13, найдем приложенные к телу силы, изобразим ускорение и запишем уравнение второго закона Ньютона:

$$\vec{F}+\vec{N}+\vec{F}_т+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}.$$

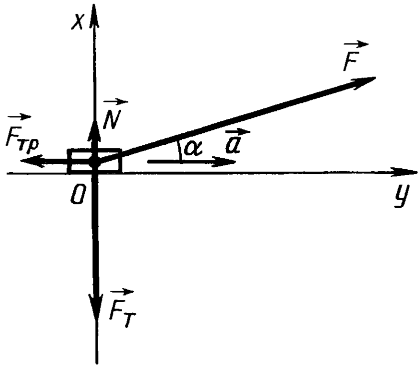

Рис. 13

Перейдем к скалярной форме записи:

$$\begin{cases} F\cos\alpha - F_{тр} = ma, \\ -mg + N + F\sin\alpha = 0. \end{cases}$$

$$F_т = mg,\ F_{тр} = \mu N,$$

$$ma = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha);$$

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)}{m}.$$

Зная a, из уравнения кинематики $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, с учетом начальных условий, найдем положение тела к моменту t:

$$x = \frac{at^2}{2}.$$

Из решения следует, что в данном случае $N < F_т$ на $F\sin\alpha$ и $F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha)$.

После решения задач на динамику прямолинейного движения одной материальной точки следует перейти к задачам на движение системы материальных точек. В условиях таких задач часто делается оговорка о невесомости и нерастяжимости нитей, связывающих тела системы. Поясним, в чем смысл этих ограничений.

Пусть нить связывает два тела *1* и *2* (рис. 14). На тела *1* и *2* действуют силы натяжения $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$. По третьему закону Ньютона тела действуют на нить силами $\vec{T}_1{}' = -\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2{}' = -\vec{T}_2$. Следовательно, на нить действуют две силы: $\vec{T}_1{}'$ и $\vec{T}_2{}'$. Если масса ее m, то по второму закону Ньютона имеем (для нити): $\vec{T}_1{}' + \vec{T}_2{}' = m\vec{a}$, а из

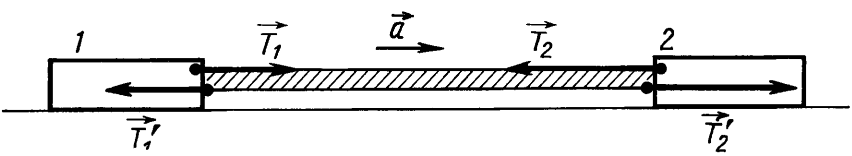

Рис. 14

невесомости нити следует, что $m=0$, поэтому $T_1'=T_2'$, а следовательно, $T_1=T_2=T$. Итак, если в условии задачи сделана оговорка, что нить невесома, то это означает, что силы, с которыми нить действует на связываемые ею тела, одинаковы по модулю. Оговорка о нерастяжимости нити означает, что тела движутся с одинаковым ускорением.

Задача 4. По горизонтальной поверхности перемещают с постоянным ускорением три бруска массами m_1, m_2, m_3, связанные невесомыми и нерастяжимыми нитями, действуя на первый брусок нитью, расположенной горизонтально, силой F. Определить ускорение системы и силы натяжения нитей, связывающих бруски, если коэффициент трения между брусками и поверхностью μ.

a, T_1, T_2 — ?

m_1
m_2
m_3
F
μ

Решение

Выберем систему отсчета, как указано на рисунке 15, найдем все силы, действующие на каждое из тел системы, изобразим ускорение системы. Очевидно, что ввиду нерастяжимости нитей ускорения всех тел одинаковы, а ввиду невесомости нитей силы, действующие со стороны первой связывающей нити на бруски *1* и *2*, одинаковы по модулю и равны T_1, и аналогично одинаковы силы, действующие на бруски *3* и *2* со стороны связывающей их нити (сила T_2), однако $T_1 \neq T_2$.

Так как второй закон Ньютона сформулирован для материальной точки, то его надо написать для каждого бруска в отдельности; тогда имеем:

$$\begin{cases} \vec{F}+\vec{F}_{\text{т}1}+\vec{N}_1+\vec{T}_1+\vec{F}_{\text{тр}1}=m_1\vec{a}, \\ \vec{T}_1+\vec{F}_{\text{т}2}+\vec{N}_2+\vec{T}_2+\vec{F}_{\text{тр}2}=m_2\vec{a}, \\ \vec{T}_2+\vec{F}_{\text{т}3}+\vec{N}_3+\vec{F}_{\text{тр}3}=m_3\vec{a}. \end{cases}$$

Отсюда в скалярном виде получим:

$$\begin{cases} F-T_1-F_{\text{тр}1}=m_1a, \\ T_1-T_2-F_{\text{тр}2}=m_2a, \\ T_2-F_{\text{тр}3}=m_3a, \\ F_{\text{т}1}=N_1, \\ F_{\text{т}2}=N_2, \\ F_{\text{т}3}=N_3. \end{cases}$$

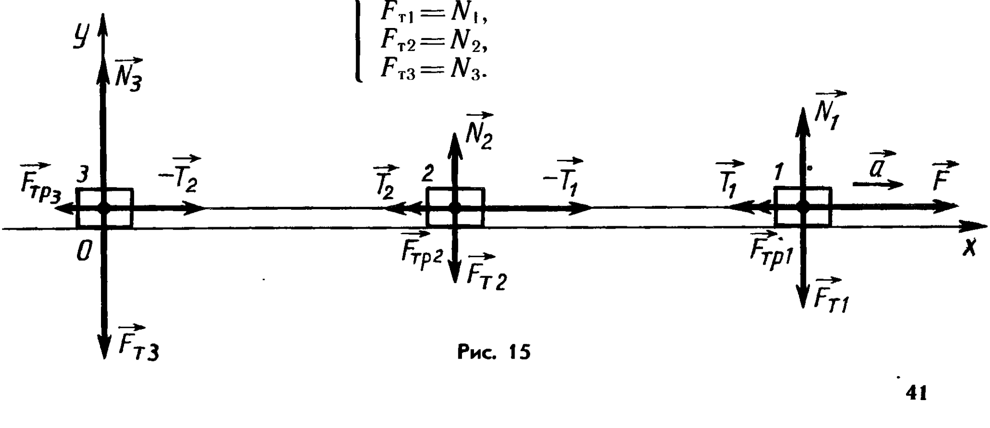

Рис. 15

При этом $F_{тр}=\mu mg$, $F_т=mg$.

Решая систему уравнений, получим:

$$a=\frac{F-\mu g(m_1+m_2+m_3)}{m_1+m_2+m_3},$$

после чего легко найти T_1 и T_2.

Итак, решая задачи на систему материальных точек, надо уравнения второго закона Ньютона записывать для каждой точки в отдельности.

Далее следует показать, что иногда систему координат полезно выбирать для каждого из тел системы в отдельности.

Задача 5. Два тела, соединенные невесомой нерастяжимой нитью, расположены на наклонной плоскости, как показано на чертеже (рис. 16). Определить ускорение системы тел, если $m_1=4$ кг, $m_2=1$ кг, $\alpha=30°$ (массой блока и трением в нем можно пренебречь).

Рассмотреть два случая. Коэффициент трения: а) $\mu=0{,}4$, б) $\mu=0{,}1$.

a — ?
$m_1=4$ кг $m_2=1$ кг $\alpha=30°$ $\mu_1=0{,}4$ $\mu_2=0{,}1$

Решение

Рассмотрим сначала случай, когда $\mu=0{,}4$. Очевидно, что, связав систему отсчета с Землей, было бы нерационально ограничиваться одной системой координат и следует выбрать две системы координат для каждого из тел в отдельности — систему xOy для тела *1* и систему $x'O'$ для тела *2* (рис. 16). Было бы хорошо выбрать системы координат так, чтобы оси Ox и $O'x'$ были направлены в сторону, в которую направлены ускорения тел *2* и *1* (сонаправленные системы координат). Выбор систем координат, указанный на чертеже, соответствует предположению о движении тела *1* вниз по наклонной плоскости, а тела *2* — вертикально вверх. Однако мы не знаем, как на самом деле направлены ускорения тел. И в принципе возможны три случая: тот, что указан на чертеже и соответствует движению тела *1* вниз по наклонной плоскости; случай, когда тело *1* будет двигаться вверх по наклонной плоскости; и случай, когда система тел

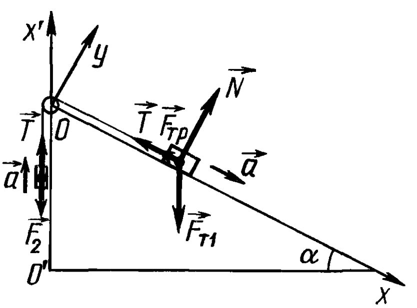

Рис. 16

останется в покое. Принципиальное различие этих трех случаев состоит в том, что в зависимости от того, какое предположение о движении мы сделали, будет в ту или иную сторону направлена и сила трения. А от того, куда направлена она, будет существенно меняться не только направление, но и модуль ускорения.

Рассмотрим случай, когда $\mu=0{,}4$ и оси направлены так, как на рисунке 16, считая, что тело *1* движется вниз по наклонной плоскости. Действуя по алгоритму, получим уравнения динамики для каждого из тел в следующем виде:

$$\begin{cases} m_1 g \sin\alpha - \mu N - T = m_1 a, \\ T - m_2 g = m_2 a, \\ N - m_1 g \cos\alpha = 0. \end{cases}$$

Отсюда

$$a = \frac{m_1 \sin\alpha - \mu m_1 \cos\alpha - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g.$$

Подставляя числовые значения, получим: $a = -0{,}76$ м/с^2. Модуль ускорения не может быть отрицательным, следовательно, сделанное предположение о направлении движения тел неверно, и надо предположить, что система тел движется в противоположную сторону. Однако нельзя считать, что при этом ускорение будет $+0{,}76$ м/с^2, так как если тело *2* движется не вниз, а вверх по наклонной плоскости, то сила трения будет направлена в обратную сторону по сравнению с тем, как указано на чертеже, а это меняет вид уравнения динамики для данного тела.

Оставив выбор направления осей прежним и считая, что сила трения действует теперь не вверх, а вниз по наклонной плоскости, получим следующие уравнения динамики:

$$-T + m_1 g \sin\alpha + \mu N = -m_1 a,$$
$$-m_2 g + T = -m_2 a.$$

Отсюда найдем:

$$a = \frac{m_2 - m_1 \sin\alpha - \mu m_1 \cos\alpha}{m_1 + m_2} \cdot g = -47{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Отрицательное значение модуля a означает, что и этот выбор направления движения неверен. Остается предположить, что при данных условиях задачи система не движется, т. е. ее ускорение $a=0$.

Теперь решим задачу при значении коэффициента трения $\mu=0{,}1$. Предположив, что система тел движется так, как указано на рисунке 16, получим $a=1{,}3$ м/с$^2>0$, а это означает, что сделанное предположение о направлении движения грузов справедливо. Если бы мы предположили, что тело *2* движется вверх по наклонной плоскости, то получили бы ускорение $a= -2{,}7$ м/с^2, т. е. опять не только знак, но и модуль ускорения был бы иной, что и понятно, так как при этом сила трения должна бы иметь обратное направление.

Итак, решение данной задачи показывает, что в ряде случаев полезно выбирать не одну систему координат, а две сонаправленные. Кроме того, решение задачи учит осмотрительности в определении направления силы трения.

Рассмотрим теперь решение задач по динамике криволинейного движения.

В средней школе решаются только задачи на динамику движения точки по окружности, притом, как правило, рассматривается лишь движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. В основе решения задач на движение точки по окружности также лежит второй закон Ньютона, однако специфика решения этого класса задач состоит в способах нахождения ускорения точки. При решении задач на прямолинейное движение точки находятся составляющие ускорения на оси декартовой системы координат, в которой движется тело: $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$, $a_y = \frac{d^2y}{dt^2}$, $a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$.

При рассмотрении движения точки по окружности легче находятся составляющие ускорения в направлении нормали и касательной к окружности $-a_n = \frac{v^2}{r}$ и $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, так что $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$. Поэтому при описании движения точки по окружности выбираются ось нормали n, касательная ось τ и перпендикулярная к ним ось бинормали b (оси естественного трехгранника). Эта система осей (n, τ, b), строго говоря, не является системой координат. Особенность ее в том, что мы можем поместить начало этой системы в любую точку окружности, по которой движется материальная точка, т. е., вообще говоря, мы считаем эту систему осей движущейся вместе с точкой и в то же время пользуемся законами Ньютона, которые выполнимы лишь в ИСО, а ведь система отсчета, начало которой движется по окружности, не может считаться инерциальной. Следовательно, система осей (n, τ, b), строго говоря, не система отсчета, а система направлений, вдоль которых наиболее удобно определять составляющие ускорения в случае движения по окружности. Система же отсчета при решении таких задач связывается не с движущейся по окружности точкой, а с Землей (лабораторией), т. е. является ИСО. Это обстоятельство, как правило, не осознается, и задачи решаются в системе осей (n, τ, b), как в обычной инерциальной системе отсчета. Поэтому иногда у учащихся возникает вопрос: с чем связываются оси в таких задачах? Если с движущейся точкой, то почему такая система является инерциальной? При возникновении таких вопросов, видимо, и следует пояснить, что оси (n, τ, b) не являются, строго говоря, системой отсчета, так как это лишь направления, вдоль которых легче всего можно найти составляющие ускорения $a_n = \frac{v_2}{r}$, $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, $a_b = 0$ ($a_b = 0$ во всех случаях, так как ось b перпендикулярна к плоскости траектории и вдоль нее нет движения, а потому и ускорения, и тем не менее эта ось нужна в решении задач, например в задачах о коническом маятнике).

В ряде задач на движение точек по окружности можно ограничиться одной осью n, так как в таких случаях, когда $|\vec{v}| = \text{const}$, $a_\tau = 0$.

Рассмотрим, как решается простейшая задача данного типа.

Задача 6. Автомобиль массой m движется по выпуклому мосту, радиус кривизны которого r. Определить силу давления автомобиля на мост в его средней точке (рис. 17), считая, что скорость автомобиля в ней v.

$F_\text{т}$ — ?

m
r
v

Решение

Выберем систему отсчета, связав ее с Землей (мостом). Так как точка, движущаяся по окружности, имеет ускорение, направленное по радиусу к центру (нормальное ускорение a_n), то проведем ось n, в направлении которой легко определять ускорение. Найдем силы, действующие на точку ($\vec{F}_\text{т}$ и $\vec{N}$). Напишем второй закон Ньютона в векторной форме: $\vec{F}_\text{т} + \vec{N} = m\vec{a}_n$ и перейдем к скалярной записи его: $F_\text{т} - N = ma_n$. Учитывая, что $a_n = \frac{v^2}{r}$, $F_\text{т} = mg$, а искомая сила $\vec{F}_\text{т} = -\vec{N}$, получим:

$$F_\text{т} = N = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right).$$

Как видно, алгоритм решения этих задач не отличается по форме от ранее сформулированного алгоритма решения задач на динамику прямолинейного движения точки, если не оговаривать специфику осей n, τ, b (следует ли это делать на уроках — решать учителю). Естественно, что при решении указанной выше задачи можно ограничиться лишь одной осью n. Необходимость осей τ и b будет осознаваться при решении других задач, что позволит постепенно дополнить пункт 1 алгоритма (вначале можно указать лишь необходимость введения оси n).

Задача 7. Шарик массой m, подвешенный на нити длиной l, движется по окружности в вертикальной плоскости. Найти силу натяжения нити в точке, направление на которую из центра окружности составляет угол α с вертикалью (рис. 18), если скорость шарика в этой точке v.

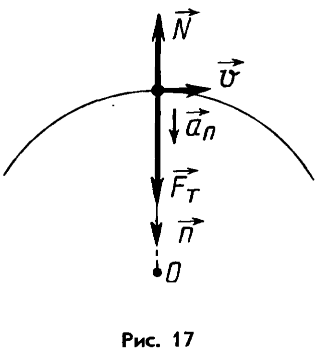

Рис. 17

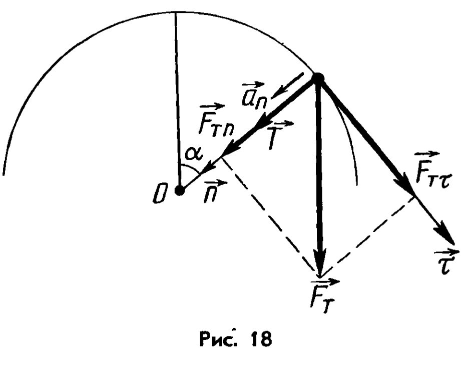

Рис. 18

T — ?
m
l
v
α

Решение

Телом отсчета будем считать лабораторию. Проведем ось n, вдоль которой направлено ускорение a_n. Очевидно, что здесь имеет смысл провести еще одну ось — касательную τ. Действительно, изобразив силы $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$, можно видеть, что отлична от 0 сумма проекций сил и на ось n, и на касательную к окружности. Следовательно, у точки есть не только нормальное ускорение $\vec{a}_n$, характеризующее быстроту изменения скорости по направлению, но и ускорение вдоль касальной. И хотя в основном курсе физики средней школы (во всяком случае в VIII классе) касательное (тангенциальное) ускорение не изучается и в данной задаче с ним не приходится оперировать, все же следует указать, что так как проекция силы $\vec{F}_т$ на касательную отлична от нуля, то у точки есть ускорение вдоль этого направления. Очевидно, что это ускорение, называемое тангенциальным ($\vec{a}_\tau$), направлено здесь так же, как и скорость, и характеризует быстроту изменения скорости по модулю — ведь составляющая силы $\vec{F}_т$ вдоль касательной направлена так же, как и скорость, и приводит к увеличению модуля скорости.

Итак, имеем:

$$\vec{F}_{тn}+\vec{T}=m\vec{a}_n.$$

$F_{т\tau}=ma_\tau$ (это последнее уравнение при решении задачи не используется).

В скалярной форме:

$$F_{тn}+T=ma_n \text{ или } mg\cos\alpha+T=m\frac{v^2}{r}.$$

Откуда

$$T=m\left(\frac{v^2}{r}-g\cos\alpha\right).$$

Необходимость оси бинормали ощущается при решении следующей задачи.

Задача 8. На горизонтальном диске, вращающемся равномерно с угловой скоростью ω, установлен отвес, шарик которого имеет массу m. Определить угол отклонения отвеса (рис. 19), если радиус окружности, по которой движется шарик, равен r.

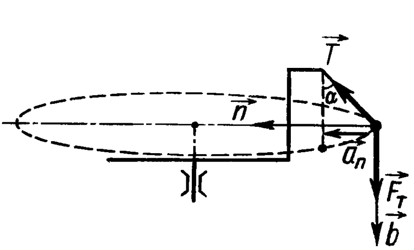

Рис. 19

α — ?
ω
m
r

Решение

В качестве тела отсчета выберем лабораторию. Проведем ось n (можно провести и ось τ, но при решении задачи она не будет использоваться). Изобразим силы, действующие на шарик ($\vec{F}_т$ и $\vec{T}$). Очевидно, что сумма проекций сил в направлении n отлична от 0 и сообщает нормальное ускорение. Имеет смысл вопрос о том, какова сумма проекции сил в вертикальном направлении, поэтому полезно провести ось $b \perp n$. Итак, имеем:

$$\begin{cases} \vec{T}_n = m\vec{a}_n, \\ \vec{F}_b + \vec{F}_т = 0, \end{cases}$$

так как вдоль b точка не движется, то $v = 0$ и $a_b = 0$, отсюда:

$$\begin{cases} T_b = F_т, \\ T_n = ma_n. \end{cases}$$

Так как $T_n = T \sin\alpha$, $a_n = \omega^2 r$, то

$$T \sin\alpha = \omega^2 rm.$$

Так как $T_b = T\cos\alpha$, а $F_т = mg$, то

$$T = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

Отсюда $$\frac{mg}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha = \omega^2 rm \text{ и } \operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

При решении этой задачи полезно предложить учащимся описать и объяснить поведение отвеса в системе отсчета, связанной с диском (K').

В этой системе отсчета отвес находится в наклонном положении и покоится, т. е. $v' = 0$, а потому и $a' = 0$.

Очевидно, что и в этой системе отсчета на шарик действуют те же силы — $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$. Так как они направлены под углом друг к другу, то их равнодействующая отлична от 0, т. е. имеем $\vec{F}_т + \vec{T} \neq 0$. Но $a' = 0$, что явно противоречит закону Ньютона (есть сила, но нет ускорения). Отсюда следует вывод о том, что вращающиеся системы отсчета не являются инерциальными, в них не выполняются законы Ньютона.

Этот вывод позволяет поставить следующую проблему. Земля вращается вокруг своей оси и связанная с нею система отсчета является неинерциальной. Но тогда законы Ньютона несправедливы по отношению к системам отсчета, связанным с Землей, а до сих пор мы ими пользовались. Обсуждение этой проблемы приводит к выводу, что системы отсчета, связанные с Землей, действительно не являются строго инерциальными, и можно обнаружить отступление от законов Ньютона. Более инерциальной является система отсчета, связанная с Солнцем и звездами, но и она не является строго инерциальной. Следовательно, законы Ньютона выполняются на

Земле не абсолютно строго, но в большинстве случаев можно с успехом пользоваться ими, пренебрегая незначительными отступлениями.

Решение этой задачи, как и задачи 2, позволяет рассмотреть важные теоретические вопросы, а это показывает, что функции решения задач не сводятся лишь к упражнениям, что решение задач можно использовать для получения важных теоретических выводов.

Итак, в процессе решения задач алгоритм дополняется следующими частными комментариями, конкретизирующими основные предписания:

1. При решении задач с использованием законов Ньютона необходимо выбирать ИСО и не пользоваться системой отсчета, связанной с ускоренно движущимися телами.

2. Если в задаче не требуется определить координату или скорость точки, то начало системы координат можно поместить в любую точку тела отсчета; в противном случае его следует поместить в такую точку, чтобы удобно было определять начальные условия.

3. В ряде задач можно выбирать две системы координат, что облегчает нахождение проекций сил и ускорений для отдельных тел системы (или отдельных этапов движения).

4. Если в условии задачи говорится о системе материальных точек, то уравнения второго закона Ньютона надо писать для каждого тела системы в отдельности и решать полученную систему уравнений.

В качестве упражнений в применении алгоритма могут быть использованы задачи из сборника задач А. П. Рымкевича и П. А. Рымкевича №№ 248, 236, 241, 270, 283, 284, 288.

§ 4. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СТАТИКЕ

Для успешного овладения методом решения задач по статике учащиеся должны усвоить следующие понятия и идеи:

— понятие силы;

— понятие о сложении сил и равнодействующей;

— понятие о плече силы и моменте силы;

— два условия равновесия тела;

— понятие о центре тяжести тела.

Понятие силы формировалось при изучении динамики материальной точки. В статике, как правило, рассматривается твердое тело, и очень важно научить учащихся четко определять точку приложения силы. При этом надо показать, что точку приложения силы можно переносить в теле вдоль линии действия силы и это не изменит результат действия силы на тело.

В том случае, когда все силы можно привести в одну точку, перенося их вдоль линии действия, их можно заменить одной силой — равнодействующей. Надо иметь в виду, что не всегда система сил может быть сведена к равнодействующей. Если на тело действуют две равные и противоположно направленные силы $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, направленные не по одной прямой (пара сил), то эта система сил