Земле не абсолютно строго, но в большинстве случаев можно с успехом пользоваться ими, пренебрегая незначительными отступлениями.

Решение этой задачи, как и задачи 2, позволяет рассмотреть важные теоретические вопросы, а это показывает, что функции решения задач не сводятся лишь к упражнениям, что решение задач можно использовать для получения важных теоретических выводов.

Итак, в процессе решения задач алгоритм дополняется следующими частными комментариями, конкретизирующими основные предписания:

1. При решении задач с использованием законов Ньютона необходимо выбирать ИСО и не пользоваться системой отсчета, связанной с ускоренно движущимися телами.

2. Если в задаче не требуется определить координату или скорость точки, то начало системы координат можно поместить в любую точку тела отсчета; в противном случае его следует поместить в такую точку, чтобы удобно было определять начальные условия.

3. В ряде задач можно выбирать две системы координат, что облегчает нахождение проекций сил и ускорений для отдельных тел системы (или отдельных этапов движения).

4. Если в условии задачи говорится о системе материальных точек, то уравнения второго закона Ньютона надо писать для каждого тела системы в отдельности и решать полученную систему уравнений.

В качестве упражнений в применении алгоритма могут быть использованы задачи из сборника задач А. П. Рымкевича и П. А. Рымкевича №№ 248, 236, 241, 270, 283, 284, 288.

§ 4. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СТАТИКЕ

Для успешного овладения методом решения задач по статике учащиеся должны усвоить следующие понятия и идеи:

— понятие силы;

— понятие о сложении сил и равнодействующей;

— понятие о плече силы и моменте силы;

— два условия равновесия тела;

— понятие о центре тяжести тела.

Понятие силы формировалось при изучении динамики материальной точки. В статике, как правило, рассматривается твердое тело, и очень важно научить учащихся четко определять точку приложения силы. При этом надо показать, что точку приложения силы можно переносить в теле вдоль линии действия силы и это не изменит результат действия силы на тело.

В том случае, когда все силы можно привести в одну точку, перенося их вдоль линии действия, их можно заменить одной силой — равнодействующей. Надо иметь в виду, что не всегда система сил может быть сведена к равнодействующей. Если на тело действуют две равные и противоположно направленные силы $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, направленные не по одной прямой (пара сил), то эта система сил не имеет равнодействующей. Она будет производить вращающее действие, определяемое моментом пары сил $M=F\cdot l$, где $F=F_1=F_2$, а l — плечо пары сил, равное кратчайшему расстоянию между линиями действия сил. Пара сил не имеет равнодействующей, но при ее действии на тело векторная сумма сил равна 0, т. е. $\vec{F}_1+\vec{F}_2=0$. Поэтому, формулируя первое условие равновесия, надо говорить о равенстве нулю не равнодействующей, а векторной суммы сил. Равнодействующая — это такая сила, действие которой равноценно действию нескольких сил, которые она заменяет. Равнодействующая находится как сумма векторов сил, но это не определение ее, а правило нахождения. Следовательно, понятия «равнодействующая» и «векторная сумма сил» не тождественны.

Для усвоения материала этого раздела очень важно убедить учащихся в том, что для оценки вращающего действия силы на тело, имеющее ось вращения, ранее введенного понятия силы недостаточно, так как вращающее действие силы зависит не только от модуля силы, но и от положения линии действия силы по отношению к оси. Чем дальше линия действия данной силы от оси, тем больше вращающее действие. Этот вывод можно получить на основе опыта, в котором вращению диска на горизонтальной оси препятствует прикрепленная к нему вертикально расположенная пружина, по растяжению которой оценивается вращающее действие силы; при этом меняется сначала значение силы (число грузов, подвешенных к нити, прикрепленной к диску), а затем при той же точке приложения меняется линия действия силы (нить перекидывается через блок).

В основе решения всех задач по статике в средней школе лежат два уравнения: $\sum\limits_i \vec{F}_i=0$; $\sum\limits_i M_i=0$, которые в школьном курсе физики называют условиями равновесия. (Заметим, что в механике их называют уравнениями равновесия, а условиями равновесия называют уравнения, не включающие связи, например принцип виртуальных перемещений, принцип минимума потенциальной энергии.)

Во втором условии равновесия используется понятие момента силы относительно оси. В школьном курсе физики рассматриваются лишь такие задачи, в которых силы лежат в одной плоскости, перпендикулярной к оси. Пересечение оси с плоскостью дает точку, поэтому иногда говорят о моменте силы относительно этой точки. Однако надо учитывать, что в механике помимо скалярной величины — момент силы относительно оси — вводится и другая величина — $M=[\vec{r}\cdot\vec{F}]$, где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный в точку приложения силы. Поэтому в школьном курсе следует говорить о моменте силы относительно оси, а не точки, хотя в задачах, решаемых в школьном курсе (в которых силы лежат в плоскости, перпендикулярной к оси), модули момента силы относительно оси и точки совпадают.

Применение условий равновесия к решению задач по статике вызывает у школьников ряд трудностей. К числу их, прежде всего, относится определение плеча при нахождении момента силы. Наиболее распространенная ошибка учащихся при этом состоит в том, что за плечо силы принимается расстояние от точки приложения силы до оси, а не длина перпендикуляра, опущенного на линию действия силы из точки пересечения оси с плоскостью, в которой лежит сила. В связи с этим следует на ряде задач показать, что эти понятия нельзя отождествлять.

Другая трудность состоит в отыскании оси, относительно которой целесообразно определять моменты сил. Если тело находится в равновесии, то никакой явной оси вращения, как правило, нет, что и затрудняет учащихся. В связи с этим надо систематически разъяснять, что ось вращения можно провести через любую точку, так как если тело находится в равновесии, то относительно какой угодно оси оно не вращается, а значит, относительно любой оси сумма моментов сил должна равняться нулю, поэтому ось вращения можно провести через любую точку. Однако целесообразнее всего ее проводить через ту точку, через которую проходит наибольшее число линий действия сил, так как плечи, а значит, и моменты таких сил будут равны нулю и уравнение будет иметь наиболее простой вид. Очень важно при решении каждой задачи подчеркивать, через какую точку проходит ось и то, что она перпендикулярна плоскости чертежа.

Третья трудность связана с определением сил реакции вообще и сил реакции, действующих в шарнирах, в частности. Этот вопрос мы подробнее рассмотрим позже, а пока лишь отметим следующее. Силы реакции отличаются от так называемых активных сил тем, что они не могут привести тело в движение. Силы реакции заменяют действие связей, ограничивающих движение тела. Модуль и направление сил реакции определяются модулем и направлением активных сил и направлением возможного движения тела. Точки приложения сил реакции находятся в точках соприкосновения тел и связей. Если направление действия активных сил известно, то направление сил реакции выбирается противоположным направлению возможного движения тела под действием активных сил. Если этого сделать нельзя, то направление сил реакции выбирается предположительно, и о действительном их направлении можно судить по знаку проекций сил реакций, полученному в ходе решения.

Среди задач по статике в средней школе можно выделить следующие типы, определяющие подбор и последовательность решения задач по данной теме:

1) задачи, в которых используется только первое условие равновесия;

2) задачи, в которых используется только второе условие равновесия;

3) задачи, в которых должны использоваться оба условия равновесия;

4) задачи на нахождение центра тяжести.

После рассмотрения первого условия равновесия следует решить задачу на его применение, которая позволяла бы сформулировать ряд положений алгоритма. Такой может быть, например, следующая задача.

Задача 1. При каком предельном угле наклона плоскости к горизонту находящееся на ней тело еще не будет скользить вдоль плоскости, если коэффициент трения между телом и поверхностью μ?

α — ?
μ $v=0$

Решение

1. Выберем систему отсчета, как указано на чертеже (рис. 20).

2. Очевидно, что тело находится в равновесии, следовательно, векторная сумма сил, действующих на тело, должна равняться нулю. Значит, для использования первого условия равновесия надо найти все силы, приложенные к телу. На тело действуют сила тяжести $\vec{F}_т$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$, направленная в сторону, противоположную возможному движению.

3. Напишем первое условие равновесия в векторной форме:

$$\vec{F}_т+\vec{N}+\vec{F}_{тр}=0.$$

Отсюда:

$$\begin{cases} F_т \sin\alpha - F_{тр}=0, \\ -F_т \cos\alpha + N=0. \end{cases}$$

4. Выразим силы через величины, от которых они зависят. Сила трения покоя может принимать различные значения. При предельном угле наклона плоскости она будет иметь максимальное значение, равное силе трения скольжения, т. е. $F_{тр}=\mu N$. Сила тяжести $F_т=mg$.

5. Решение системы уравнений дает

$$\operatorname{tg}\alpha=\mu.$$

Итак, решение задач по статике, как и решение задач по динамике, требует выбора системы отсчета, отыскания сил и их выражения через величины, от которых они зависят.

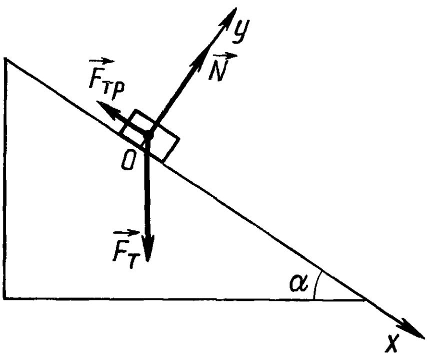

Рис. 20

В качестве упражнений в применении первого условия равновесия можно решить следующую задачу.

Задача 2. К середине невесомого троса, концы которого жестко закреплены, подвешен груз массой m, под действием которого трос провисает так, что каждая из его половин образует угол α с горизонталью. Определить силы, с которыми трос действует на груз.

T_1, T_2 — ?
m
α

Решение

Выбрав систему отсчета, как показано на чертеже (рис. 21), найдем силы, действующие на груз — $\vec{F}_т$, $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$.

Применим первое условие равновесия:

$$\vec{F}_т+\vec{T}_1+\vec{T}_2=0.$$

Отсюда:

$$\begin{cases} T_1\cos\alpha-T_2\cos\alpha=0, \\ T_1\sin\alpha-T_2\sin\alpha-F_т=0. \end{cases}$$

Следовательно, $T_1=T_2=T$ и $T=\dfrac{mg}{2\sin\alpha}$.

С такой же по модулю силой груз будет действовать на части троса. Отсюда видно, что чем меньше угол провисания, тем большие силы действуют на трос, и при малом α они могут во много раз превышать вес груза, подвешенного к тросу. Это объясняет возможность обрыва сильно натянутых проводов при их обледенении, возможность вытаскивания застрявшей автомашины за счет небольшой силы, действующей на середину троса, связывающего автомобиль с какой-либо жесткой опорой (например, деревом).

После изучения второго условия равновесия следует решить задачу на его применение, после чего можно будет на основе анализа решенных задач сконструировать алгоритм.

Задача 3. Однородную балку массой m, лежащую на земле, поднимают в вертикальное положение с помощью троса, прикрепленного к одному из ее концов и расположенного под углом α к горизонту. Какова будет сила натяжения троса в начальный момент отрыва балки от поверхности Земли?

T — ?
m
α

Решение

1. Выберем систему отсчета (рис. 22).

2. Определим силы, действующие на балку. На балку действует сила тяжести $\vec{F}_т$, приложенная к центру тяжести, который ввиду однородности балки расположен посередине ее, сила натяжения троса $\vec{T}$ и сила реакции со стороны Земли в точке B — $\vec{N}$, направление которой неизвестно. Очевидно лишь, что она не перпендикулярна к Земле, так как в этом случае не могло бы быть выполнено первое условие равновесия. Если не искать направление силы реакции, то нельзя использовать и первое условие равновесия.

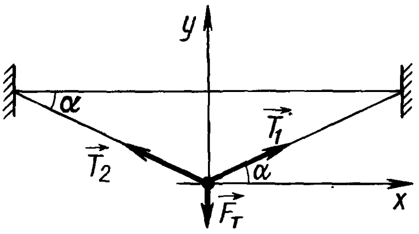

Рис. 21

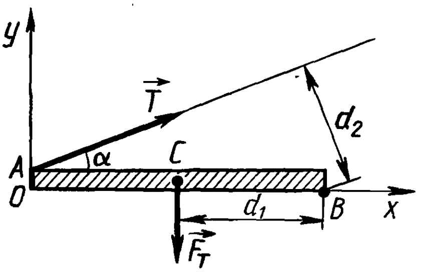

Рис. 22

3. Так как балка находится в равновесии, то выполнимо и второе условие равновесия. Попробуем решить задачу, используя только его. А чтобы не определять момент силы реакции, будем считать, что ось проходит через точку ее приложения (точку B) и перпендикулярна плоскости чертежа. Тогда при любом направлении этой силы момент ее будет равен нулю.

4. Определим плечи сил $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$, введя длину балки l:

$$d_1 = \frac{l}{2},\ d_2 = l \sin \alpha.$$

Найдем моменты сил:

$$M_1 = F_т d_1 = F_т \frac{l}{2} (F_т = mg),$$
$$M_2 = Tl \sin \alpha.$$

Применим второе условие равновесия, учитывая, что момент силы M_1 вызывает вращение балки относительно оси по часовой стрелке, а момент силы M_2 стремится вызвать вращение в противоположном направлении (этим и обусловлены знаки моментов сил):

$$mg \frac{l}{2} - Tl \sin \alpha = 0.$$

Отсюда

$$T = \frac{mg}{2 \sin \alpha}.$$

Обобщая действия, выполненные при решении обеих задач, можно сформулировать следующий *алгоритм решения задач по статике:*

1. Выбрать систему отсчета.

2. Найти все силы, приложенные к телу, находящемуся в равновесии.

3. Написать уравнение, выражающее первое условие равновесия, в векторной форме и перейти к скалярной его записи.

4. Выбрать ось, относительно которой целесообразно определять моменты сил.

5. Определить плечи сил и написать уравнение, выражающее второе условие равновесия.

6. Исходя из природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят, и решить полученную систему уравнений относительно искомых величин.

В качестве примера того, как применяется этот алгоритм, рассмотрим решение следующей задачи, которая полезна для того, чтобы учащиеся научились выбирать ось вращения и определять плечи сил.

Задача 4. Однородная лестница прислонена к идеально гладкой стене. При каком предельном угле наклона лестницы к полу она еще не проскальзывает, если коэффициент трения между полом и лестницей μ?

Решение

1. Выберем систему отсчета, как показано на рисунке 23.

2. Найдем приложенные к лестнице силы. На лестницу действуют сила тяжести $\vec{F}_т$, приложенная к центру — точке C, сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$, направленная в сторону, противоположную возможному движению нижнего конца лестницы, силы реакции опор $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$, перпендикулярные к опорам.

3. Напишем первое условие равновесия·

$$\vec{F}_т + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр} + \vec{N}_2 = 0,$$

откуда

$$\begin{cases} N_2 - F_{тр} = 0, \\ N_1 - F_т = 0. \end{cases}$$

4. Проведем ось через точку A, через которую проходят линии действия двух сил $\vec{N}_1$ и $\vec{F}_{тр}$, так как при таком выборе моменты этих сил равны нулю (ось перпендикулярна плоскости чертежа).

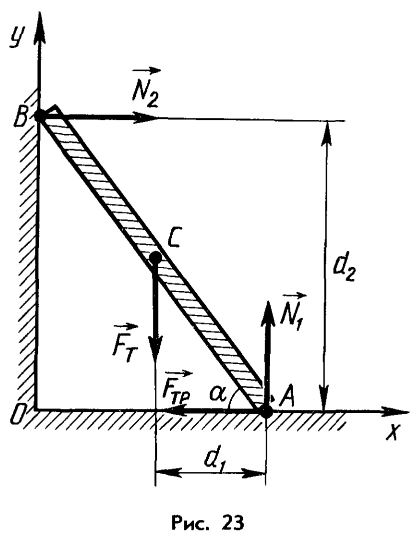

Рис. 23

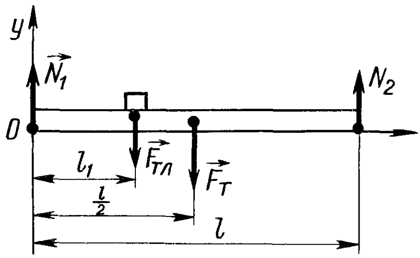

Рис. 24

5. Определим плечи этих сил — d_1 и d_2 и напишем второе условие равновесия, введя длину лестницы l:

$$F_т\frac{l}{2}\cos\alpha - N_2 l\sin\alpha = 0.$$

6. Выразим силы через величины, от которых они зависят: $F_т = mg$, $F_{тр} = \mu N_1$ (речь идет о максимальной силе трения покоя, которая равна силе трения скольжения, что и позволяет считать искомый угол α предельным углом).

Итак, решая систему уравнений, получим:

$$\begin{cases} N_2 = \mu N_1, \\ N_1 = mg, \\ \frac{1}{2}mg\cos\alpha - N_2\sin\alpha = 0. \end{cases}$$

Отсюда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2\mu}.$$

В порядке упражнений в самостоятельном применении алгоритма полезно решить следующую задачу, показывающую возможность использования как двух, так и одного условия равновесия.

Задача 5. Балка массой m и длиной l опирается своими концами на опоры. На расстоянии l_1 от левого конца балки лежит груз массой m_1. Определить силы давления балки на опоры.

N_1', N_2' — ?
m
m_1
l
l_1

Решение

Выберем систему отсчета, как показано на рисунке 24. На балку действуют 4 силы: сила тяжести балки $\vec{F}_т$, сила тяжести груза $\vec{F}_{тл}$, реакции опор $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$. Искомые силы давления балки на опоры по третьему закону Ньютона равны силам реакции ($\vec{N}_1' = -\vec{N}_1$, $\vec{N}_2' = -\vec{N}_2$). Учащиеся часто и эти силы прикладывают к балке, поэтому надо четко разъяснить, где точки их приложения.

По первому условию равновесия

$$\vec{F}_т + \vec{F}_{тл} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0 \text{ и } N_1 + N_2 - F_т - F_{тл} = 0.$$

В этом уравнении два неизвестных, поэтому воспользуемся вторым условием равновесия, считая, что ось проходит через левый конец балки перпендикулярно к плоскости чертежа. Тогда плечо силы $\vec{N}_1$ равно 0, плечо силы $\vec{F}_т - \frac{l}{2}$, плечо силы $\vec{F}_{тл} - l_1$, плечо силы $\vec{N}_2 - l$. Считая, что моменты сил, стремящихся вызвать вращение против часовой стрелки, положительны, а в противоположную сторону — отрицательны, напишем правило моментов:

$$-F_{тл}l - F_т\frac{l}{2} + N_2 l = 0,$$

откуда

$$N_2 = \frac{2m_1gl_1 + mgl}{2l}.$$

Из первого уравнения можно найти

$$N_1 = F_т + F_{тл} - N_2,$$

где сила N_2 уже определена.

Далее полезно показать, что задачу можно было бы решить, используя лишь второе условие равновесия, написав его сначала относительно оси, проходящей через левый, а затем относительно оси, проходящей через правый конец балки.

В предыдущих задачах направления сил реакции определялись относительно просто. Однако не всегда их направления столь уж очевидны для учащегося. Вот пример такой задачи, в которой направление силы реакции можно вначале определить лишь в порядке предположения.

Задача 6. На однородный стержень OB массой m, закрепленный у стенки шарнирно в точке O, действует груз, привязанный к нити, которая перекинута через блок, как указано на чертеже (рис. 25), и образует угол α со стержнем. Определить силу тяжести груза и силу реакции в шарнире.

$F_{т1}$ R — ?
α
m

Решение

Выбрав систему отсчета, как указано на рисунке 25, найдем приложенные к стержню силы. На стержень действует сила тяжести $\vec{F}_т$, приложенная в центре тяжести — точке C, сила натяжения нити $\vec{T}$, которая равна $F_{т1}$, если считать нить невесомой, и реакция в шарнире в точке O — $\vec{R}$. Как она направлена? Если бы нить была перпендикулярна стержню, т. е. $\alpha = 90°$, то сила $\vec{R}$ была бы направлена вдоль оси Oy, так как никакие активные силы вдоль Ox не действуют и в точке A не будет возникать сил, препятствующих возможному движению вдоль Ox.

При том условии задачи, которое нам задано ($\alpha \neq 90°$), активные силы ($\vec{F}_т$ и $\vec{T}$) стремятся вызвать движение стержня и вдоль оси Ox, и вдоль оси Oy, следовательно, сила реакции $\vec{R}$ направлена так, что есть отличные от нуля составляющие ее вдоль обеих осей, т. е. сила $\vec{R}$ направлена не вдоль стенки, а под углом к ней. Причем, учитывая, как направлены активные силы $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$, можно видеть, что сила $\vec{R}$

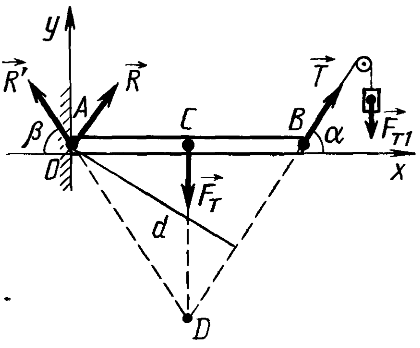

Рис. 25

должна быть направлена так, чтобы ее составляющие были направлены в стороны, противоположные возможным движениям стержня в направлениях осей Ox и Oy, т. е. сила реакции должна быть направлена, как указано на чертеже (см. вектор $\vec{R}'$).

Допустим, учащийся не сумел правильно определить направление силы реакции и предположил, что она направлена так, как изображен на чертеже вектор $\vec{R}$. Рассмотрим получаемое при этом решение. Первое условие равновесия имеет вид:

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{F}_т+\vec{T}+\vec{R}=0, \\ T\cos\alpha+R_x=0, \\ -F_т+T\sin\alpha+R_y=0. \end{array}\right.$$

Приняв, что ось проходит через точку O, и определив плечо силы $\vec{T}$ (d), напишем второе условие равновесия:

$$F_т\frac{l}{2}-Td=0 \quad (d=l\sin\alpha).$$

Отсюда

$$T=\frac{F_т}{2\sin\alpha}, \quad F_{т1}=T.$$

Решая систему уравнений, получим:

$$R_y=F_т-\frac{F_т\sin\alpha}{2\sin\alpha}=\frac{F_т}{2}; \quad R_x=-\frac{F_т\cos\alpha}{2\sin\alpha}=-\frac{F_т}{2}\operatorname{ctg}\alpha.$$

Отрицательное значение проекции R_x означает, что сила реакции в действительности направлена иначе, чем изображен вектор $\vec{R}$, а именно — составляющая силы реакции вдоль оси Ox должна быть направлена противоположно оси Ox, т. е. реакция в шарнире должна быть направлена так, как изображен на чертеже вектор $\vec{R}'$. Искомое значение модуля силы будет:

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\frac{F_т}{2}\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}=\frac{F_т}{2\sin\alpha}.$$

Итак, если направление силы реакции неизвестно, то можно выбрать его предположительно, а о действительном направлении ее судить по знакам проекций силы реакции, которые получаются в ходе решения.

Рассмотрим другой способ определения сил реакции, который опирается на теорему о трех силах. Суть ее в том, что если при действии трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, тело находится в равновесии, то их линии действия пересекаются в одной точке. Например, в задаче 6 сила реакции в шарнире должна быть направлена так, чтобы линии ее действия пересекались в той же точке D, в которой пересекаются линии действия сил $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$ (в противном случае сумма моментов сил относительно точки D не будет равна нулю, а если тело в равновесии, то это условие должно выполняться относительно любой оси, в том числе и той, которая не принадлежит телу). Поэтому чтобы найти, как направлена сила реакции в шарнире, надо найти точку пересечения двух сил $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$ (точку D) и провести через нее и точку O шарнира линию, вдоль которой и должна быть направлена сила реакции.

Рассмотрим еще одну задачу, которую можно решить с использованием данной теоремы.

Задача 7. Однородный стержень массой m шарнирно закреплен у стенки и образует с ней угол α, упираясь своей серединой на стержень, жестко закрепленный в стенке и расположенный перпендикулярно к ней. Определить силы реакции, действующие на стержень со стороны шарнира и упора.

$\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ — ?
m
α

Решение

Выполнив чертеж и выбрав систему отсчета, как показано на рисунке 26, найдем приложенные к стержню силы. На него действуют сила тяжести $\vec{F}_т$, приложенная в центре тяжести — точке C, сила реакции упора, действующая в этой же точке перпендикулярно стержню ($\vec{N}_1$), и сила реакции в шарнире $\vec{N}_2$. Эта сила должна быть направлена так, чтобы линии действия всех трех сил пересекались в одной точке. Но так как силы $\vec{F}_т$ и $\vec{N}_1$ проходят через точку C, то и линия действия силы $\vec{N}_2$ должна проходить через точку C, т. е. сила $\vec{N}_2$ должна действовать вдоль стержня, причем она должна быть направлена противоположно равнодействующей сил $\vec{F}_т$ и $\vec{N}_1$, т. е. так, как указано на рисунке 26.

Запишем первое условие равновесия:

$$\vec{F}_т+\vec{N}_1+\vec{N}_2=0.$$

Отсюда

$$\begin{cases} N_1\cos\alpha - N_2\sin\alpha=0, \\ N_1\sin\alpha+N_2\cos\alpha=mg, \end{cases}$$

следовательно, $N_1=N_2\operatorname{tg}\alpha$ и $N_2\operatorname{tg}\alpha\sin\alpha+N_2\cos\alpha=mg$. Тогда

$$N_2=mg\cos\alpha,\quad N_1=mg\sin\alpha.$$

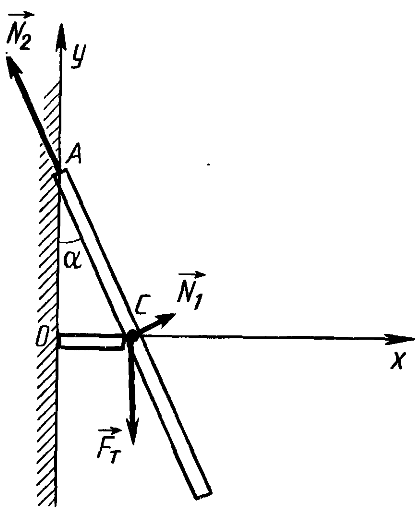

Рис. 26

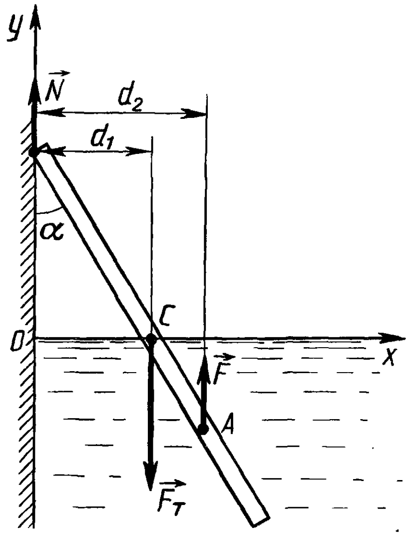

Рис. 27

Для повторения гидростатики и формирования умения определять силу реакции в шарнире полезно далее решить следующую задачу.

Задача 8. Однородный стержень, шарнирно укрепленный одним концом на вертикальной стенке сосуда с жидкостью, имеющей плотность ρ_1, плавает в жидкости, будучи отклонен от стенки на некоторый угол. Определить плотность материала стержня и реакцию в шарнире, если стержень погружен в жидкость до середины, а объем стержня V.

ρ_2, N — ?
ρ_1 V

Решение

Выберем систему отсчета, как указано на чертеже (рис. 27). Рассмотрим действующие на стержень силы. Это будут сила тяжести $\vec{F}_т$, приложенная в точке C — центре тяжести, выталкивающая сила $\vec{F}$, приложенная в точке A — центре тяжести вытесненной жидкости, и реакция шарнира $\vec{N}$, которая обусловлена действием активных сил $\vec{F}_т$ и $\vec{F}$. Силы $\vec{F}_т$ и $\vec{F}$ параллельны, поэтому реакция $\vec{N}$ может быть направлена только вдоль стенки.

По первому условию равновесия

$$\vec{F}_т+\vec{F}+\vec{N}=0,$$

что в проекциях на ось Oy дает

$$-F_т+F+N=0.$$

Тогда

$$N=F_т-F.$$

Зная силы $F_т$ и F, можем найти N:

$$F_т=m_2g=\rho_2Vg,$$

где m_2 — масса стержня, а V — его объем;

$$F = m_1 g = \rho_1 g \frac{V}{2},$$

где m_1 — масса вытесненной жидкости, а $\frac{V}{2}$ — ее объем.

Тогда

$$N = F_т - F = \rho_2 g V - \rho_1 g \frac{V}{2} = gV\left(\rho_2 - \rho_1 \cdot \frac{1}{2}\right).$$

Для того чтобы найти N, нужно знать ρ_2. Воспользуемся вторым условием равновесия.

Найдем сумму моментов всех сил, действующих относительно оси, проходящей через шарнир, перпендикулярно плоскости чертежа. Момент силы $\vec{N}$ относительно этой оси равен 0, так как сила пересекает ось и плечо ее равно 0. Получаем:

$$F_т d_1 - F d_2 = 0,$$

где $d_1 = \frac{l}{2} \sin\alpha$, а $d_2 = \frac{3}{4} l \sin\alpha$.

Тогда

$$F_т \frac{l}{2} \sin\alpha - F \cdot \frac{3}{4} \cdot l \sin\alpha = 0,$$

$$\frac{F_т}{2} - \frac{3}{4} F = 0, \quad 2F_т - 3F = 0.$$

Подставляя $F_т$ и F, получаем:

$$2\rho_2 g V - 3\rho_1 g \frac{V}{2} = 0,$$

откуда

$$\rho_2 = \frac{3}{4} \rho_1.$$

Тогда

$$N = gV\left(\frac{3}{4}\rho_1 - \frac{\rho_1}{2}\right) = \frac{\rho_1 g V}{4}.$$

Задача 9. На концах стержня длиной l и массой m укреплены два шара радиусами r_1 и r_2 и массами m_1 и m_2. Найти центр тяжести полученной системы (штанги).

x_C — ?
m
m_1
m_2
l
r_1
r_2

Решение

Выберем систему отсчета, как указано на рисунке 28. Полагая, что центр тяжести системы есть точка C, будем считать, что штанга подвешена в этой точке. В этом случае она должна находиться в равновесии. Тогда на нее действуют следующие силы: $\vec{F}_{т_1}$, $\vec{F}_{т_2}$, $\vec{F}_т$ и $\vec{T}$, где $\vec{T}$ — сила натяжения в подвесе.

Исходя из условий равновесия, имеем:

$$\vec{F}_{т1} + \vec{F}_{т2} + \vec{F}_т + \vec{T} = 0,$$

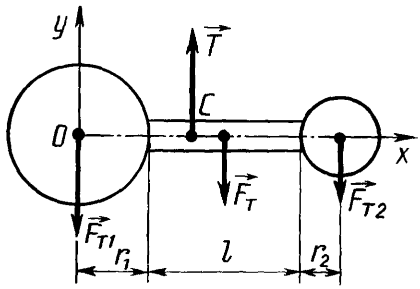

Рис. 28

$$F_{т2}(r_1+l+r_2)+F_т\left(r_1+\frac{l}{2}\right)-Tx_C=0,$$
$$-F_{т1}-F_{т2}-F_т+T=0$$

(здесь x_C — координата центра тяжести).
Отсюда

$$T=F_{т1}+F_{т2}+F_т,\ x_C=\frac{m_2(r_1+r_2+l)+m(r_1+\frac{l}{2})}{m_1+m_2+m}.$$

Задачу можно решить, используя лишь второе условие равновесия.

Таким образом, решение приведенных выше задач позволяет сформулировать ряд дополнений к основным предписаниям алгоритма, в которых раскрывается порядок выполнения этих предписаний.

1. Если направление силы реакции неизвестно, то можно выбрать его предположительно и по знаку проекций судить о правильности определения направления силы реакции, либо же воспользоваться теоремой о трех силах.

2. Для определения центра тяжести тела надо предположить его месторасположение и считать, что в этой точке тело подвешено и потому будет находиться в равновесии, что позволяет применить условия равновесия.

3. В ряде задач можно использовать лишь второе условие равновесия, написав дважды его уравнение — сначала для одной оси, а потом считая, что ось проходит через другую точку.

В качестве упражнений в применении алгоритма могут быть использованы задачи из сборника задач А. П. Рымкевича и П. А. Рымкевича №№ 301, 303, 321, 325, 334.

§ 5. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Для успешного решения задач с использованием закона сохранения импульса учащиеся должны в первую очередь усвоить следующее:

1. Решение основной задачи механики в ряде случаев упрощается, если пользоваться не законами динамики, а выведенными из них следствиями — законами сохранения импульса и энергии,