после того, как сформулирован алгоритм, можно сделать следующие добавления, примечания к алгоритму, уточняющие его основные предписания:

1. Применяя закон сохранения импульса, надо следить за тем, чтобы импульсы всех тел, входящие в уравнения, были отсчитаны относительно одной и той же системы отсчета.

2. Если в задаче требуется не только определить скорость какого-либо тела системы после взаимодействия, но и найти перемещение этого тела в результате приобретенной при взаимодействии скорости, то надо четко разграничивать два этапа описанного в задаче механического процесса: первый — этап взаимодействия, в результате которого тела приобретают некоторые скорости; второй — этап движения после прекращения взаимодействия тел выделенной системы. При этом помимо уравнений, связанных с понятием «импульс», надо использовать другие физические законы (уравнения динамики, кинематики, энергетические законы).

Приведенные выше задачи служат обоснованием основных положений, связанных с законами изменения и сохранения импульса.

Все последующие задачи должны обеспечивать тренировку учащихся в применении данных положений. К числу их относятся задачи из задачника А. П. Рымкевича и П. А. Рымкевича №№ 347, 349, 350, 353, 354 и др.

§ 6. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Успех в решении задач энергетическим методом во многом определяется тем, как введены энергетические понятия в теоретическом плане. Поэтому прежде всего рассмотрим, какие недостатки в усвоении энергетических понятий и их применении к решению задач обнаруживаются у учащихся и какой должна быть для их предотвращения трактовка этих понятий при их теоретическом рассмотрении на уроках.

К числу недостатков в понимании и применении понятий «работа» и «энергия» относится следующее:

1. Так как при изложении этих вопросов обычно не вводится понятие механического состояния, то не проводится и разграничение понятий энергии как характеристики состояния и работы как характеристики процесса. Отсюда — представления учащихся о «запасе работы», толкование величины ΔA как «изменения работы». В связи с этим при решении задач энергетическим методом учащиеся часто не понимают, что прежде всего надо разумно выбрать два состояния и сравнить полную механическую энергию в них.

2. Так как обычно учащимся не дается понятие потенциальных сил, то они нечетко представляют, что такое потенциальная энергия и на вопрос: «Когда тела обладают потенциальной энергией?» — часто отвечают: «Когда тело поднято на некоторую высоту», не понимая, что и будучи опущенным в яму оно будет обладать потенциальной энергией по отношению к соответствующим образом

выбранному нулевому уровню. Выбор же нулевого уровня отсчета потенциальной энергии делается часто учащимися нерациональным образом.

3. Закон сохранения механической энергии часто считают выполняющимся для замкнутых систем и не связывают его с действием потенциальных (консервативных) сил. В связи с этим учащиеся не всегда правильно подходят к вопросу о применении этого закона.

Так, рассматривая явление неупругого удара (например, в задаче о баллистическом маятнике), исходя из замкнутости системы, они делают неверный вывод о возможности применения к взаимодействию пули и ящика закона сохранения энергии, в то время как для акта взаимодействия нужно использовать закон сохранения импульса и лишь потом, при движении системы «пуля — ящик» в потенциальном поле, использовать закон сохранения энергии.

Вообще вопрос о возможности применения энергетических законов решается учащимися с большим трудом.

Рассмотрим кратко, как можно предотвратить указанные недостатки за счет введения некоторых изменений в трактовку энергетических понятий в курсе физики VIII класса (это позволит к тому же лучше понять смысл и мотивы введения предлагаемого ниже алгоритма)[1].

1. МЕХАНИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ И ЕГО ОПИСАНИЕ

Поскольку понятие состояния широко используется в курсах физики IX и X класса, постольку уже в VIII классе следует дать понятие механического состояния, опираясь на житейское толкование термина «состояние», согласно которому состояние объекта — это то, что он собой представляет в данный момент времени. Когда мы говорим: «Объект (например, материальная точка) находится в данном состоянии», это значит, что он в определенный момент времени характеризуется определенными величинами — параметрами состояния. Задать механическое состояние — значит задать его параметры: мгновенные значения координат и скорости. Находиться в данном состоянии — не значит покоиться, состояние — не покой, а момент движения.

Не все физические величины есть характеристики состояния. Ряд величин характеризуют не состояние, а процесс его изменения в течение некоторого времени — таковы перемещение, средняя скорость, импульс силы, количество теплоты (для этих величин в принципе нельзя задать мгновенные значения).

---

[1] Более подробно о введении понятий энергии и работы в VIII классе см.: Гутман В. И., Мощанский В. Н. О введении понятия энергии при изучении механики в VIII классе // Преподавание физики в средней школе.— Л., 1976.

2. РАБОТА СИЛЫ

Введя понятие работы силы (не следует употреблять, как неопределенный, термин «работа тела») как произведение модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между перемещением и силой, следует подчеркнуть, что работа силы есть характеристика не состояния, а процесса его изменения, так как бессмысленно говорить о работе в данный момент, в данном состоянии. Перемещение всегда сколь-нибудь долго длится, и можно говорить лишь о работе на некотором перемещении, за некоторое время. Поэтому величину ΔA нельзя понимать как «изменение работы» при переходе из одного состояния в другое (так обозначают обычно элементарную работу).

3. РАБОТА СИЛ РАЗНОГО ТИПА

Далее рассматривается (как это и делается в учебнике VIII класса) работа сил разного типа при переходе из одного состояния в другое и получаются следующие результаты:

а) работа равнодействующей каких угодно сил

$$A_{12}=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right);$$

б) работа силы тяжести

$$A_{12}=-(mgh_2-mgh_1)=-\Delta(mgh);$$

в) работа силы упругости

$$A_{12}=-\left(\frac{kx_2^2}{2}-\frac{kx_1^2}{2}\right)=-\Delta\left(\frac{kx^2}{2}\right);$$

г) работа силы трения при переходе из состояния *1* в состояние *2* по прямой длиной s и по ломаной со звеньями s_1 и s_2. В первом случае

$$A_{12}=-F_{\text{тр}}s,$$

во втором случае

$$A'_{12}=-F_{\text{тр}}(s_1+s_2),$$

но $s\neq s_1+s_2$ и $A'_{12}\neq A_{12}$.

При изложении этих вопросов делается вывод о том, что, в отличие от работы силы трения, работа сил тяготения и сил упругости не зависит от формы траектории, по которой происходит переход из одного состояния в другое. Силы, работа которых не зависит от формы траектории, по которой осуществляется переход из одного состояния в другое, относятся к потенциальным силам. Силы тяготения и упругости — потенциальные силы, в отличие от непотенциальной силы трения.

Необходимо также показать учащимся, что работа сил реакции при отсутствии трения всегда равна нулю, а значит, пользуясь энергетическими законами, силы реакции не следует принимать во внимание.

4. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И ЕЕ ВИДЫ

Полученные выше результаты расчета работы сил разного типа анализируются, сравниваются. Общность результатов, сформулированных в пунктах а), б), в), в том, что изменение состояния характеризовалось работой, которая оказалась равной изменению некоторых величин — $\frac{mv^2}{2}$, mgh, $\frac{kx^2}{2}$. Эти величины зависят от параметров состояния (координат и скорости), различны в разных состояниях и потому позволяют отличать одно состояние от другого, т. е. их можно считать разными видами некоторой характеристики состояния, которая называется механической энергией.

Энергия — это характеристика состояния, зависящая от параметров состояния и такая, что ее изменение определяется работой.

Вместе с тем эти величины, несмотря на общность, существенно различаются между собой. Величина $\frac{mv^2}{2}$ зависит от скорости и не связана с действием определенного типа сил. Величины mgh, $\frac{kx^2}{2}$ зависят от координат и связаны с действием на тело потенциальных сил.

Величина, характеризующая состояние движущегося тела, зависящая от скорости и такая, что ее изменение равно работе равнодействующей каких угодно сил, называется кинетической энергией.

Величина, характеризующая состояние тела, на которое действуют потенциальные силы, зависящая от положения (координат) тела и такая, что ее изменение определяется работой потенциальных сил, называется потенциальной энергией.

Итак, если тело движется, оно обладает (его состояние характеризуется) кинетической энергией; если на тело действуют потенциальные силы, оно обладает (его состояние характеризуется) потенциальной энергией.

Надо отметить, что главное на уроках — не в запоминании учащимися этих формулировок, а в усвоении всех существенных признаков, сторон этих понятий.

Далее показывается, что потенциальная энергия есть энергия взаимодействия, что для однозначного определения ее значения надо выбрать нулевой уровень ее отсчета, и это можно сделать по-разному, что от выбора нулевого уровня зависит значение и знак потенциальной энергии, что работа потенциальных сил всегда равна изменению потенциальной энергии со знаком минус, т. е. $A_{пот} = -\Delta E_p$.

В связи с этим, если тело переходит из состояния *1* в нулевое состояние, то $A_{10} = E_{p1}$, т. е. потенциальная энергия в данном состоянии равна работе потенциальных сил при переходе тела из данного состояния в нулевое.

В заключение этого раздела вводится понятие полной механической энергии и обосновываются законы изменения и сохранения энергии.

Подобно тому, как это делалось при изучении импульса тела, и в этой теме надо четко разъяснить учащимся, что в механике есть два связанных между собой энергетических закона: закон изменения механической энергии $\Delta E = E_2 - E_1 = A_{\text{непот}}$ и закон ее сохранения $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$. Первый справедлив, если действуют непотенциальные силы, второй — в случае действия только потенциальных сил.

Это можно показать следующим образом.

Пусть точка переходит из состояния *1*, характеризуемого величинами E_{k1} и E_{p1}, в состояние *2*, характеризуемое величинами E_{k2} и E_{p2}, и на точку действуют как потенциальные, так и непотенциальные силы. Что можно сказать о полной механической энергии в этих состояниях?

Работа равнодействующих каких угодно сил $A_{12} = A_{\text{пот}} + A_{\text{непот}} = \Delta E_k$. Но, как было показано, $A_{\text{пот}} = -\Delta E_p$. Следовательно, $A_{12} = -\Delta E_p + A_{\text{непот}} = \Delta E_k$. Отсюда $\Delta E = E_2 - E_1 = A_{\text{непот}}$, а если действуют только потенциальные силы, то $A_{\text{непот}} = 0$ и $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$ — закон сохранения механической энергии.

Предложенный выше вариант изложения энергетических понятий не требует коренных изменений в принятой ныне логике изложения этих вопросов в VIII классе, но предусматривает бóльшую четкость и строгость в трактовке понятий и, как показал наш многолетний опыт, облегчает учащимся процесс решения задач энергетическим методом. Кроме того, такая трактовка больше готовит учащихся к изучению физики в IX и X классах. Правда, в последних изданиях стабильного учебника закон изменения механической энергии явно не формулируется в виде $\Delta E = A_{\text{непот}}$, хотя уравнение $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_{\text{тр}}$ приводится и его приходится использовать при решении ряда задач, приводимых авторами учебника для упражнений. Думается, что его явная формулировка в курсе механики была бы весьма полезна, тем более, что это, как было нами ранее показано, может быть сделано очень легко. Во всяком случае без этого закона нельзя обойтись на факультативных занятиях. Поэтому в предыдущем изложении мы и показали, как можно ввести этот закон хотя бы в факультативном курсе. Тем не менее в дальнейшем алгоритм формулируется на основе задач, решаемых с использованием только закона сохранения энергии, а задачи на закон изменения энергии, позволяющие сделать дополнение к алгоритму и решаемые на факультативных занятиях, приводятся отдельно в конце параграфа.

Перечисленные выше понятия и положения и составляют круг знаний, который обеспечивает успех учащихся в решении задач энергетическим методом.

К основным типам задач, которые целесообразно решить на уроках по данной теме, относятся следующие задачи:

1) на расчет работы сил разного типа (в том числе и на расчет работы по изменению энергии);

2) решаемые только на основе закона сохранения энергии;

3) решаемые как динамически, так и энергетически и показывающие преимущества энергетического метода;

4) для решения которых надо воспользоваться не только энергетическим методом, но и другими законами механики (уравнениями кинематики и динамики);

5) решаемые на основе использования обоих законов сохранения (и импульса, и энергии).

Эти типы задач даны в той последовательности, в которой их следует решать на уроках.

Прежде чем обосновать выражаемый в алгоритме энергетический метод решения задач, необходимо научить школьников рассчитывать работу сил и значения потенциальной и кинетической энергии. Для того чтобы учащиеся научились рассчитывать работу силы, надо, чтобы они усвоили, что работа совершается только тогда, когда тело движется и на него действует сила, имеющая составляющую вдоль линии, по которой движется тело.

Расчет кинетической энергии в выбранной системе отсчета не представляет труда. А вот расчет потенциальной энергии подчас вызывает затруднения, связанные с выбором нулевого уровня. Поэтому полезно подсчитать потенциальную энергию тела относительно разных нулевых уровней. Для этого может быть решена такая задача.

Задача 1. На балконе третьего этажа, расположенного на высоте 12 м от земли, находится тело массой 5 кг. Найти его потенциальную энергию относительно поверхности Земли, относительно пятого этажа, высота которого 18 м, и относительно дна котлована глубиной 4 м (рис. 35).

E_p — ?
$m=5$ кг
$h_1=12$ м
$h_2=4$ м
$h_3=18$ м

Решение

Так как на тело действует потенциальная сила (сила тяжести), то оно обладает потенциальной энергией, зависящей от высоты тела по отношению к выбранному нулевому уровню.

Потенциальная энергия всегда равна работе потенциальной силы при переходе тела из данного состояния в нулевое.

Относительно поверхности Земли тело обладает потенциальной энергией

$$E_{p1}=A_{10}=F_т h_1 \cos 0=mgh_1=600 \text{ Дж}.$$

Относительно дна котлована его потенциальная энергия будет

$$E_{p2}=F_т(h_1+h_2)\cos 0=mg(h_1+h_2)=800 \text{ Дж}.$$

Относительно пятого этажа потенциальная энергия тела будет

$$E_{p3}=F_т(h_3-h_1)\cos 180^\circ= -300 \text{ Дж}.$$

Таким образом, значение потенциальной энергии и ее знак зависит от выбора нулевого уровня и определяется работой потенциальных сил при переходе на нулевой уровень.

После того как учащиеся научились рассчитывать значения работы и механической энергии, можно перейти к задачам, на осно-

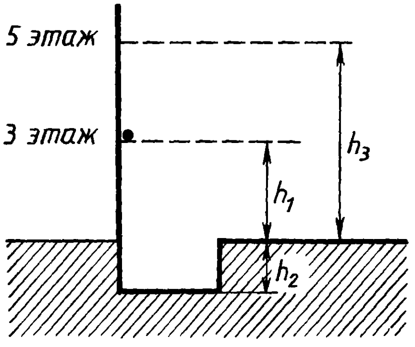

Рис. 35

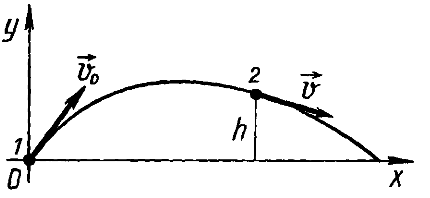

Рис. 36

ве которых можно рассмотреть суть энергетического метода, выраженного в форме алгоритма. Эти задачи могут быть такими.

Задача 2. Тело брошено с поверхности земли под углом к горизонту со скоростью v_0. Найти его скорость на некоторой высоте h, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

v — ?
v_0 h

Решение

Естественно, что прежде, чем анализировать происходящие процессы, надо выбрать систему отсчета. Далее, желая решать задачу энергетически, мы должны применить закон сохранения, а для этого надо найти энергию в каких-либо двух состояниях, следовательно, надо прежде всего выбрать эти состояния. Естественно выбирать состояния так, чтобы в число параметров этих состояний входили как известные, так и искомые величины. Таковыми в данном случае являются состояния *1* и *2*, указанные на рисунке 36.

Так как в дальнейшем потребуется определить потенциальную энергию, то надо договориться о нулевом уровне ее отсчета. В качестве такового выберем поверхность Земли.

Чтобы решить, применим ли закон сохранения механической энергии, надо выяснить, какие силы действуют на тело — потенциальные или непотенциальные. В данном случае на тело действует только потенциальная сила — сила тяжести. Следовательно, применим закон сохранения механической энергии. Запишем его в виде: $E_2 = E_1$ и, найдя значения энергии E_1 и E_2, подставим их в написанное уравнение закона сохранения энергии. Тогда получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}\ .$$

Заметим, что эту задачу можно решить и кинематически, задав угол α, но это решение будет во много раз более сложным и громоздким.

Решив эту задачу, надо обсудить с учащимися, каковы были основные шаги, выполненные в ходе ее решения, и, пользуясь ими, попытаться решить следующую задачу, чтобы выяснить, являются ли эти шаги (действия) применимыми и в решении других задач.

Задача 3. С вершины наклонной плоскости высотой h и длиной l толкают тело, сообщая ему скорость v_0. Найти скорость тела в конце наклонной плоскости, считая трение пренебрежимо малым.

v — ?
v_0 h l

Решение

Выберем систему отсчета, как указано на рисунке 37. Если решать задачу энергетически, то надо выбрать два состояния, в которых целесообразно сравнивать энергию. В качестве таковых выберем положения тела на вершине наклонной плоскости и у ее подножия.

За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии примем основание наклонной плоскости.

Так как на тело действует только потенциальная сила (трение отсутствует), то применим закон сохранения механической энергии, т. е. $E_1 = E_2$. Найдя значение кинетической и потенциальной энергии в каждом состоянии и подставив эти величины в закон сохранения, получим:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Сравнивая ход рассуждения при решении задач 2 и 3, мы обнаруживаем общность выполняемых операций и на основе этого конструируем следующий *алгоритм решения задач на закон сохранения механической энергии:*

1. Выбрать систему отсчета.

2. Выбрать два или более таких состояний тел системы, чтобы в число их параметров входили как известные, так и искомые величины.

3. Выбрать нулевой уровень отсчета потенциальной энергии.

4. Определить, какие силы действуют на тела системы — потенциальные или непотенциальные.

5. Если на тела системы действуют только потенциальные си-

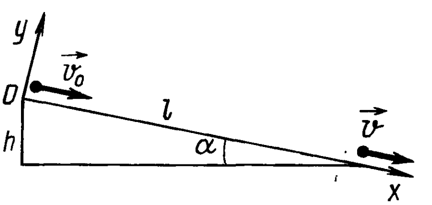

Рис. 37

лы, написать закон сохранения механической энергии в виде: $E_1 = E_2$.

6. Раскрыть значения энергии в каждом состоянии и, подставив их в уравнение закона сохранения энергии, решить уравнение относительно искомой величины.

Чтобы показать преимущества энергетического метода, полезно далее решить эту задачу динамическим способом.

Найти конечную скорость можно, пользуясь уравнением

$$v^2 = v_0^2 - 2al.$$

Ускорение можно найти по второму закону Ньютона, который для данного случая будет иметь вид

$$\vec{F}_т + \vec{N} = m\vec{a},$$

откуда в проекциях на ось Ox получим:

$$mg \sin\alpha = ma \text{ и } a = g \sin\alpha.$$

Учитывая, что $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, найдем конечную скорость тела:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g\frac{h}{l}l} = \sqrt{v_0^2 - 2gh}.$$

Очевидно, что решение задачи энергетическим методом является более простым и ему следует отдать предпочтение.

Так как закон сохранения механической энергии справедлив и в случае действия сил упругости, то следует решить хотя бы одну задачу, в которой приходилось бы рассчитывать потенциальную энергию, обусловленную действием силы упругости.

Задача 4. К нерастянутой пружине с жесткостью k подвесили груз массой m. Определить максимальное растяжение пружины, считая, что груз начал двигаться из состояния покоя.

x_{max} — ?
k
m

Решение

Выбрав систему отсчета, как указано на рисунке 38, договоримся, что первое состояние — то, при котором пружина не растянута и скорость груза $v_1 = 0$; второе же характеризуется максимальным растяжением пружины x_{max}. Скорость груза в этом состоянии $v_2 = 0$. Нулевым уровнем будем считать тот, который соответствует положению груза в начальный момент. Так как на груз действуют только потенциальные силы (сила тяжести и сила упругости), то применим закон сохранения механической энергии, т. е. $E_1 = E_2$.

Очевидно, что кинетическая энергия в обоих состояниях равна нулю. Потенциальная энергия в первом состоянии тоже равна нулю, а во втором складывается из энергии, обусловленной действием силы упругости $\frac{kx^2_{max}}{2}$, и энергии, обусловленной действием силы тяжести. Последняя равна работе силы тяжести при переходе тела из данного (второго) состояния в нулевое, а это работа

$$A_{20} = mgx_{max} \cos 180° = -mgx_{max}.$$

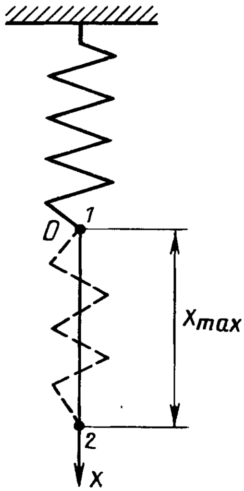

Рис. 38

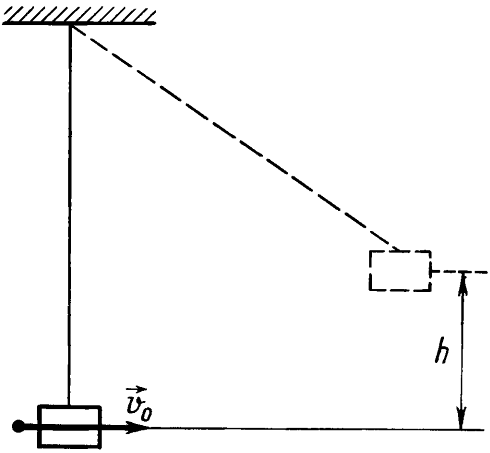

Рис. 39

Итак, имеем: $$\frac{kx^2_{\max}}{2} - mgx_{\max} = 0.$$

Отсюда $$x_{\max} = \frac{2mg}{k}.$$

Далее полезно рассмотреть одну-две задачи, для решения которых потребовалось бы помимо энергетических законов использовать и законы динамики. Такова задача о движении шарика по мертвой петле с такой высоты, что в верхней точке петли шарик еще не отрывается, а также задача на определение силы натяжения нити отвеса при его переходе из горизонтального положения в вертикальное.

Крайне важно, далее, показать, что многие механические задачи могут быть решены на основе использования только законов сохранения энергии и импульса. Одна из них (см. задачу 2 в § 5) решалась ранее на основе использования закона сохранения импульса, законов динамики и кинематики. Приведем решение еще двух задач такого рода.

Задача 5 (баллистический маятник). В ящик с песком, подвешенный на нитях и имеющий массу M, попадает горизонтально летящая пуля массой m и застревает в нем. При этом ящик отклоняется и поднимается на высоту h от начального положения (рис. 39). Найти скорость пули.

v_0 — ?
m M h

Решение

В решении этой задачи требуется использовать предписание двух алгоритмов — на законы сохранения энергии и импульса (в этом смысле она нестандартна для учащихся).

Анализируя происходящие процессы, учащиеся должны прежде всего обратить внимание на то, что здесь налицо ударное взаимодействие двух тел системы — пули и ящика, следовательно, применим закон сохранения импульса.

До взаимодействия: импульс пули mv_0, импульс ящика 0.

После взаимодействия: импульс системы $(m+M)\vec{v}$. По закону сохранения импульса

$$m\vec{v}_0=(m+M)\vec{v},$$

где $\vec{v}$ — скорость ящика с застрявшей в нем пулей.

Если ось системы координат направлена вдоль полета пули, то

$$mv_0=(m+M)v,$$

откуда

$$v_0=\frac{m+M}{m}v.$$

Очевидно, что для нахождения искомой величины надо определить скорость ящика после удара.

Для ее определения используем закон сохранения энергии, выбрав в качестве первого состояния то, в котором находится ящик с застрявшей в нем пулей и имеющий скорость v, а в качестве второго состояния то, в котором находится ящик с пулей, поднявшись на высоту h. Отсчет потенциальной энергии будем вести от начального положения ящика. Так как на этом этапе движения непотенциальные силы не действуют, то применим закон сохранения механической энергии. Следовательно,

$$E_1=E_2 \text{ и } \frac{(m+M)v^2}{2}=(m+M)gh.$$

Отсюда

$$v=\sqrt{2gh}.$$

Подставляя это значение v в ранее полученное выражение, имеем:

$$v_0=\frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}.$$

Обычно учащиеся сразу предлагают использовать закон сохранения энергии, но, как правило, допускают ошибку в выборе той стадии движения, к которой этот закон применим, особенно, если область применения закона сохранения энергии определяется через понятие замкнутой системы, а не через понятие потенциальных сил. Полагая систему замкнутой, учащиеся в качестве первого состояния системы принимают состояние, в котором пуля подлетала к ящику со скоростью v_0, а ящик покоится, а в качестве второго состояния принимают состояние ящика с пулей на высоте h. При этом получается неверный результат:

$$\frac{mv_0^2}{2}=(m+M)gh.$$

Если же исходить из того, что закон сохранения энергии справедлив в случае действия только потенциальных сил, то вероятность такой ошибки куда меньше. Действительно, при движении пули в ящике на нее действует непотенциальная сила — сила сопротивления, следовательно, механическая энергия пули не сохраняется и частично превращается во внутреннюю. Поэтому применять закон сохранения энергии для этой стадии движения нельзя. И это надо четко пояснить ученикам.

Задача 6. На горизонтальной плоскости лежит кубик массой 100 г. Его пробивает летящая вертикально пуля массой 10 г. При этом ее скорость меняется от 100 до 95 м/с. Определить, на какую высоту подпрыгнет кубик (рис. 40).

s — ?
$m_1 = 10$ г
$m_2 = 100$ г
$v_1 = 100$ м/с
$v_2 = 95$ м/с

Решение

Приведем краткое решение задачи. Так как взаимодействие пули и кубика является ударным, то выполним закон сохранения импульса, поэтому

$$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}_2 + m_2\vec{v},$$

где v — скорость кубика после пробивания его пулей.

Отсюда

$$m_1v_1 = m_1v_2 + m_2v \quad \text{и} \quad v = \frac{m_1(v_1 - v_2)}{m_2}.$$

После взаимодействия кубик движется, испытывая лишь действие силы тяжести — потенциальной силы, поэтому справедлив закон сохранения механической энергии, согласно которому

$$mgs = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$s = \frac{v^2}{2g}.$$

И в целом

$$s = \frac{m_1^2(v_1 - v)^2}{2m_2^2g} = 0{,}125 \text{ м} = 1{,}25 \text{ см},$$

т. е. кубик подпрыгнет на заметную высоту.

Если не в основном курсе физики, то во всяком случае на факультативных занятиях надо ввести закон изменения механической энергии и на основе решения приведенных задач дополнить алгоритм утверждением: *если на тело действуют непотенциальные силы, написать закон изменения механической энергии в виде:* $\Delta E = E_2 - E_1 = A_{\text{непот}}$ *и, раскрыв значения энергии в каждом из выбранных состояний и значение работы, подставить эти величины в уравнение закона и решить его относительно искомой величины.*

Обосновать это утверждение можно после решения следующей задачи.

Задача 7. Тело массой m бросают вертикально вниз со скоростью v_0 с высоты h. Упав на землю, оно углубляется в грунт на глубину s. Найти среднюю силу сопротивления грунта (сопротивлением воздуха пренебречь).

F_c — ?
m
v_0
h
s

Решение

Выбрав систему отсчета, как указано на рисунке 41, выделим состояния, представляющие интерес в соответствии с условием задачи. Обычно учащиеся предлагают выбрать три состояния, указанные на чертеже. Согласимся с ними. За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии можно принять состояние *2* или *3*. Допустим, что он совпадает с состоянием *3*.

Для решения вопроса о применимости закона сохранения энергии выясним, какие силы действуют на тело в процессе его движения. При переходе *1*→*2* действует только сила тяжести — потенциальная сила, следовательно, применим закон сохранения механической энергии. При переходе *2*→*3* действует и непотенциальная сила — сила сопротивления, следовательно, для этого этапа движения справедлив закон изменения механической энергии.

Итак, имеем

$$\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = 0,$$
$$\Delta E_{23} = E_3 - E_2 = A_{23}.$$

Отсюда

$$E_3 - E_1 = A_{23},$$

т. е. состояние *2* оказалось ненужным. Найдем значения энергии E_3 и E_1 и работы:

$$E_3 = 0,$$
$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mg(h+s), \quad A_c = -F_c s.$$

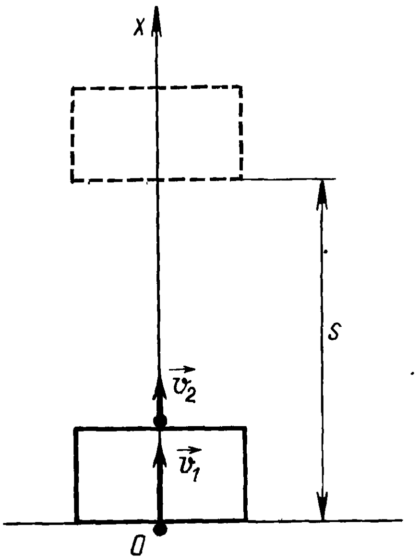

Рис. 40

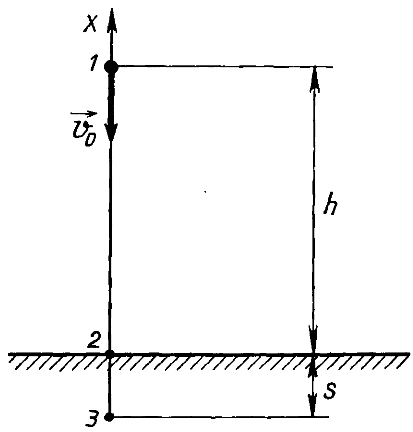

Рис. 41

Тогда, подставив эти величины в уравнение, получим:

$$0-\frac{mv_0^2}{2}-mg(h+s)=-F_c s.$$

Отсюда

$$F_c=\frac{mv_0^2+2mg(h+s)}{2s}.$$

Для того чтобы показать преимущество энергетического метода решения задач, в которых о силах ничего не известно, полезно решить следующую задачу на закон изменения механической энергии.

Задача 8. Камень массой 50 г, брошенный с высоты 5 м над землей со скоростью 18 м/с под углом к горизонту, упал на землю со скоростью 24 м/с. Найти работу силы сопротивления воздуха.

A_c — ?
$v_1=18$ м/с
$v_2=24$ м/с
$m=50$ г
$h=5$ м

Решение

Выберем систему отсчета, как показано на рисунке 42. Очевидно, что найти работу по формуле $A=Fs\cos\alpha$ не представляется возможным. Сила не задана и меняется в процессе движения. Но работа есть мера изменения энергии, а так как в данном случае действует непотенциальная сила — сила сопротивления, то механическая энергия меняется.

Выберем два состояния тела, в которых известны его скорости. За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии примем поверхность Земли.

Тогда, применяя закон изменения механической энергии, получим:

$$\frac{mv_2^2}{2}-\left(\frac{mv_1^2}{2}+mgh\right)=A_c \text{ и } A_c=\frac{m}{2}(v_2^2-v_1^2-2gh)=3{,}8 \text{ Дж}.$$

Далее полезно показать, что решение задач на основе использования закона изменения механической энергии также является более простым, нежели решение задач динамическим методом.

Задача 9. Автомобиль движется по шоссе со скоростью 36 км/ч. Шофер увидел на шоссе предмет, препятствующий движению, когда до него оставалось 26 м. Будет ли совершен наезд, если коэффициент трения 0,2 (время реакции шофера не учитывать).

s — ?
$v=36$ км/ч
$\mu=0{,}2$
$s'=26$ м

Решение

Выбрав систему отсчета, как указано на рисунке 43, рассмотрим два состояния автомобиля: состояние, соответствующее началу торможения, и состояние, соответствующее его полной остановке. За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии примем поверхность Земли. Выясняя характер действующих на автомобиль сил, устанавливаем, что на автомобиль действует непотенциальная сила — сила трения, следовательно, применим закон изменения механической энергии $\Delta E=A_{тр}$.

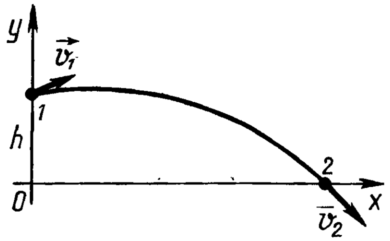

Рис. 42

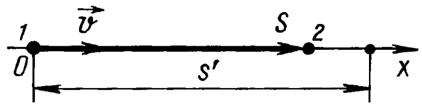

Рис. 43

Найдем значения всех входящих в это уравнение величин и, подставив их в уравнение, получим:

$$0-\frac{mv^2}{2}=-\mu mgs.$$

Отсюда

$$s=\frac{v^2}{2\mu g}=25 \text{ м},$$

т. е. наезд может быть предотвращен.

Решение задачи динамическим способом является более сложным и сводится к следующему.

По второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{\text{т}}+\vec{N}+\vec{F}_{\text{тр}}=m\vec{a}.$$

Отсюда в проекциях на ось Ox получим:

$$-F_{\text{тр}}=-ma \text{ и } a=\mu g.$$

Из уравнения кинематики можно найти модуль перемещения:

$$0-v_x^2=2a_xs_x \text{ и } -v^2=-2as,\ s=\frac{v^2}{2a}=\frac{v^2}{2\mu g}.$$

Поскольку учащимся сообщается, что при действии непотенциальных сил механическая энергия не сохраняется, а превращается во внутреннюю энергию, постольку уже при изучении механики решаются обычно одна-две задачи, в которых ставится вопрос о том, каково значение энергии, пошедшей на тепловые процессы. Такова, например, следующая задача.

Задача 10. Горизонтально летящая пуля массой $m=10$ г пробивает доску толщиной $s=10$ см. При этом ее скорость меняется от $v_1=600$ до $v_2=400$ м/с. Найти силу сопротивления доски. Какова механическая энергия, пошедшая на тепловые процессы?

$E,\ F_c$ — ?
$m=10$ г
$s=10$ см
$v_1=600$ м/с
$v_2=400$ м/с

Решение

Решение этой задачи часто сопровождается неверными толкованиями.

Иногда говорят о превращении механической энергии в работу. Но работа и энергия — принципиально разные величины, не превращаемые друг в друга. Еще хуже, когда этот процесс истолковывают как превращение механической энергии в количество теплоты и записывают равенство: $E_2-E_1=Q$. Количество теплоты, как и работа, в отличие от энергии,— характеристика не состояния, а процесса, и оно не может поэтому ни увеличиваться, ни уменьшаться, а значит, и превращаться ни во что не может. К тому же количество теплоты есть характеристика изменения внутренней энергии путем теплообмена, а здесь его нет, это — адиабатный процесс, для которого $Q=0$.

Какие же энергетические процессы происходят в ситуации, описанной в тексте задачи?

Кинетическая энергия пули убывает, превращаясь во внутреннюю энергию. Можно ли считать, что изменение механической энергии пули в точности равно увеличению внутренней энергии? Строго говоря, так считать нельзя, так как в процессе взаимодействия пули и доски механическая энергия и импульс пули передаются частично доске, при этом доска может прийти в движение, и лишь часть механической энергии пули идет на тепловые процессы.

Обозначим скорость, приобретенную доской при ее взаимодействии с пулей, v, а массу доски — M. Тогда изменение механической энергии системы «пуля — доска» будет:

$$\Delta E=E_2-E_1,$$

где

$$E_2=\frac{mv_2^2}{2}+\frac{Mv^2}{2}, \text{ а } E_1=\frac{mv_1^2}{2}.$$

Отсюда

$$\Delta E=\frac{m}{2}(v_2^2-v_1^2)+\frac{Mv^2}{2}.$$

Скорость доски после взаимодействия можно найти по закону сохранения импульса:

$$mv_1=mv_2+Mv,$$

откуда

$$v=\frac{m}{M}(v_1-v_2).$$

Если $M\gg m$, т. е. $M\to\infty$, то $v\to 0$, и тогда $\frac{Mv^2}{2}\to 0$. И в этом (и только в этом) случае можно приблизительно считать, что изменение механической энергии системы будет:

$$\Delta E=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2},$$

и таким же будет тогда и увеличение внутренней энергии системы. Мерой превращения механической энергии во внутреннюю является работа, т. е.

$$\Delta E=A \text{ и } \frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=-F_c s,$$

откуда

$$F_c=\frac{m}{2s}(v_1^2-v_2^2)=2000 \text{ Н}.$$

Естественно, что нагревшаяся доска и пуля затем будут охлаждаться и переходить в состояние теплового равновесия с окружающей средой, которая на этой стадии процесса будет получать количество теплоты $Q=\Delta E$; до этого же никакого теплообмена не было.

Вычислим теперь строго, какую механическую энергию приобрела доска. Так как скорость, приобретенная доской,

$$v=\frac{m}{M}(v_1-v_2),$$

то ее кинетическая энергия будет:

$$\frac{Mv^2}{2}=\frac{m^2}{2M}(v_1-v_2)^2=0{,}2 \text{ Дж}.$$

Изменение же механической энергии пули

$$\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=\frac{m}{2}(v_2^2-v_1^2)=1000 \text{ Дж}.$$

Следовательно, на тепловые процессы пойдет, строго говоря, не 1000 Дж, а 999,8 Дж, т. е. часть механической энергии пули.

Для упражнений в применении алгоритма можно решить из сборника А. П. Рымкевича и П. А. Рымкевича задачи №№ 383, 386, 392, 395.