

влетает собой кристалл Al_2O_3 с примесью хрома — рубиновый лазер. Во многих случаях в качестве примесей используют редкоземельные элементы; это мы и рассматривали в обсуждавшемся выше примере.

§ 6. ТЕОРИЯ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ ЛАНДАУ [39]

Прежде чем оставить вопрос о роли электрон-электронного взаимодействия, следует кратко остановиться на теории ферми-жидкости Ландау, позволившей глубоко заглянуть в суть проблемы. Следует заметить, что эта теория была построена для объяснения свойств жидкого гелия-три. В равной мере она применима и к электронному газу. Теория демонстрирует всю мощь феноменологии. В противоположность микроскопической теории, такой, как многочастичная теория возмущений, в ней фигурируют параметры системы, которые следует постулировать и которые нельзя определить в ее рамках. В этом случае, однако, оказалось, что микроскопическая теория не в состоянии дать достоверные значения таких параметров, и поэтому для их определения в конечном счете требуется провести эксперимент.

Мы будем говорить о газе электронов на однородном положительно заряженном фоне и пренебрегать эффектами, связанными с электронным спином. Теория основана на трех предположениях, которые Ландау считал самоочевидными. Мы начнем с их перечисления.

1. Имеется взаимно однозначное соответствие между состояниями системы с взаимодействием и системы без взаимодействия. Волновые функции, отвечающие состояниям последней, представляют собой, конечно, плоские волны, о чем уже шла речь в связи с приближением самосогласованного поля. Системе с взаимодействием отвечают так называемые *квазичастичные состояния*. Существует, в частности, низколежащее квазичастичное состояние, соответствующее каждому из низколежащих возбуждений идеального ферми-газа.

2. Состояние системы полностью описывается зависящей от импульса p и координаты x функцией распределения $n(p, x)$, такой, что величина

$$n(p, x) \frac{d^3 p d^3 x}{h^3}$$

равна числу квазичастиц в бесконечно малом объеме пространства импульсов и координат. Мы использовали обозначение Ландау. Эта функция $n(p, x)$ соответствует функции распределения f , которая использовалась в наших вычислениях кинетических свойств. Заметим, что такой подход отвергает квазиклассическому приближению. Однако для очень широкого круга проблем он слу-

жит очень хорошим приближением. В случае же однородного электронного газа он вообще не связан с каким-либо приближением.

3. Так как электроны имеют заряд $-e$, то и квазичастицы будут вести себя в поле, как частицы, обладающие зарядом $-e$.

Удивительно, как богаты следствиями эти предположения. Так как состояние системы полностью описывается с помощью n , то, следовательно, полная энергия системы должна быть *функционалом* от n (ρ, \mathbf{x}). Подчеркнем отличие этого предположения от утверждения, что полная энергия есть функция только величины n ; оно справедливо для газа без взаимодействия. В случае системы с взаимодействием энергия, связанная с данной квазичастицей, будет зависеть от заселенности других квазичастичных состояний.

Пусть возникла малая вариация δn (ρ, \mathbf{x}) упомянутой функции распределения n (ρ, \mathbf{x}), которая может быть, а может и не быть равновесной функцией распределения. Тогда соответствующее изменение энергии запишется в виде

$$\delta E = \frac{1}{\hbar^3} \int E[\rho, \mathbf{x}; n(\rho, \mathbf{x})] \delta n(\rho, \mathbf{x}) d^3\rho d^3x,$$

где $E(\rho, \mathbf{x}; n)$ — функциональная производная полной энергии по $n(\rho, \mathbf{x})$. Эта добавка к энергии возникает благодаря увеличению числа квазичастиц в точке \mathbf{x} с импульсом ρ в системе, которая имеет распределение $n(\rho, \mathbf{x})$.

Величину $E(\rho, \mathbf{x}; n)$ называют *энергией квазичастицы*. Эту величину можно рассматривать как гамильтониан дополнительной частицы и поэтому скорость последней равна $\partial E(\rho, \mathbf{x}; n)/\partial \rho$. Утверждение это не есть дополнительное предположение. Таким образом, плотность тока дается выражением

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\hbar^3} \int (-e) n(\rho, \mathbf{x}) \frac{\partial E(\rho, \mathbf{x}; n)}{\partial \rho} d^3\rho. \quad (3.105)$$

Поскольку квазичастицы ведут себя в поле подобно частице с зарядом $-e$, электромагнитные поля можно учесть в теории путем следующего изменения гамильтониана добавочных квазичастиц:

$$E(\rho, \mathbf{x}; n) \rightarrow E\left(\rho + \frac{e}{c} \mathbf{A}, \mathbf{x}; n\right) - e\phi,$$

где \mathbf{A} и ϕ — векторный и скалярный потенциалы соответственно.

Кроме того, отсюда следует, что число квазичастиц должно сохраняться, так как должен сохраняться заряд. Тогда $n(\rho, \mathbf{x})$ удовлетворяет уравнению непрерывности и, как в классическом случае, можно получить уравнение Больцмана

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial E}{\partial \rho} - \frac{\partial n}{\partial \rho} \frac{\partial E}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{collisions}} = 0.$$

Величина $E(p, x; n)$ входит в теорию во многом подобно обычному гамильтониану. Однако следует отметить, что вычислить полную энергию через величины $E(p, x; n)$ так, как это делается для невзаимодействующих частиц, невозможно. Другими словами,

$$E_{\text{tot}} \neq \frac{1}{h^3} \int E(p, x; n) n(p, x) d^3p d^3x.$$

Однако мы можем вычислить энергию, которая требуется для того, чтобы добавить одну частицу. А это все, что нам нужно, поскольку нас обычно, как и при решении уравнения Больцмана, интересуют поправки к функции распределения первого порядка, а для этих малых поправок функциональная производная вычисляется из равновесного распределения.

Можно сразу же найти саму равновесную функцию распределения, которая определяется с помощью обычного для статистической механики вариационного метода. При этом мы производим вариации относительно равновесного распределения и энергия $E(p, x; n)$, которая входит в распределение Ферми, вычисляется при равновесии. Единственное использованное здесь предположение опять-таки состоит в том, что функция $n(p, x)$ полностью описывает систему.

Во многих случаях оказывается необходимым найти поправку первого порядка к $E(p, x; n)$, возникающую из-за изменения функций распределения в первом порядке. Эта величина должна, например, войти в изменение полной энергии второго порядка, возникающее из-за поправок первого порядка к функции распределения. Результат можно сразу же написать в виде

$$\delta E(p, x; n) = \frac{1}{h^3} \int f(p, p', x, x'; n) \delta n(p', x') d^3p' d^3x',$$

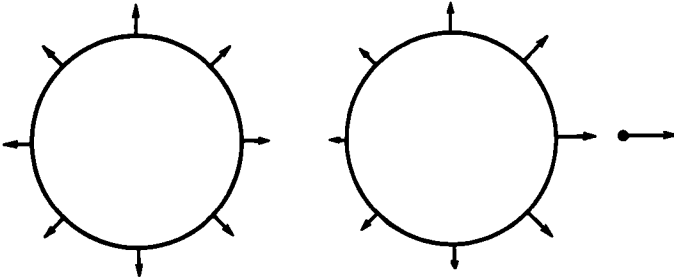
где $f(p, p', x, x'; n)$ — функциональная производная $E(p, x; n)$ по $n(p, x)$. [Заметим, что это вторая функциональная производная полной энергии по $n(p, x)$, взятая в точке функционального пространства $n(p, x)$.] Величина f называется *квазичастичным взаимодействием*, так как она представляет собой изменение энергии частицы с импульсом и координатой (p, x) , возникающее при добавлении частицы (p', x') . Эта величина есть, конечно, функционал от $n(p, x)$. Величины

$$E(p, x; n_0) \text{ и } f(p, p', x, x'; n_0)$$

суть две феноменологические функции, которые входят в теорию и на которых основано вычисление свойств системы; заметим, что обе они вычисляются при равновесном распределении.

Здесь можно было бы впасть в опасную ошибку и воспринять все вышеизложенное как оправдание одноэлектронного приближения. Представляется вполне разумным утверждение, что многочастичные эффекты приводят просто к перенормировке энергии $E(p)$ (которую мы нашли бы из зонных вычислений, пренебрегая

взаимодействием между квазичастицами), а далее следует продолжать в том же духе, как и раньше. Можно, однако, на примере вычисления плотности тока, задаваемой соотношением (3.105), убедиться в том, какими неприятностями чревато такое предположение. Запишем функцию распределения в виде суммы равновесного слагаемого и поправки первого порядка и найдем плотность тока в первом порядке. В классическом рассмотрении нам следовало бы просто подставить в (3.105) поправку к функции распределения первого порядка и использовать скорость $\partial E/\partial \mathbf{p}$ в нулевом



Ф и г. 108. Схематическое представление различных составляющих тока в газе взаимодействующих электронов.

На фигуре слева — ферми-сфера в основном состоянии. Вклад в ток от квазичастиц с противоположными волновыми векторами взаимно уничтожается. На фигуре справа добавлено квазичастичное возбуждение, дающее нескомпенсированный вклад в ток. Кроме того, скорости всех других квазичастиц изменяются возбужденном так, что и они дают вклад в ток.

порядке, так как в нулевом порядке тока нет. В теории фермижидкостей, однако, мы видим, что имеется поправка первого порядка и к энергии $E(\mathbf{p}, \mathbf{x}; n)$, пропорциональная поправке первого порядка к функции распределения. Она также дает вклад первого порядка в ток. Это второе слагаемое прямо пропорционально квазичастичному взаимодействию. В результате простых вычислений находим

$$j = -\frac{e}{h^3} \int \delta n(\mathbf{p}, \mathbf{x}) \left[\frac{\partial E(\mathbf{p}, \mathbf{x}; n_0)}{\partial \mathbf{p}} - \frac{1}{h^3} \int \frac{\partial n_0(\mathbf{p}', \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{p}'} f(\mathbf{p}', \mathbf{p}, \mathbf{x}', \mathbf{x}; n_0) d^3 p' d^3 x' \right] d^3 p,$$

где индекс нуль показывает, что соответствующие величины берутся в равновесии. (При этом выводе мы провели интегрирование по частям по \mathbf{p} и поменяли переменные интегрирования.) Таким образом, можно заключить, что возбуждение одной квазичастицы изменяет скорость других и приводит к появлению дополнительного вклада в ток. Это показано на фиг. 108.

Мы видим, что изменение тока, связанное с возбуждением квазичастицы, отличается от соответствующей величины в отсутствие взаимодействия как из-за перенормировки скорости квази-

частицы, так и непосредственно из-за взаимодействия квазичастиц. Относительная величина этих двух слагаемых зависит от рассматриваемых обстоятельств. В частности, можно заметить, что, если просто сдвинуть полное равновесное распределение на фиксированную дрейфовую скорость, полный текущий ток должен просто равняться заряду $-e$, умноженному на плотность имеющихся частиц и на их дрейфовую скорость. Это следует из галилеевой инвариантности: сдвиг скорости эквивалентен переходу в движущуюся систему координат. Можно также вычислить ток и в лабораторной системе координат. Тогда в токе появятся добавки, как обязанные своим происхождением возбуждению квазичастицы, так и возникшие из-за тока, внесенного другими квазичастицами. Таким образом, в этом случае многочастичные эффекты должны полностью друг друга компенсировать. Можно формально провести вычисления и найти таким образом связь между скоростью квазичастицы и квазичастичным взаимодействием (см. задачу 14 настоящей главы).

Так же, как это было сделано выше, можно показать, что если ток задается однородным дрейфом и приложено магнитное поле, перпендикулярное ему, ток будет вращаться с циклотронной частотой ω_c , отвечающей невзаимодействующим электронам. Если, с другой стороны, ток обусловлен возбуждением нескольких квазичастиц над равновесным распределением и снова приложено магнитное поле, мы найдем, что ток будет вращаться с циклотронной частотой, соответствующей фермиевской скорости $\partial E(\mathbf{p}, \mathbf{x}; n_0)/\partial \mathbf{p}$. Оказывается, что резонанс Азбеля — Канера очень тесно связан именно с таким типом возбуждения. Поэтому для правильной интерпретации каждого эксперимента нужно обязательно провести соответствующие вычисления.

Можно найти и электронную удельную теплоемкость, связанную с возбуждением квазичастиц. Мы обнаружим, что результат эквивалентен полученному для невзаимодействующих частиц, но с плотностью состояний, определяемой энергией $E(\mathbf{p}, \mathbf{x}; n_0)$. С другой стороны, если вычислить парамагнитную восприимчивость Паули, которая в отсутствие взаимодействия прямо пропорциональна плотности состояний при энергии Ферми, мы обнаружим, что соответствующая плотность состояний дается не квазичастичной плотностью состояний, а величиной, соответствующей невзаимодействующим частицам.

Измерения любых свойств, зависящих от квазичастичных параметров, дают о них информацию. Так, например, массы, отвечающие удельной теплоемкости, введенные в п. 6 § 5 гл. II, служат мерой средней квазичастичной скорости. Представляется, однако, что их отклонения от величин, полученных из вычислений энергетических зон, обусловлены главным образом электрон-фононным, а не электрон-электронным взаимодействием. Недавно удалось

добиться успеха и в получении информации о квазичастичном взаимодействии из экспериментов по распространению высокочастотных электромагнитных волн в металлах [40].

Теория ферми-жидкости в состоянии дать однозначный ответ на вопрос: какие свойства связаны с взаимодействием между электронами, а какие нет? С ее помощью можно установить, как соотносятся друг с другом одноэлектронные характеристики, определяющие различные свойства системы. В то же время значительно более объемистая теоретико-полевая техника, применяемая в теории многих тел, едва ли способна дать нам большую информацию.

§ 7. АМОРФНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ [41]

Вернемся к рассмотрению аморфных полупроводников, о которых уже кратко упоминалось в п. 2 § 10 гл. II. Мы опишем модель их электронной структуры и увидим, как с помощью этой модели можно понять кинетические и оптические свойства этих веществ.

Представим себе сначала кристаллический полупроводник, в котором каждый атом окружен четырьмя соседями, расположенными в вершинах тетраэдра. Начнем затем вносить некоторое разупорядочение, оставляя, однако, в основном тетраэдрическую координацию.

С беспорядком неизбежно появятся атомы без тетраэдрического окружения, и можно представить себе, что у них останутся пустые или «болтающиеся» связи, которые приводят к возникновению ловушек в запрещенной зоне. Весьма вероятно, что такие ошибки в расположении могут вызывать появление локализованных состояний в запрещенной зоне, отщепляющихся от валентной зоны. Энергии этих состояний будут зависеть от деталей локальной структуры, и поэтому эти состояния будут распределены по всей запрещенной зоне, хотя в основном они будут сосредоточены по соседству с краями валентной зоны и зоны проводимости. Ясно, что состояния, которые ближе всех лежат к центру запрещенной зоны, должны быть наиболее локализованными; те же состояния, которые лежат вблизи краев зоны, должны быть более протяженными. Можно ожидать, что при увеличении беспорядка в конечном счете возникнет система, подобная той, которая схематически показана на фиг. 109.

Резонно полагать, что имеется достаточно электронов для того, чтобы заполнить все состояния с энергиями, лежащими вплоть до середины бывшей запрещенной зоны. Здесь плотность уровней — а эти уровни хорошо локализованы — может быть довольно низкой, но отличной от нуля. Таким образом, даже если в такой материал добавлены примеси, уровень Ферми лишь слегка сместится, оставаясь в той области энергий, где все состояния локализованные.