

Можно рассмотреть еще одно свойство аморфных полупроводников — их оптическое поглощение. Ввиду того что уровни распределены по всем энергиям, нельзя ожидать ни прозрачности при низких частотах, ни края поглощения, характерного для кристаллических полупроводников. Однако экспериментально найдено, что оптические свойства аморфных полупроводников очень близки к свойствам кристаллических полупроводников. Это обстоятельство также можно понять в рамках построенной нами модели. Заметим, что, хотя сразу же под энергией Ферми и есть занятые, а чуть выше ее — свободные состояния, и те и другие сильно локализованы и обычно в кристалле их волновые функции не перекрываются. Таким образом, сила осциллятора для поглощения между такими уровнями будет равна нулю просто из-за отсутствия перекрытия начальной и конечной волновых функций. Поэтому очень маловероятно найти незанятые состояния, перекрывающиеся с данным локализованным состоянием чуть ниже уровня Ферми, за исключением незанятых состояний с достаточно высокой энергией и, следовательно, делокализованных, т. е. лежащих вблизи верхнего края щели подвижности. Подобным же образом весьма маловероятно возбуждение электронов на локализованные незанятые состояния с заполненных состояний, не лежащих вблизи нижнего края щели подвижности. Таким образом, в обоих случаях можно говорить об очень маленьком поглощении, за исключением области частот, больших или равных половине щели подвижности. Тот факт, что наблюдаемый край поглощения очень резкий, наводит на мысль, что очень резкий и переход по энергиям от локализованных состояний к делокализованным состояниям как у верхнего, так и у нижнего края щели подвижности.

Эта картина электронной структуры аморфных полупроводников кажется весьма правдоподобной. Она очень сильно отличается от электронной структуры кристаллических полупроводников. Удивительно, что, несмотря на столь большое их отличие, свойства этих систем очень схожи. Большое внимание, уделяемое в настоящее время проблеме аморфных полупроводников, связано с возможностью использовать эффект Овшинского для построения переключающих устройств.

ЗАДАЧИ

1. а. Рассмотрите полупроводник с шириной запрещенной зоны, равной Δ , и параболическими электронной и дырочной зонами с эффективными массами m_e и m_h соответственно. Разложив должным образом функцию распределения Ферми, получите энергию Ферми как функцию температуры. Обратите внимание на направление сдвига энергии Ферми с изменением T , если $m_h > m_e$.

б. Пусть в полупроводник добавлены донорные атомы малой концентрации. Получите энергию Ферми в пределе сначала низких, а затем высоких температур ($m_e = m_h$). (Возбужденные донорные состояния можно не рассматривать.) Вероятно, что вам удастся предсказать результат без вычислений.

2. Эффективная масса электрона в антимониде индия составляет примерно $0,01m$. Принимая, что концентрация доноров равна 10^{18} см^{-3} , а глубина залегания донорного уровня составляет $0,01 \text{ эВ}$, найдите положение уровня Ферми по отношению к краю зоны проводимости при комнатной температуре.

3. а. Рассмотрите электронный газ, находящийся в равновесии при $t < 0$. В момент времени $t = 0$ введем однородное электрическое поле и будем в дальнейшем поддерживать его постоянным. Используя линеаризованное уравнение Больцмана в приближении времени столкновений, определите ток при всех $t > 0$. Обратите внимание на величину производной dj/dt при $t = 0$.

б. Используя то же приближение, найдите ток как функцию времени в присутствии пространственно однородного, но изменяющегося во времени поля $\mathcal{E} \cos \omega t$.

в. Так как ток пропорционален \mathcal{E} , мы можем найти комплексный ток, созданный полем $\mathcal{E} e^{-i\omega t}$, и комплексную константу пропорциональности $\sigma(\omega)$. Какой смысл имеет фаза $\sigma(\omega)$? Чему равны высокочастотный и низкочастотный пределы?

4. Покажите, исходя из стационарного уравнения Больцмана в приближении времени столкновения для одномерной системы, что

а)

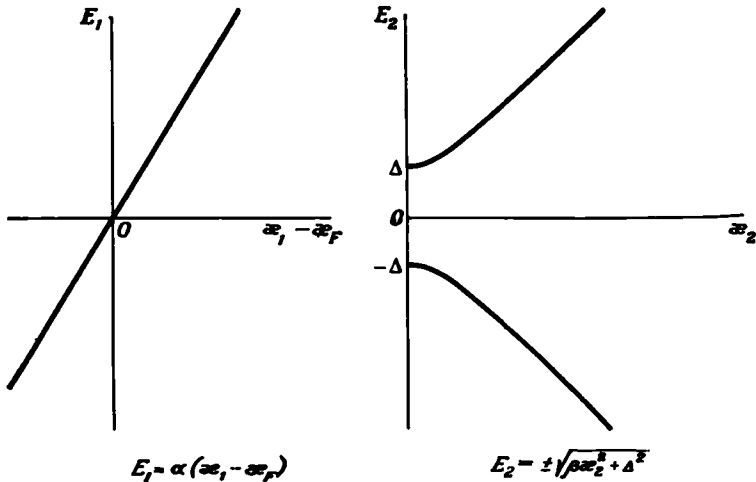
$$j = \frac{Ne^2\tau}{m} \mathcal{E}, \text{ если } E = \frac{p^2}{2m}$$

или б) записав функцию распределения в виде разложения

$$f = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + \dots$$

по возрастающим степеням \mathcal{E} , вычислите f_0 , f_1 , f_2 и f_3 и покажите, что только f_1 вносит вклад в ток.

5. Представим себе два одномерных твердых тела. Рассмотрим волновые функции с нулевыми граничными условиями на поверхности, так что волновые функции суть синусоиды, а не комплексные экспоненты, причем число состояний, приходящихся на область волновых векторов dk , равно $(2L/\pi) dk$, где множитель 2 возник из-за спина, L — длина каждого тела и величина k всегда положительна. Будем считать, что зоны, отсчитанные от энергии Ферми, имеют вид, показанный ниже:



Вычислите туннельный ток между двумя телами как функцию приложенного напряжения:

$$J = \sum_{\kappa_1} e P_{1,2}(\kappa_1) [\tilde{f}(\kappa_1) - \tilde{f}(\kappa_2)],$$

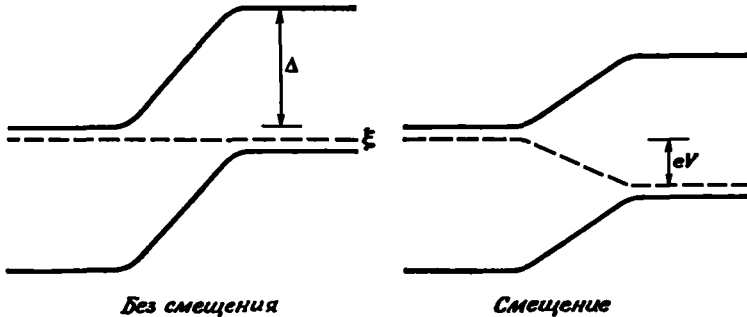
где $f(\kappa)$ — функция распределения Ферми при $T = 0$. Положите при этом, что туннельный матричный элемент T_{κ_1, κ_2} постоянен для электронов с одинаковым спином. Постройте график зависимости тока от напряжения.

6. Рассмотрим два идентичных одномерных металла с параболическими зонами при нулевой температуре.

а. Вычислите туннельный ток при всех напряжениях, полагая, что коэффициент перехода P не зависит от энергии.

б. Обратив внимание на пределы малых и больших напряжений, постройте график зависимости туннельного тока от напряжения в случае, когда туннельный матричный элемент считается не зависящим от энергии. (Множители типа 2 ненадежны, и их можно отбросить в данной задаче.)

7. Рассмотрим p — p -переход, показанный ниже:



Поля изменяются только в направлении x , хотя система трехмерная. Энергии с каждой стороны даются выражением

$$E = \frac{p^2}{2m} + \text{минимум зоны.}$$

Рассмотрим только электроны (без дырок). Если плотность электронов слева равна

$$n_0 = \frac{2}{h^3} \iiint A e^{-p^2/2mKT} dp_x dp_y dp_z,$$

то

а. Чему равна плотность справа?

б. Вычислите ток как функцию V . Учтите, что направо смогут прийти лишь те электроны, для которых $p_x^2/2m > \Delta - eV$.

в. Постройте график результата и вычислите отношение тока при $V = 0,1$ эВ к току при $V = -0,1$ эВ при комнатной температуре.

8. Рассмотрим металл с плотностью ионов $n_0 - \delta n_0$ при $x < 0$ и $n_0 + \delta n_0$ при $x > 0$ ($n_0 + \delta n_0$ и $n_0 - \delta n_0$ — константы). Используя линейаризованное (около n_0 в первом порядке по δn_0) приближение Томаса — Ферми, найдите самосогласованный потенциал при всех x и сопроводите полученный результат графиком. Считайте, что при $x = 0$ поверхностный заряд не возникает, так что V и dV/dx непрерывны.

Этот результат соответствует зарядовой нейтральности на больших расстояниях от $x = 0$, но отличному от нуля локальному полю. Он качественно

описывает поверхностный потенциал на границе металл — вакуум, но количественное совпадение плохое, так как соответствующая величина $\Delta\phi_0$ не мала по сравнению с ϕ_0 .

9. а. Рассмотрите проводник в однородном магнитном поле H_A , направленном вдоль оси z . Для электрического поля низкой частоты и большой длины волны электронный ток и поле связаны соотношением:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\sigma} j_1 - R j_1 \times H,$$

где \mathcal{E} , H и j_1 — функции r и t .

Рассмотрим приложенное поперечное циркулярно-поляризованное поле, распространяющееся вдоль H_A :

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}, \quad A = \frac{(\hat{x} + i\hat{y})}{\sqrt{2}} A_0 e^{i(qz - \omega t)}.$$

Это означает, что должен иметься некоторый внешний ток j_0 (скажем, понный ток, связанный со звуковой волной), так как уравнения Максвелла требуют, чтобы

$$-\nabla^2 A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{4\pi j}{c}$$

(если $\nabla \cdot A = 0$, как это имеет место здесь, и нет накопления заряда).

Приложенное поле вызывает появление тока j_1 , который, как следует из уравнений Максвелла, приводит к появлению добавочных электрических полей. Решив задачу самосогласованно, получите поперечную диэлектрическую проницаемость $\epsilon(q, \omega, H_A)$, которая определяется как отношение приложенного поля к полю. Решайте эту задачу только в пределе $\sigma \rightarrow \infty$.

б. Найдите низкочастотные решения ($\omega \ll qc$) уравнения $\epsilon = 0$, соответствующие бесконечно большому отклону и, следовательно, возбужденным состояниям системы. Они называются «геликонами». Постройте их дисперсионную кривую $\omega(q)$ и вычислите частоту при $H_A = 10^4$ Гс, $N = 10^{22}$ см $^{-3}$ и длине волны 1 см.

10. Рассмотрите систему с двумя квантовыми уровнями:

$$H_0 |1\rangle = E_1 |1\rangle,$$

$$H_0 |2\rangle = E_2 |2\rangle.$$

Матрицу плотности можно тогда представить в виде разложения

$$\rho(r, r', t) = |1\rangle \rho_{11}(t) \langle 1| + |1\rangle \rho_{12}(t) \langle 2| + \dots$$

Добавьте затем возмущение H_1 , связывающее эти два состояния:

$$H_1 |1\rangle = \lambda |2\rangle,$$

$$H_1 |2\rangle = \lambda^* |1\rangle,$$

где

$$\lambda = \lambda_0 e^{-i\omega t} e^{\alpha t}.$$

а. Используя уравнение Лнувилля, найдите точные соотношения между четырьмя матричными элементами ρ_{ij} .

б. Найдите вероятность заполнения состояния $|2\rangle$ (т. е. ρ_{22}) при $t = 0$ в низшем порядке по λ_0 , если при $t = -\infty$

$$\rho_{11} = 1, \quad \rho_{12} = \rho_{21} = \rho_{22} = 0.$$

Постройте график зависимости ρ_{22} от ω .

11. Предположим, что на трехмерный электронный газ действует малый потенциал в виде ступеньки:

$$V(x) = V_0 \begin{cases} > 0, & \text{при } x > 0, \\ = 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Ясно, что в этом случае в электронной плотности возникнут осцилляции, похожие на фриделевские. Получите асимптотический вид $n(x)/\bar{n}$ при больших x .

12. Рассмотрите полупроводник с N донорами в единице объема, причем с каждым донором связан электрон (в зоне проводимости электронов нет). Оптическая проводимость не равна нулю ввиду возможности возбуждения связанных электронов в зону проводимости. Вычислите соответствующую величину $\text{Re } \sigma_{ij}(\omega)$, используя формулу Кубо — Гринвуда.

Волновые функции связанных электронов можно взять в виде

$$\psi_d(r) = A e^{-\alpha r},$$

т. е. в виде s -функций; волновые функции электрона в зоне проводимости можно взять в виде плоских волн, ортогонализированных к волновым функциям доноров (считайте, что волновые функции доноров не перекрываются).

Энергия связи электрона на доноре есть $-\hbar^2 \alpha^2 / 2m$. Вид ответа будет проще, если его выразить через ω , α и величину волнового вектора конечного состояния k . Следовательно,

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} = \hbar \omega.$$

Постройте график зависимости $\sigma(\omega)$ от частоты.

13. а. Найдите связанное с решеточной поляризацией уменьшение интенсивности бесфононных переходов для F -центров, описанных в п. 6 § 5 настоящей главы. Результат выразите через разность равновесных смещений $(x_1 - x_0)$ и средний квадрат амплитуды нулевых колебаний. Волновую функцию основного состояния гармонического осциллятора возьмите равной

$$\varphi(x - x_0) = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}} e^{-1/2 \alpha^2 (x - x_0)^2},$$

полагая величину α одинаковой для начального и конечного состояний.

б. Как вычислить уменьшение интенсивности, если имеются два типа возмущений решетки, соответствующие двум различным модам нормальных колебаний?

в. Решите задачу «а» с $x_1 - x_0 = 0$, но с различными коэффициентами α до и после перехода.

14. В однородной ферми-жидкости ток задается следующим выражением:

$$j = \frac{-e}{\hbar^3} \int \delta n(\mathbf{p}) \left[\frac{\partial E(\mathbf{p}, n_0)}{\partial \mathbf{p}} - \frac{1}{\hbar^3} \int \frac{\partial n_0(\mathbf{p}')}{\partial \mathbf{p}'} f(\mathbf{p}', \mathbf{p}; n_0) d^3 p' \right] d^3 p.$$

Для изотропной системы ясно, что оба слагаемых в квадратных скобках (они параллельны \mathbf{p} и $\partial n_0(\mathbf{p}')/\partial \mathbf{p}'$) можно, например, записать в виде $\partial n_0(\mathbf{p}')/\partial p' \cos \theta$, где θ — угол между \mathbf{p}' и \mathbf{p} .

Мы видели, что для однородного дрейфа $[n(\mathbf{p}) = n_0(\mathbf{p} - \delta \mathbf{p}_0)]$ в трансляционно инвариантной системе вектор j должен равняться $(-Ne/m) \delta \mathbf{p}_0$, где m — масса свободного электрона, а N — концентрация электронов.

Следовательно, выражение в квадратных скобках, вычисленное для p на поверхности Ферми, должно равняться p/m . Мы всюду предполагаем, что температура достаточно мала.

Предположите, что энергия квазичастиц дается выражением

$$E(p; n_0) = \frac{p^2}{2m^*},$$

где m^* — константа, не равная m , а квазичастичное взаимодействие можно записать в виде

$$f(p', p; n_0) = |p - p'|^2 \frac{A}{N},$$

где A — константа (такой вид мы выбрали лишь из иллюстративных соображений).

а. Выразите константу A через m^* .

б. Найдите, чему равен ток, переносимый системой с единственным квазичастичным возбуждением с импульсом p ?

ЛИТЕРАТУРА

1. Kittel C., Introduction to Solid State Physics, 3rd ed., New York, 1967. (Имеется перевод 2-го издания: Куттель Ч., Введение в физику твердого тела, Физматгиз, 1963.)
2. Wilson A. H., The Theory of Metals, 2nd ed., London, 1954. (Имеется перевод 1-го издания: Вильсон А., Квантовая теория металлов, ОГИЗ, 1941.)
3. Seitz F., Modern Theory of Solids, New York, 1940. (Имеется перевод: Зейтц Ф., Современная теория твердого тела, М.—Л., 1949.)
4. Koch J. F., Kuo C. C., Phys. Rev., **143**, 470 (1966).
5. Chambers R. G., в книге: «The Fermi Surface», ed. Harrison W. A., Webb M. B., New York, 1960.
6. Ziman J. M., Principles in the Theory of Solids, London, 1964. (Имеется перевод: Займан Дж., Принципы теории твердого тела, изд-во «Мир», 1966.)
7. Harrison W. A., Phys. Rev., **123**, 85 (1961).
8. Bardeen J., Phys. Rev. Lett., **6**, 57 (1961).
9. Moll J. L., Physics of Semiconductors, New York, 1964.
10. Shockley W., Electrons and Holes in Semiconductors, Princeton, 1950.
11. Gunn J. B., Solid State Communications, **1**, 881 (1963).
12. Ehrenreich H., Cohen M. H., Phys. Rev., **115**, 786 (1959).
13. Harrison W. A., Pseudopotentials in the Theory of Metals, New York, 1966. (Имеется перевод: Харрисон У., Псевдопотенциалы в теории металлов, изд-во «Мир», 1968.)
14. Harrison W. A., Phys. Rev., **181**, 1036 (1969).
15. Kohn W., Sham L. J., Phys. Rev., **140**, A1133 (1965).
16. Hohenberg P., Kohn W., Phys. Rev., **136**, B864 (1964).
17. Slater J. C., Phys. Rev., **81**, 385 (1951).
18. Ma S., Brueckner K. A., Phys. Rev., **165**, 18 (1968).
19. Pippard A. B., Proc. Roy. Soc., **A191**, 385 (1947).
20. Reuter G. E., Sondheimer E. H., Proc. Roy. Soc., **A195**, 336 (1948).
21. Kubo R., Journ. Phys. Soc. Japan, **12**, 570 (1957). (Имеется перевод в сборнике «Вопросы квантовой теории необратимых процессов», ИЛ, 1961.)
22. Greenwood D. A., Proc. Phys. Soc., **A71**, 585 (1958). (Имеется перевод в сборнике «Вопросы квантовой теории необратимых процессов», ИЛ, 1961.)

23. Schiff L. I., Quantum Mechanics, New York, 1949. (Имеется перевод: Шифф Л., Квантовая механика, ИЛ, 1957.)
24. Butcher P. N., Proc. Phys. Soc., A64, 765 (1951).
25. Animalu A. O. E., Phys. Rev., 163, 557 (1967).
26. Hopfield J. J., Phys. Rev., 139, A419 (1965).
27. Harrison W. A., Phys. Rev., 147, 467 (1966).
28. Kane E. O., Phys. Rev., 146, 558 (1966).
29. Berglund, в книге: «Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys», Abeles, ed., Amsterdam, 1966.
30. Spicer W. E., в книге: «Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys», Abeles, ed., Amsterdam, 1966.
31. Brown F. C., The Physics of Solids, New York, 1967.
32. Harrison W. A., в книге: «Soft X-ray Band Spectra», Fabian D. J. ed., New York, 1968.
33. Roulet B., Gavoret J., Nozières P., Phys. Rev., 178, 1072 (1969).
34. Nozières P., Gavoret J., Roulet B., Phys. Rev., 178, 1084 (1969).
35. Nozières P., de Dominicis C. T., Phys. Rev., 178, 1097 (1969).
36. Friedel J., Comments on Solid State Physics, 2, 21 (1969).
37. Friedel J., Phil. Mag., 43, 1115 (1952).
38. Anderson P. W., Phys. Rev. Lett., 18, 1049 (1967).
39. Ландау Л. Д., ЖЭТФ, 30, 1058 (1956).
40. Platzman P. M., Walsh W. M., Foo E-Ni, Phys. Rev., 172, 689 (1968).
41. Cohen M. H., Fritzsche H., Ovshinsky S. R., Phys. Rev. Lett., 22, 1065 (1969).
42. Gell-Mann M., Brueckner K. A., Phys. Rev., 106, 364 (1957).
43. Ehrenreich H., Phys. Rev., 120, 1951 (1960).
- 44*. Пикус Г. Е., Основы теории полупроводниковых приборов, изд-во «Наука», 1965.
- 45*. Федотов Я. А., Основы физики полупроводниковых приборов, «Сов. радио», 1970.
- 46*. Волков А. Ф., Коган Ш. М., УФН, 96, 633 (1968).
- 47*. Новые методы полупроводниковой СВЧ электроники. (Эффект Ганна и его применение), сб. статей, изд-во «Мир», 1968.
- 48*. Головашкин А. И., Левченко И. С., Мотулевич Г. П., Шубин А. А., ЖЭТФ, 51, 1622 (1966).
- 49*. Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И., Электронная теория металлов. изд-во «Наука», 1971.