

лельные. Другая ситуация возникает в ферритах, где также имеется антиферромагнитная конфигурация, но величины моментов двух подрешеток не совпадают. Это приводит к возникновению полного намагничивания. Такое состояние называют *ферримагнитным*, и оно изображено на фиг. 145, в.

Гейзенберговский обменный гамильтониан оказывается очень эффективным и дает очень удобный формализм для описания и истинного антиферромагнитного основного состояния, и спиновых волн, и многих процессов рассеяния, связанных с магнитными ионами. Для выяснения некоторых простых свойств, оказывается, можно заменить гейзенберговский гамильтониан *моделью Изинга* или использовать приближение молекулярного поля.

Состояние совокупности спинов можно определить, задав компоненту каждого спина вдоль любой из осей. В *модели Изинга* гейзенберговский гамильтониан заменяют на

$$- \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} S_z(i) S_z(j),$$

т. е. ограничиваются последними слагаемыми в соотношениях (5.20). Представленное на фиг. 145, б антиферромагнитное состояние есть собственное состояние в модели Изинга. Кроме того, она оказывается полезной при статистическом изучении магнетизма. Она, однако, представляет собой приближение по отношению к гейзенберговскому обменному гамильтониану.

## § 5. ПРИБЛИЖЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОГО ПОЛЯ И ФЕРРОМАГНИТНЫЙ ПЕРЕХОД

Еще в 1907 г. Вейсс предложил одну из наиболее ранних теорий ферромагнетизма, которая носит название *приближение молекулярного поля*. В то время, конечно, она была сугубо феноменологической и предшествовала уяснению того факта, что спины выстраиваются параллельно благодаря обменному взаимодействию. Полезно, однако, посмотреть, каким образом это приближение вытекает из гейзенберговского обменного гамильтониана. Мы хотим выяснить, как ведет себя спин отдельного атома в результате взаимодействия со всеми остальными атомами. Это можно сделать приближенно, если так же, как в п. 2 § 4 гл. IV, выделить самосогласованное поле

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{ex} &= - \sum_{i>j, j} J_{ij} S_i \cdot S_j \approx - \sum_k \left( \sum_{i>k} J_{ik} \langle S_i \rangle \cdot S_k + \sum_{j<k} J_{kj} S_k \cdot \langle S_j \rangle \right) = \\ &= - \sum_k S_k \cdot \left( \sum_i' J_{ik} \langle S_i \rangle \right), \end{aligned} \quad (5.21)$$

где  $\langle S_j \rangle$  — среднее значение спина  $S_j$ . В начальной форме гамильтониана стоит  $J_{ij}$  при  $i > j$ . В конечной мы положили  $J_{ij} = J_{ji}$

при  $j > i$ . В ферромагнетике  $\langle S_j \rangle$  — вектор, параллельный полному спину системы, в антиферромагнетике он параллелен или антипараллелен спину подрешетки. Сделав это приближение, мы заменили двухэлектронный оператор одноэлектронным. Положим теперь, что эта система обладает полным упорядоченным спином (ферромагнетик), который мы будем считать направленным вдоль оси  $z$ . Тогда если любой заданный спин  $S_i$  взаимодействует с настолько большим числом соседей, чтобы имело смысл статистическое описание (даже 8 или 12 ближайших соседей может быть достаточным), то взаимодействие  $i$ -го иона задается просто произведением его  $z$ -компоненты на поле, пропорциональное полной спиновой поляризации. Мы получаем выражение, очень похожее на модель Изинга, но в котором все эквивалентные ионы «видят» одно и то же поле.

Интересно отметить, что конечное выражение в (5.21) имеет ту же форму, что и гамильтониан взаимодействия магнитного момента иона с магнитным полем, т. е.  $-\mu \cdot H$ . Магнитный момент иона задается гиромагнитным отношением (или  $g$ -фактором, равным 2 для электрона), умноженным на магнетон Бора

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$$

и умноженным еще на спин  $S$ . Удобно поэтому выразить взаимодействие (5.21) через эффективное магнитное поле  $H_I$ , называемое иногда *молекулярным*, а иногда внутренним полем. Полагая ось  $z$  направленной вдоль  $\langle S_j \rangle$ , получаем

$$\mathcal{H}_{\text{ex}} = - \sum_i (g\mu_0 S_i^z) H_I,$$

где

$$H_I = \frac{1}{g\mu_0} \sum_j' J_{ij} \langle S_j^z \rangle.$$

Заметим, что  $H_I$  пропорционально и параллельно намагниченности единицы объема

$$M_z = \frac{g \langle S_j^z \rangle \mu_0}{\Omega_0}.$$

Тогда можно ввести связывающий их феноменологический параметр

$$H_I = \lambda M. \quad (5.22)$$

Чтобы получить гамильтониан с учетом обмена в любом внешнем магнитном поле, к последнему нужно добавить молекулярное поле (5.22). В изотропной системе оба их можно считать направленными вдоль оси  $z$ , и гамильтониан с учетом взаимодействия с внешним полем принимает форму

$$\mathcal{H} = - \sum_i \mu_i^z (H + H_I), \quad (5.23)$$

где

$$\mu_i^2 = g\mu_0 S_i^2.$$

Этот гамильтониан настолько прост, что легко найти собственные состояния системы как без внешнего поля, так и с ним.

Перейдем к вычислению намагниченности, а значит, и магнитной восприимчивости как функции температуры и приложенного поля. Намагниченность находится путем суммирования по единичному объему:

$$M = \sum_i \mu_i^z = N \langle \mu^z \rangle,$$

где  $N$  — число ионов на единицу объема. Используя гамильтониан (5.23) и соотношения обычной статистической механики, получаем

$$\langle \mu^z \rangle = \frac{\sum_{\mu_z} \mu_z e^{(H_I + H)\mu_z/KT}}{\sum_{\mu_z} e^{(H_I + H)\mu_z/KT}}. \quad (5.24)$$

где сумма по  $\mu^z$  означает суммирование по всем возможным ориентациям спина. В классической механике это среднее по всем углам, в квантовой это сумма по  $2S + 1$  состояниям. Для простоты мы вычислим среднее (5.24) для  $S = 1/2$  и  $g = 2$ . Тогда  $\mu^z = \pm \mu_0$  и

$$\langle \mu^z \rangle = \mu_0 \operatorname{th} \frac{(H + H_I) \mu_0}{KT} \quad (5.25)$$

Прежде чем приступить к вычислению молекулярного поля, интересно рассмотреть тот простой случай, в котором обменного поля нет:

$$H_I = 0.$$

Тогда полная намагниченность на единицу объема есть

$$M = N\mu_0 \operatorname{th} \frac{H\mu_0}{KT}.$$

При малых полях это дает

$$M = \frac{N\mu_0^2}{KT} H.$$

Множитель пропорциональности

$$\frac{N\mu_0^2}{KT}$$

есть *восприимчивость*. Будучи выраженным через

$$\langle \mu^2 \rangle = (2\mu_0)^2 S(S+1) = 3\mu_0^2,$$

это соотношение приводит к закону Кюри для магнитной восприимчивости

$$\chi = \frac{N \langle \mu^2 \rangle}{3KT}. \quad (5.26)$$

Он дает хорошую оценку для парамагнитной восприимчивости многих твердых тел с нескомпенсированными моментами каждого иона. Обычно полученная из этого выражения восприимчивость очень мала. Полная поляризация на 1 кГс при комнатной температуре составляет величину порядка  $2 \cdot 10^{-4}$ .

Включим теперь молекулярное поле, выраженное через намагниченность, согласно соотношению (5.22). Тогда, используя соотношение (5.25), получаем уравнение

$$M = N\mu_0 \operatorname{th} \frac{(H + \lambda M)\mu_0}{KT}, \quad (5.27)$$

из которого должна быть найдена намагниченность  $M$ .

Если намагниченность опять мала, то гиперболический тангенс можно разложить в ряд по  $M$  и сразу решить получившееся уравнение. Мы найдем, что восприимчивость равна

$$\frac{N\mu_0^2}{KT - N\mu_0^2\lambda}.$$

Выразив ее опять через  $\langle \mu^2 \rangle$ , приходим к закону Кюри—Вейсса

$$\chi = \frac{N \langle \mu^2 \rangle}{3K(T - \theta)},$$

где введена температура Кюри

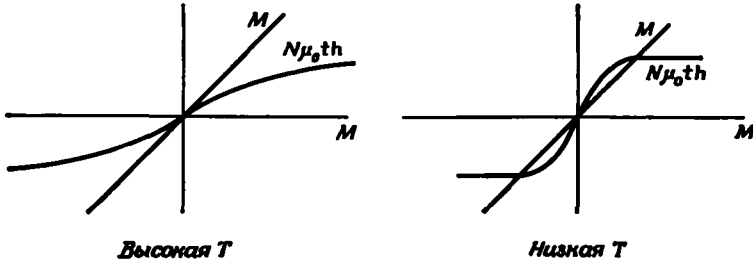
$$\theta = \frac{N \langle \mu^2 \rangle \lambda}{3K}.$$

Это выражение хорошо описывает магнитную восприимчивость ферромагнитных материалов выше температуры Кюри, где намагниченность мала. Однако оно приводит к расходящейся восприимчивости при приближении температуры к температуре Кюри. При этой температуре происходит фазовый переход, и мы должны уточнить наше решение уравнения (5.27). Это легко сделать графически.

На фиг. 146 мы изобразили правую и левую части уравнения (5.27). При этом внешнее поле положено равным нулю. При высоких температурах имеется только одно решение, отвечающее отсутствию намагниченности при нулевом внешнем поле. Наличие поля просто сдвигает кривую гиперболического тангенса влево или вправо и возникает парамагнетизм, отвечающий закону Кюри — Вейсса. При низких температурах, однако, имеется три решения — парамагнитное решение и два решения с ненулевой намагниченностью. Два последних описывают ферромагнетизм и соответствуют более

низкой энергии <sup>1)</sup>. Таким образом, когда температура опускается ниже температуры Кюри, возникает спонтанная намагниченность, что соответствует кооперативному переходу в ферромагнитное состояние.

Спонтанная намагниченность есть величина порядка той, которая отвечает всем одинаково ориентированным спином. (Они могут быть,



Ф и г. 146. Графическое решение уравнения для намагниченности  $M$  в отсутствие магнитного поля.

Пересечение кривых  $M$  и  $N\mu_0 \text{th} (\lambda M\mu_0/KT)$  дает самосогласованное значение намагниченности.

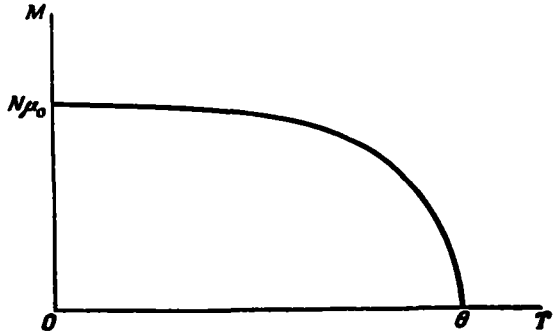
конечно, направлены как по, так и против оси  $z$ .) Решая уравнение (5.27) графически для разных температур, можно получить зависимость спонтанной намагниченности от температуры. Результат представлен на фиг. 147.

Ясно, что аналогичное рассмотрение можно провести и для антиферромагнетизма. Решетка делится на подрешетки: одну — со спином вверх, другую — со спином вниз. Далее предполагается, что спин данного атома находится под действием молекулярного поля другой подрешетки. Мы получаем два связанных уравнения для определения намагниченности подрешеток. Опять-таки возникает критическая температура, называемая в теории антиферромагнетизма *температурой Нееля*. Можно вычислить намагниченность как функцию приложенного магнитного поля и температуры. Ясно также, что этот формализм можно использовать для описания термодинамических свойств ферро- и антиферромагнетиков. В обоих случаях такое описание приближенное, но оно учитывает многие физические черты проблемы.

В последние годы изучались более точные приближения и особое внимание уделялось самому переходу. Вблизи температуры перехода возникают большие статистические флуктуации магнитного порядка, которые оказывают сильное воздействие на все свойства. Их рассмотрение формально совпадает с обсуждением в п. 5 § 10 соответствующих флуктуаций в сверхпроводниках. Нам просто

<sup>1)</sup> Точнее, свободной энергии.— Прим. ред.

удобнее рассмотреть этот вопрос не здесь, а там. Особо интенсивно обсуждается вопрос о *критических показателях*, который, однако, мы не будем детально освещать ни здесь, ни там. Один из таких показателей можно определить с помощью фиг. 147. Мы видим, что при приближении к критической температуре снизу намагниченность



Ф и г. 147. Зависимость спонтанной намагниченности от температуры, следующая из приближения самосогласованного поля.

$\theta$  — температура Кюри.

обращается в нуль как  $(\theta - T)^\beta$ . Разлагая гиперболический тангенс в уравнении (5.27) по  $M$  при  $H = 0$ , можно легко получить, что критический показатель  $\beta$  равен  $1/2$ . Экспериментально найдено, что он ближе всего к  $1/3$ . Вычисления, использующие модель Изинга, также приводят к значению, близкому к  $1/3$ . Это было получено путем чрезвычайно сложных числовых расчетов и, кажется, не пролило много света на проблему. Однако интенсивная деятельность, направленная на выяснение критических показателей, описывающих поведение системы вблизи магнитного и многих других фазовых переходов, упорно продолжается.

## § 6. НЕОДНОРОДНОСТИ

Учение о магнетизме включает и вопрос о свойствах неоднородных ферромагнетиков. Двумя такими неоднородностями, которые легко представлять себе классически, являются стенки Блоха и спиновые волны.

### 1. Стенки Блоха

Обычно ферромагнитный кристалл разбит *стенками Блоха* на *домены* с отличающимися ориентациями намагниченности. Это понятно с энергетической точки зрения, поскольку такое разбиение уничтожает внешнее магнитное поле, которое создалось бы при единой ориентации намагниченности. Такая конфигурация представлена на фиг. 148, а. Домены выстроены так, чтобы не было поля вне кристалла. Если приложить магнитное поле, то стенки Блоха