Даже если интеграл не поддаётся аналитическому вычислению, его можно рассчитать приближённо с некоторой степенью точности. Так, в курсе вычислительных методов изучаются специальные способы приближённого вычисления интегралов с помощью различных разностных схем (методы прямоугольников, трапеций, парабол, сплайн-аппроксимация и пр. подходы).

1.4. Основные свойства неопределённого интеграла

Основные свойства неопределённого интеграла следуют из его определения (см. доказательство в [2])

1. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$; $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$.

2. $\int dF(x) = F(x) + C \quad (C \in R)$ (эти свойства отражают взаимно обратный характер операций интегрирования и дифференцирования).

3. $\int C \cdot f(x)dx = C \cdot \int f(x)dx$, где $C \in R \setminus \{0\}$ (постоянный множитель можно выносить из-под знака интеграла).

4. $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ (свойство аддитивности; подразумевается, что обе функции $f(x)$ и $g(x)$ интегрируемы на одном и том же множестве).

Свойства 3 и 4 отражают свойство линейности неопределённого интеграла, причём эти равенства носят условный характер: они выполняются лишь с точностью до произвольной константы. Следующее свойство 5 показывает, что приведённая ниже таблица интегралов справедлива независимо от того, является ли переменная интегрирования независимой переменной или функцией.

5. Если $\int f(x)dx = F(x) + C$ и $u = \varphi(x)$ – непрерывно дифференцируема, то $\int f(u)du = F(u) + C$.

6. Одна из первообразных чётной функции есть функция нечётная, а всякая первообразная нечётной функции есть функция чётная.

Рассмотрим далее *табличные* интегралы и наиболее *общие методы* вычисления неопределённых интегралов. К ним традиционно относят следующие: сведение интеграла к простейшим интегралам при помощи тождественных преобразований и использования свойств интегралов, метод замены переменной и интегрирование по частям. Обратим внимание на то, что приписывать константу C в неопределённом интеграле нужно обязательно, в противном случае вы находите лишь одну из первообразных, и это считается весьма грубой ошибкой. Кроме того, надо приучить себя при вычислении неопределённых интегралов всегда указывать область интегрирования (аналог ОДЗ в уравнениях и неравенствах, области определения функций). Заметим также, что ниже мы будем говорить об интегралах только для непрерывных функций. Если же функция имеет точки разрыва, то рассматривать её будем лишь в промежутках её непрерывности, где интеграл от неё существует.

1.5. Таблица простейших интегралов

Отметим, что название «табличный интеграл» является довольно условным. Существует некоторый минимальный набор неопределённых интегралов, к которым наиболее часто сводится вычисление интегралов. В частности, к ним относят интегралы от некоторых известных элементарных функций. По мере того, как вы приобретаете всё больше навыков в вычислении неопределённых интегралов, понятие «табличного интеграла» расширяется, и в условную таблицу попадают многие из вычисленных прежде интегралов. Правильность выполненного интегрирования в случае сомнений всегда можно проверить, продифференцировав полученный результат. Приведём лишь некоторые, наиболее часто употребляемые виды интегралов.

Интегралы от *степенных функций*:

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \in R, n \neq -1; x \in R)$;
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \quad (n = -1, x \neq 0)$.

Интегралы от *показательных* и, в частности, экспоненциальной $(a = e)$ функций:

3. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1; x \in R)$; $\int e^x dx = e^x + C$.

Интегралы от *тригонометрических функций*:

4. $\int \cos x dx = \sin x + C \quad (x \in R)$;
5. $\int \sin x dx = -\cos x + C \ (x \in R)$;
6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \right)$;
7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C \quad (x \neq \pi n, n \in Z)$.