

лог ОДЗ в уравнениях и неравенствах, области определения функций). Заметим также, что ниже мы будем говорить об интегралах только для непрерывных функций. Если же функция имеет точки разрыва, то рассматривать её будем лишь в промежутках её непрерывности, где интеграл от неё существует.

## 1.5. Таблица простейших интегралов

Отметим, что название «табличный интеграл» является довольно условным. Существует некоторый минимальный набор неопределённых интегралов, к которым наиболее часто сводится вычисление интегралов. В частности, к ним относят интегралы от некоторых известных элементарных функций. По мере того, как вы приобретаете всё больше навыков в вычислении неопределённых интегралов, понятие «табличного интеграла» расширяется, и в условную таблицу попадают многие из вычисленных прежде интегралов. Правильность выполненного интегрирования в случае сомнений всегда можно проверить, проинтегрировав полученный результат. Приведём лишь некоторые, наиболее часто употребляемые виды интегралов.

Интегралы от *степенных функций*:

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \in \mathbb{R}, n \neq -1; x \in \mathbb{R});$$

$$2. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \quad (n = -1, x \neq 0).$$

Интегралы от *показательных* и, в частности, экспоненциальной ( $a = e$ ) функций:

$$3. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1; x \in \mathbb{R}); \quad \int e^x dx = e^x + C.$$

Интегралы от *тригонометрических функций*:

$$4. \int \cos x dx = \sin x + C \quad (x \in \mathbb{R});$$

$$5. \int \sin x dx = -\cos x + C \quad (x \in \mathbb{R});$$

$$6. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C \quad \left( x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right);$$

$$7. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C \quad (x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}).$$

Интегралы от рациональных функций:

$$8. \int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{cases} \arctg x + C \\ -\operatorname{arcctg} x + C \end{cases} \quad (x \in R; \text{этот интеграл подразумевает двоя-}$$

кую форму записи; в зависимости от ситуации можно использовать как первое, так и второе его представление);

$$9. \int \frac{dx}{x^2+a^2} = \begin{cases} \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \\ -\frac{1}{a} \operatorname{arcctg} \frac{x}{a} + C \end{cases} \quad (x \in R); \text{здесь и ниже параметр } a \text{ счита-}$$

ем положительным;

$$10. \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \quad (x \neq \pm a).$$

Интегралы от иррациональных функций:

$$11. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \arcsin x + C \\ -\arccos x + C \end{cases} \quad (|x| < 1);$$

$$12. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \begin{cases} \arcsin \frac{x}{a} + C \\ -\arccos \frac{x}{a} + C \end{cases} \quad (|x| < a);$$

$$13. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C \quad (x^2 \pm a^2 > 0);$$

$$14. \int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C \quad (|x| \leq a);$$

$$15. \int \sqrt{a^2+x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2+x^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left| x + \sqrt{a^2+x^2} \right| + C.$$

Интегралы от гиперболических функций:

$$16. \int chx dx = shx + C \quad (x \in R); \quad 17. \int shx dx = chx + C \quad (x \in R);$$

$$18. \int \frac{dx}{ch^2 x} = thx + C \quad (x \in R); \quad 19. \int \frac{dx}{sh^2 x} = cthx + C \quad (x \neq 0).$$

Существуют специальные (пополняемые) таблицы неопределённых интегралов, содержащие большое количество ныне известных интегралов, к которым можно обращаться в случае необходимости (например, [12]).