

Задачи для самостоятельного решения

Найти неопределённые интегралы:

1. $\int \frac{1-2x}{4x-3} dx$. Ответ: $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{8} \ln|4x-3| + C \left(x \neq \frac{3}{4}\right)$.
2. $\int \frac{2x+3}{3x+2} dx$. Ответ: $\frac{2}{3}x + \frac{5}{9} \ln\left|x + \frac{2}{3}\right| + C \left(x \neq -\frac{2}{3}\right)$.
3. $\int \frac{dx}{3x^2+4x+1}$. Ответ: $\frac{1}{2} \ln\left|\frac{3x+1}{3x+3}\right| + C \left(x \neq -\frac{1}{3}; -1\right)$.
4. $\int \frac{dx}{15-2x-x^2}$. Ответ: $\frac{1}{8} \ln\left|\frac{x+5}{x-3}\right| + C \left(x \neq -5; 3\right)$.
5. $\int \frac{dx}{(x+2)(x+3)}$. Ответ: $\ln\left|\frac{x+2}{x+3}\right| + C \left(x \neq -3; -2\right)$.
6. $\int \frac{(x+3)dx}{(x+2)(x-1)}$. Ответ: $\frac{1}{3} \ln\left|\frac{(x-1)^4}{x+2}\right| + C \left(x \neq -2; 1\right)$.
7. $\int \frac{2x dx}{x^2+3x-4}$. Ответ: $\ln\sqrt[5]{(x-1)^2(x+4)^8} + C \left(x \neq -4; 1\right)$.
8. $\int \frac{x+1}{5x^2+2x+1} dx$. Ответ: $\frac{1}{10} \ln(5x^2+2x+1) + \frac{2}{5} \operatorname{arctg} \frac{5x+1}{2} + C$.
9. $\int \frac{5x+3}{x^2+10x+29} dx$. Ответ: $\frac{5}{2} \ln(x^2+10x+29) - 11 \operatorname{arctg} \frac{x+5}{2} + C$.
10. $\int (x-1)^{10} dx$. Ответ: $\frac{(x-1)^{11}}{11} + C$.
11. $\int \frac{dx}{(1-3x)^{30}}$. Ответ: $\frac{1}{87} (1-3x)^{-29} + C \left(x \neq \frac{1}{3}\right)$.
12. $\int \frac{x^3 dx}{(x-1)^{100}}$.
 Ответ: $-\frac{1}{99(x-1)^{99}} - \frac{3}{98(x-1)^{98}} - \frac{3}{97(x-1)^{97}} - \frac{1}{96(x-1)^{96}} + C \left(x \neq 1\right)$.
13. $\int (2x+3)^2(1-x)^8 dx$.

$$\text{Ответ: } -\frac{4}{11}(1-x)^{11} + 2(1-x)^{10} - \frac{25}{9}(1-x)^9 + C.$$

$$14. \int \frac{x^2 + 1}{x + 1} dx. \quad \text{Ответ: } \frac{(x+1)^2}{2} - 2x + 2 \ln|x+1| + C \quad (x \neq -1).$$

$$15. \int \frac{dx}{x^2(1+x^2)^2}. \quad \text{Ответ: } -\frac{1}{x} - \frac{x}{2(1+x^2)} - \frac{3}{2} \operatorname{arctg} x + C \quad (x \neq 0).$$

$$16. \int \frac{x^2 + 1}{(x-1)^3(x+3)} dx \quad \text{Ответ: } -\frac{1}{4(x-1)^2} - \frac{3}{8(x-1)} + \frac{5}{32} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C \quad (x \neq -3; 1).$$

$$17. \int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+1)}. \quad \text{Ответ: } \ln|x+1| + \frac{4}{x+2} + C \quad (x \neq -2; -1).$$

$$18. \int \frac{dx}{x^5 - x^2}. \quad \text{Ответ: } \frac{1}{x} + \frac{1}{6} \ln \frac{(x-1)^2}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C \quad (x \neq 0; 1).$$

$$19. \int \frac{x dx}{x^8 - 1}. \quad \text{Ответ: } \frac{1}{8} \ln \left| \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right| - \frac{1}{4} \operatorname{arctg}(x^2) + C \quad (x \neq \pm 1).$$

$$20. \int \frac{x^3 - 2x}{(x^2 + 1)^2} dx. \quad \text{Ответ: } \frac{3}{2(x^2 + 1)} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C.$$

$$21. \int \frac{x^2 dx}{(x^2 + 2x + 2)^2}. \quad \text{Ответ: } \frac{1}{x^2 + 2x + 2} + \operatorname{arctg}(x+1) + C.$$

$$22. \int \frac{3x + 2}{(x^2 + 2x + 10)^2} dx.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{3}{2(x^2 + 2x + 10)} - \frac{x+1}{18(x^2 + 2x + 10)} - \frac{1}{54} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{3} + C.$$

$$23. \int \frac{2x + 3}{(x^2 + 2x + 5)^2} dx. \quad \text{Ответ: } \frac{x-7}{8(x^2 + 2x + 5)} + \frac{1}{16} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C.$$

$$24. \int \frac{dx}{(x^2 + 2)^3}. \quad \text{Ответ: } \frac{x}{8(x^2 + 2)^2} + \frac{3x}{32(x^2 + 2)} + \frac{3\sqrt{2}}{64} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + C.$$

$$25. \int \frac{dx}{(x^4 + 1)^2}. \quad \text{Ответ: } \frac{x}{4(x^4 + 1)} + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{4\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 + x\sqrt{2} + 1}{x^2 - x\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{2\sqrt{2}} (\operatorname{arctg}(x\sqrt{2} + 1) + \operatorname{arctg}(x\sqrt{2} - 1)) \right) + C.$$

$$26. \int \frac{x^2 + 1}{x^6 + 1} dx. \text{ Ответ: } \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x^3 + \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x^2 - 1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{12} \ln \frac{(x^2 + 1)^2}{x^4 - x^2 + 1} + C$$

$$27. \int \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx. \quad \text{Ответ: } \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg}(x^3) + C.$$

$$28. \int \frac{1 - x^7}{x(1 + x^7)} dx. \quad \text{Ответ: } \ln|x| - \frac{1}{7} \ln(1 + x^7)^2 + C \quad (x \neq 0; -1).$$

$$29. \int \frac{x^2 + 2}{x^3 + x^2 - 2x} dx. \quad \text{Ответ: } \ln \left| \frac{(x-1)(x+2)}{x} \right| + C \quad (x \neq -2; 0; 1).$$

$$30. \int \frac{x^2 - x + 2}{x^4 - 5x^2 + 4} dx. \quad \text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln \left| \frac{(x+1)^2(x-2)}{(x-1)(x+2)^2} \right| + C \quad (x \neq -2; -1; 1; 2).$$

$$31. \int \frac{x^2 + 2x + 6}{(x-1)(x-2)(x-4)} dx. \quad \text{Ответ: } \ln \left| \frac{(x-1)^3(x-4)^5}{(x-2)^7} \right| + C \quad (x \neq 1; 2; 4).$$

$$32. \int \frac{4x^2 + 4x - 11}{(2x-1)(2x+3)(2x-5)} dx. \text{ Ответ: } \frac{1}{8} \ln \left| \frac{(2x-1)^2(2x-5)^3}{2x+3} \right| + C \quad \left(x \neq -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right)$$

$$33. \int \frac{x+4}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6} dx. \\ \text{ Ответ: } \frac{3}{2} \ln|x+1| - 2 \ln|x+2| + \frac{1}{2} \ln|x+3| + C \quad (x \neq -3; -2; -1).$$

$$34. \int \frac{x^3 + 4x^2 + 6}{(x+1)^2(x^2+2)} dx. \\ \text{ Ответ: } \frac{1}{3} \ln|x+1| - \frac{3}{x+1} + \frac{1}{3} \ln(x^2+2) - \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + C \quad (x \neq -1).$$

$$35. \int \frac{3x+1}{x(1+x^2)^2} dx. \quad \text{Ответ: } \ln|x| - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + \frac{3x+1}{2(1+x^2)} + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} x + C.$$

$$36. \int \frac{x^5 + 1}{x^4 - 8x^2 + 16} dx. \\ \text{ Ответ: } \frac{x^2}{2} - \frac{33}{16(x-2)} + \frac{127}{32} \ln|x-2| + \frac{31}{16(x+2)} + \frac{129}{32} \ln|x+2| + C, \quad x \neq \pm 2$$