Решение. Поделив одновременно числитель и знаменатель дроби на $\cos x$, приходим к интегралу $(tgx \neq -1)$:

$$\int \frac{\dfrac{\sin x}{\cos x}}{\left(\dfrac{\sin x}{\cos x}+1\right)} \cdot \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \frac{tgx d(tgx)}{1+tgx} = -\ln|1+tgx| + tgx + C.$$

<u>*Замечание*</u>. Любое рациональное выражение $R(u,v)$ аргументов u и v всегда можно представить в виде суммы трёх выражений, рассмотренных в пунктах 5.1.1–5.1.3:

$$R(u,v) = \frac{R(u,v)-R(-u,v)}{2} + \frac{R(-u,v)-R(-u,-v)}{2} + \frac{R(-u,-v)+R(u,v)}{2}$$

или $R(u,v) = R_1(u,v) + R_2(u,v) + R_3(u,v)$, где функция $R_1(u,v)$ – нечётна относительно u, функция $R_2(u,v)$ – нечётна относительно v, а функция $R_3(u,v)$ – чётна относительно u и v. Поэтому мы рассмотрели весьма общий подход к интегрированию рациональных выражений от тригонометрических функций.

5.2. Интегралы вида $\int \sin^n x \cos^m x dx$

5.2.1. *Интегралы вида* $\int \sin^n x dx$, $\int \cos^n x dx$ $(n \in N)$

Эти интегралы можно вычислять, последовательно понижая степень с помощью соответствующих формул:

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x), \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x),$$

$$\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}, \ \cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4},$$

$$\sin^4 x = \frac{3-4\cos 2x + \cos 4x}{8}, \cos^4 x = \frac{3+4\cos 2x+\cos 4x}{8} \text{ и др.}$$

Интегрированием по частям можно вывести общие формулы понижения степени для интегралов данного вида (см. пример 5).

<u>*Пример 1*</u>. $\int \sin^3 x dx$.

Решение. $\int \sin^3 x dx = \dfrac{1}{4}\int (3\sin x - \sin 3x) dx = -\dfrac{3}{4}\cos x + \dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.

Можно было интегрировать иначе:

$$\int\left(1-\cos^2 x\right)\sin x dx = -\int\left(1-\cos^2 x\right)d\left(\cos x\right) = \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C .$$

Пример 2. $\int \sin^4 x dx$.

Решение. $\int \sin^4 x dx = \frac{1}{8}\int\left(3-4\cos 2x+\cos 4x\right)dx =$

$= \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + C$. Если формулы понижения степени нет под рукой, её легко можно вывести или интегрировать постепенно:

$$\int\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 dx = \frac{1}{4}\int\left(1-2\cos 2x+\frac{1+\cos 4x}{2}\right)dx =$$

$$= \frac{1}{8}\int\left(3-4\cos 2x+\cos 4x\right)dx \text{ и т.д.}$$

Пример 3. $\int \cos^5 x dx$.

Решение. $\int \cos^5 x dx = \int\left(1-\sin^2 x\right)^2\cos x dx = \int\left(1-t^2\right)^2 dt =$

$$= \int\left(1-2t^2+t^4\right)dt = t - \frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 + C = \sin x - \frac{2}{3}\sin^3 x +$$

$$+\frac{1}{5}\sin^5 x + C.$$

Пример 4. $\int \cos^6 x dx$.

Решение. $\int\left(\cos^2 x\right)^3 dx = \int\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^3 dx =$

$$= \frac{1}{8}\int\left(1+3\cos 2x+3\cos^2 2x+\cos^3 2x\right)dx = \frac{x}{8} + \frac{3}{16}\sin 2x +$$

$$+\frac{3}{8}\int\frac{1+\cos 4x}{2}dx + \frac{1}{8}\int\left(1-\sin^2 2x\right)\cos 2x dx = \frac{x}{8} + \frac{3}{16}\sin 2x + \frac{3x}{16} +$$

$$+\frac{3}{64}\sin 2x + \frac{1}{8}\int\cos 2x dx - \frac{1}{16}\int\sin^2 2x d\left(\sin 2x\right) = \frac{5x}{16} + \frac{1}{4}\sin 2x +$$

$$+\frac{3}{64}\sin 4x - \frac{1}{48}\sin^3 2x + C .$$

Пример 5. Вывести формулу понижения для интегралов

$$I_n = \int \sin^n x dx \quad (n \in N, n > 2).$$

Решение. В этом примере эффекта понижения степени удаётся добиться путём интегрирования по частям:

$$I_n = -\int \sin^{n-1} x d\cos x = -\cos x \sin^{n-1} x +$$

$$+(n-1)\int \sin^{n-2} x \cos^2 x dx = -\cos x \sin^{n-1} x + +(n-1)I_{n-2} - (n-1)I_n,$$

откуда $I_n = \dfrac{1}{n}\left((n-1)I_{n-2} - \cos x \sin^{n-1} x\right)$, $n = 3,4,5,...$

5.2.2. *Случай, когда n и m – положительные чётные числа*

Если оба показателя n и m – положительные чётные числа, то, как и в предыдущем пункте, применяются формулы понижения для 2-й, 3-й, 4-й и т.д. степеней:

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2}\sin 2x, \sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x), \cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x).$$

Пример 1. $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$.

Решение. $\dfrac{1}{4}\int \cos^2 x \sin^2 2x dx = \dfrac{1}{4}\int \dfrac{1+\cos 2x}{2} \cdot \dfrac{1-\cos 4x}{2} dx =$

$$= \frac{1}{16}\int (1+\cos 2x - \cos 4x - \cos 2x \cos 4x) dx = \frac{x}{16} + \frac{\sin 2x}{32} -$$

$$-\frac{\sin 4x}{64} - \frac{1}{32}\int (\cos 2x + \cos 6x) dx = \frac{x}{16} + \frac{\sin 2x}{32} - \frac{\sin 4x}{64} -$$

$$-\frac{\sin 2x}{64} - \frac{\sin 6x}{192} + C = \frac{x}{16} + \frac{\sin 2x}{64} - \frac{\sin 4x}{64} - \frac{\sin 6x}{192} + C.$$

Пример 2. $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$.

Решение. $\int \sin^4 x \cos^2 x dx = \int (\sin x \cos x)^2 \sin^2 x dx =$

$$= \int \left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2 \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right) dx = \frac{1}{8}\int \sin^2 2x(1-\cos 2x) dx =$$

$$= \frac{1}{8}\int \sin^2 2x dx - \frac{1}{8}\int \sin^2 2x \cos 2x dx = \frac{1}{16}\int (1-\cos 4x) dx -$$

$$-\frac{1}{16}\int \sin^2 2x d(\sin 2x) = \frac{x}{16} - \frac{1}{64}\sin 4x - \frac{1}{48}\sin^3 2x + C.$$

5.2.3. *Случай, когда n или m – натуральное нечётное число*

Если хотя бы один из показателей n или m – натуральное нечётное число, то рекомендуемая подстановка $t = \sin x$ (если m – натуральное нечётное) или $t = \cos x$ (если n – натуральное нечётное). При этом используются формулы $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, а также формулы понижения степени

$$\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}, \ \cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4} \text{ и др.}$$

Пример 1. $\int \sin^3 x dx$.

Решение. $\int \sin^3 x dx = \int (1 - \cos^2 x)\sin x dx = -\int (1 - \cos^2 x) d(\cos x) =$

$$= \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C.$$

Пример 2. $\int \sin^5 x \cos^4 x dx$.

Решение. $\int \sin^5 x \cos^4 x dx = -\int \sin^4 x \cos^4 x d(\cos x) =$

$$= -\int (1 - \cos^2 x)^2 \cos^4 x d(\cos x) =$$

$$= -\int (\cos^4 x - 2\cos^6 x + \cos^8 x) d(\cos x) = -\frac{1}{5}\cos^5 x + \frac{2}{7}\cos^7 x -$$

$$= -\frac{1}{9}\cos^9 x + C \cdot$$

Пример 3. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos x \cdot \sqrt[3]{\cos x}} dx$.

Решение. Приведём интеграл к виду $\int \sin^3 x \cos^{-\frac{4}{3}} x dx$ и сделаем подстановку $t = \cos x$: $-\int (1 - t^2) t^{-\frac{4}{3}} dt = \int (t^{\frac{2}{3}} - t^{-\frac{4}{3}}) dt =$

$$= \frac{3}{5} t^{\frac{5}{3}} + 3t^{-\frac{1}{3}} + C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{\cos^5 x} + \frac{3}{\sqrt[3]{\cos x}} + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \right).$$

5.2.4. *Случай, когда n и m – целые отрицательные числа одной чётности*

Если n и m – целые отрицательные числа одной чётности (оба одновременно чётны либо оба нечётны), то полагают $t = tgx$ (или $t = ctgx$) и применяют формулы

$$1+tg^2x=\frac{1}{\cos^2 x},\ 1+ctg^2x=\frac{1}{\sin^2 x},\ \cos^2 x+\sin^2 x=1.$$

Также бывает иногда полезно понизить степени в знаменателе, представляя единицу в числителе дроби как тригонометрическую единицу (или её степень).

<u>*Пример 1*</u>. $\displaystyle\int\frac{dx}{\sin^3 x\cos^5 x}$.

Решение. $$\int\frac{dx}{\dfrac{\sin^3 x}{\cos^3 x}\cos^2 x\cos^6 x}=\int\frac{dtgx}{tg^3x\dfrac{1}{\left(1+tg^2x\right)^3}}=$$

$$=\int\frac{\left(1+tg^2x\right)^3dtgx}{tg^3x}=\int\frac{\left(1+u^2\right)^3du}{u^3}=\int\left(\frac{1}{u^3}+\frac{3}{u}+3u+u^3\right)du=$$

$$=-\frac{1}{2u^2}+3\ln|u|+\frac{3}{2}u^2+\frac{1}{4}u^4+C=-\frac{1}{2tg^2x}+3\ln|tgx|+\frac{3}{2}tg^2x+$$

$$+\frac{1}{4}tg^4x+C\ \left(x\neq\frac{\pi n}{2},n\in Z\right).$$

<u>*Пример 2*</u>. $\displaystyle\int\frac{dx}{\sin^2 x\cos^2 x}$.

Решение. <u>*1-й способ*</u>. $$\int\frac{dx}{\sin^2 x\cos^2 x}=\int\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}dx=$$

$$=\int\frac{dx}{\cos^2 x}+\int\frac{dx}{\sin^2 x}=tgx-ctgx+C\ \left(x\neq\frac{\pi n}{2},n\in Z\right).$$

<u>*2-й способ*</u>. В данном случае можно было поступить иначе:

$$\int\frac{dx}{\sin^2 x\cos^2 x}=\int\frac{4dx}{\sin^2 2x}=2\int\frac{d(2x)}{\sin^2 2x}=-2ctg2x+C.$$

5.2.5. Интегралы вида $\int\frac{dx}{\sin^n x}$, $\int\frac{dx}{\cos^n x}$ $(n \in N)$

Случай $n = 1$ рассмотрен в примере 1 настоящего пункта.

При $n = 2$ это известные табличные интегралы

$$\int\frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C,\ \int\frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C.$$

При $n > 2$ интегралы такого вида сводятся к интегралам вида 5.2.4:

$$\int\frac{dx}{\sin^n x} = \int\frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{2^{n-1}\sin^n\frac{x}{2}\cos^n\frac{x}{2}} = \frac{1}{2^{n-1}}\int\frac{du}{\sin^n u\cos^n u};$$

в свою очередь,

$$\int\frac{dx}{\cos^n x} = \int\frac{d\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}{\sin^m\left(x+\frac{\pi}{2}\right)} = \int\frac{du}{\sin^m u}.$$

Иногда они вычисляются с помощью формул

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x \text{ и } \frac{1}{\sin^2 x} = 1 + ctg^2 x.$$

Интегралы от нечётной натуральной степени секанса или косеканса проще всего находятся по рекуррентным формулам понижения:

$$\int\frac{dx}{\cos^{2n+1} x} = \frac{1}{2n}\cdot\frac{\sin x}{\cos^{2n} x} + \left(1 - \frac{1}{2n}\right)\int\frac{dx}{\cos^{2n-1} x}, \qquad (1)$$

$$\int\frac{dx}{\sin^{2n+1} x} = -\frac{1}{2n}\cdot\frac{\cos x}{\sin^{2n} x} + \left(1 - \frac{1}{2n}\right)\int\frac{dx}{\sin^{2n-1} x}. \qquad (2)$$

<u>Пример 1</u>. а) $\int\frac{dx}{\sin x}$; б) $\int\frac{dx}{\cos x}$.

Решение. а) При интегрировании функции $\cos ecx = \frac{1}{\sin x}$ (на промежутках между соседними точками серии $x = \pi n, n \in Z$, где косеканс определён) перейдём к тангенсу половинного аргумента:

$$\int\frac{dx}{\sin x}=\int\frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}=\int\frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos^2\frac{x}{2}\cdot tg\frac{x}{2}}=\int\frac{d\left(tg\frac{x}{2}\right)}{tg\frac{x}{2}}=\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|+C\cdot$$

С другой стороны, в этой же ситуации можно было домножить и одновременно разделить выражение $\dfrac{1}{\sin x}$ на $\sin x$ и перейти к дифференциалу от $\cos x$:

$$\int\frac{dx}{\sin x}=\int\frac{\sin x dx}{\sin^2 x}=\int\frac{-d(\cos x)}{1-\cos^2 x}=\int\frac{d(\cos x)}{\cos^2 x-1}=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\cos x-1}{\cos x+1}\right|+C.$$

б) Умножением и одновременным делением подынтегрального выражения на $\cos x$ можно вычислить и интеграл от секанса x:

$$\int\frac{dx}{\cos x}=\int\frac{\cos x dx}{\cos^2 x}=\int\frac{d(\sin x)}{1-\sin^2 x}=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x+1}{\sin x-1}\right|+C.$$

С другой стороны, при вычислении последнего интеграла можно было прибегнуть к введению вспомогательного аргумента $\dfrac{\pi}{4}$ и свести к предыдущему интегралу от косеканса $(\cos x\neq 0)$:

$$\int\frac{dx}{\cos x}=\int\frac{dx}{\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}=\int\frac{d\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}=\ln\left|tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|+C.$$

Пример 2. $\displaystyle\int\frac{dx}{\sin^4 x}$.

Решение. $\displaystyle\int\frac{dx}{\sin^4 x}=-\int\frac{1}{\sin^2 x}d(ctgx)=-\int\left(1+ctg^2x\right)d(ctgx)=$

$$=-ctgx-\frac{1}{3}ctg^3x+C\ \ (x\neq\pi n, n\in Z).$$

Пример 3. $\displaystyle\int\frac{dx}{\cos^4 x}\ \left(x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z\right)$.

Решение. $\displaystyle\int\frac{1}{\cos^2 x}d(tgx)=\int\left(1+tg^2x\right)d(tgx)=tgx+\frac{1}{3}tg^3x+C.$

<u>*Пример 4*</u>. $\int \frac{dx}{\sin^5 x}$.

Решение. Применяя рекуррентную формулу (2) при $n = 2$, получим

$$\int \frac{dx}{\sin^5 x} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{\cos x}{\sin^4 x} + \frac{3}{4} \int \frac{dx}{\sin^3 x}.$$

Полагая теперь $n = 1$, по той же формуле имеем

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sin x}.$$

Так как

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C \text{, то } \int \frac{dx}{\sin^3 x} = -\frac{\cos x}{2\sin^2 x} + \frac{1}{2}\ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C \text{, а}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^5 x} = -\frac{\cos x}{4\sin^4 x} - \frac{3\cos x}{8\sin^2 x} + \frac{3}{8}\ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C \ (x \neq \pi n, n \in Z).$$

<u>*Пример 5*</u>. $\int \frac{dx}{\cos^5 x}$.

Решение. При $\cos x \neq 0$ имеем $\int \frac{d\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin^5\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{16} \int \frac{d\left(\frac{u}{2}\right)}{\sin^5 \frac{u}{2} \cos^5 \frac{u}{2}} =$

$$= \frac{1}{16} \int \frac{dtg\frac{u}{2}}{\frac{\sin^5 \frac{u}{2}}{\cos^5 \frac{u}{2}} \cdot \cos^8 \frac{u}{2}} = \frac{1}{16} \int \frac{\left(1 + tg^2\frac{u}{2}\right)^4}{tg^5 \frac{u}{2}} dtg\frac{u}{2} = \frac{1}{16} \int \frac{\left(1+z^2\right)^4}{z^5} dz =$$

$$= \frac{1}{16} \int \frac{1 + 4z^2 + 6z^4 + 4z^6 + z^8}{z^5} dz = -\frac{1}{64} z^{-4} - \frac{1}{8} z^{-2} + \frac{3}{8}\ln|z| +$$

$$+ \frac{1}{8}z^2 + \frac{1}{64}z^4 + C = \frac{\sin x}{4\cos^4 x} + \frac{3\sin x}{8\cos^2 x} + \frac{3}{8}\ln\left|tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C.$$

5.2.6. *Случай, когда n и m – целые отрицательные числа, причём одно из них нечётное*

Если n и m – целые отрицательные числа, причём одно из них нечётное, то полагают $t=\sin x$ (если m – натуральное нечётное) или $t=\cos x$ (если n – натуральное нечётное). Иногда в случае больших степеней n и m с целью понижения этих степеней полезно в числителе подынтегральной функции неоднократно заменить единицу суммой $\sin^2 x+\cos^2 x$ или даже её степенью.

Пример. $\int\frac{dx}{\sin^3 x\cos^4 x}$.

Решение.

$$\int\frac{\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2}{\sin^3 x\cos^4 x}dx=\int\frac{\sin x dx}{\cos^4 x}+2\int\frac{dx}{\sin x\cos^2 x}+\int\frac{dx}{\sin^3 x}=$$

$$=\frac{1}{3\cos^3 x}+2\int\frac{\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)dx}{\sin x\cos^2 x}+\int\frac{dx}{\sin^3 x}=\frac{1}{3\cos^3 x}+$$

$$+2\left(\frac{1}{\cos x}+\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|\right)+\left(-\frac{\cos x}{2\sin^2 x}+\frac{1}{2}\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|\right)+C=\frac{1}{3\cos^3 x}+$$

$$+\frac{2}{\cos x}-\frac{\cos x}{2\sin^2 x}+\frac{5}{2}\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|+C\quad\left(x\neq\frac{\pi n}{2},n\in Z\right).$$

5.2.7. *Случай, когда один из показателей чётный, а другой – целый отрицательный*

Если n – чётное число, а m – целое отрицательное число, то можно заменить $\sin^2 x$ по формуле $\sin^2 x=1-\cos^2 x$, и в этом случае интеграл сводится к интегралу вида $\int\frac{dx}{\cos^n x}$ $(n\in N)$. В случае чётного m и целого отрицательного n аналогично заменяют $\cos^2 x$ на $1-\sin^2 x$. Если оба показателя n и m – чётны, то полагают $t=tgx$. Если оба показателя степени отрицательны, то с целью понижения этих степеней иногда рекомендуется заменить единицу в числителе подынтегральной функции суммой $\sin^2 x+\cos^2 x$ или её степенью.

Пример 1. $\int\frac{\sin^4 x}{\cos^5 x}dx$.

Решение. $\int \frac{\left(1-\cos^2 x\right)^2}{\cos^5 x}dx = \int \frac{dx}{\cos^5 x} - 2\int \frac{dx}{\cos^3 x} + \int \frac{dx}{\cos x} =$

$$= \frac{\sin x}{4\cos^4 x} - \frac{5\sin x}{8\cos^2 x} + \frac{3}{8}\ln\left| tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \right).$$

<u>Пример 2</u>. $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x}dx$.

Решение. Полагая $t = tgx$, находим $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x}\frac{dx}{\cos^2 x} = \int t^2\left(t^2+1\right)dt =$

$$= \frac{t^5}{5} + \frac{t^3}{3} + C = \frac{tg^5 x}{5} + \frac{tg^3 x}{3} + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \right).$$

<u>Пример 3</u>. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}dx$.

Решение. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}dx = \int \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos^2 x}dx =$

$$= \int \frac{dx}{\sin x} - \int \frac{d(\cos x)}{\cos^2 x} = \ln\left| tg\frac{x}{2}\right| + \frac{1}{\cos x} + C \quad \left(x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in Z \right).$$

5.2.8. *Случай, когда один из показателей нечётный, а другой – целый отрицательный.*

Если n – нечётное число, а m – целое отрицательное число, то полагают $t = \cos x$ и применяют формулу $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$. В случае, когда m – нечётное, а n – целое отрицательное число, полагают $t = \sin x$ и применяют формулу $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$.

<u>Пример</u>. $\int \frac{\sin^7 x}{\cos^2 x}dx$.

Решение. $-\int \frac{\sin^6 x d\cos x}{\cos^2 x} = -\int \frac{\left(1-\cos^2 x\right)^3 d\cos x}{\cos^2 x} =$

$$= -\int \frac{1 - 3u^2 + 3u^4 - u^6}{u^2}du = \frac{1}{u} + 3u - u^3 + \frac{1}{5}u^5 + C =$$

$$= \frac{1}{\cos x} + 3\cos x - \cos^3 x + \frac{1}{5}\cos^5 x + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \right).$$