

Оглавление

Предисловие переводчика	5
Предисловие	7
Введение	9
1. Теория множеств	9
2. Топологические пространства	11
3. Пространства с мерой	28
4. Линейные пространства	36
Литература	39
I. Полунормы	42
1. Полунормы и локально выпуклые линейные топологические пространства	42
2. Нормы и квазинормы	51
3. Примеры нормированных линейных пространств	54
4. Примеры квазинормированных линейных пространств	63
5. Предгильбертовы пространства	64
6. Непрерывность линейных операторов	68
7. Ограниченные множества и борнотопологические пространства	73
8. Обобщенные функции и обобщенные производные	71
9. B -пространства и F -пространства	81
10. Пополнение	86
11. Факторпространства B -пространств	91
12. Разбиение единицы	92
13. Обобщенные функции с бикompактными носителями	94
14. Прямое произведение обобщенных функций	98
Литература к главе I	102
II. Приложения теоремы Бэра — Хаусдорфа	103
1. Теорема о равномерной ограниченности	103
2. Теорема Витали — Хана — Сакса	105
3. Почленная дифференцируемость последовательности обобщенных функций	108
4. Теорема о сгущении особенностей	109
5. Теорема об открытости отображения	112
6. Теорема о замкнутом графике	114
7. Об одном приложении теоремы о замкнутом графике (теорема Хёрмандера)	117
Литература к главе II	120

III. Ортогональная проекция и теорема Ф. Рисса о представлении линейного функционала	121
1. Ортогональная проекция	121
2. „Почти ортогональные“ элементы	124
3. Теорема Асколи — Арцела	125
4. Ортогональный базис. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля	126
5. Ортогонализация (по Шмидту)	130
6. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного функционала	132
7. Теорема Лакса — Мильграма	134
8. Одно доказательство теоремы Лебега — Никодима	136
9. Воспроизводящее ядро	139
10. Отрицательная норма по Лаксу	140
11. Локальная структура обобщенных функций	145
Литература к главе III	147
IV. Теоремы Хана — Банаха	148
1. Теорема Хана — Банаха о продолжении линейных функционалов в вещественных линейных пространствах	148
2. Обобщенный предел	150
3. Полные локально выпуклые линейные топологические пространства	152
4. Теорема Хана — Банаха о продолжении линейных функционалов в комплексных линейных пространствах	153
5. Теорема Хана — Банаха о продолжении линейных функционалов в нормированных линейных пространствах	154
6. Существование нетривиальных непрерывных линейных функционалов	155
7. Операторные топологии	159
8. Вложение пространства X во второе сопряженное пространство X''	161
9. Примеры сопряженных пространств	164
Литература к главе IV	171
V. Сильная сходимость и слабая сходимость	172
1. Слабая сходимость и слабая* сходимость	172
2. Слабая компактность в рефлексивных B -пространствах. Равномерная выпуклость	180
3. Теорема Данфорда и теорема Гельфанда — Мазура	183
4. Слабая и сильная измеримость. Теорема Петтиса	187
5. Интеграл Бохнера	189
Литература к главе V	194
Приложение к главе V. Слабые топологии и сопряженность в локально выпуклых линейных топологических пространствах	194
1. Поляры	194
2. Бочечные пространства	196
3. Полурефлексивность и рефлексивность	199
4. Теорема Эберлейна — Шмульяна	201

VI. Преобразование Фурье и дифференциальные уравнения	207
1. Преобразование Фурье быстро убывающих функций	207
2. Преобразование Фурье медленно растущих обобщенных функций	212
3. Свертки	220
4. Теоремы Пэли — Винера. Преобразование Лапласа	226
5. Теорема Титчмарша	233
6. Операторное исчисление Микусинского	237
7. Лемма Соболева	242
8. Неравенство Гординга	245
9. Теорема Фридрихса	247
10. Теорема Мальгранжа — Эренпрейса	253
11. Дифференциальные операторы с переменными коэффициентами	261
12. Гипоэллиптические операторы. Теорема Хёрмандера	263
VII. Сопряженные операторы	269
1. Сопряженные операторы в локально выпуклых линейных топологических пространствах	269
2. Сопряженные операторы в гильбертовом пространстве	272
3. Симметрические и самосопряженные операторы	273
4. Унитарные операторы. Преобразование Кэли	280
5. Операторы с замкнутой областью значений	284
Литература к главе VII	289
VIII. Резольвента и спектр	290
1. Резольвента и спектр	290
2. Резольвентное уравнение и спектральный радиус	293
3. Статистическая эргодическая теорема	295
4. Обобщение эргодических теорем Хилле о псевдорезольвентах	299
5. Среднее значение почти-периодической функции	303
6. Резольвента сопряженного оператора	310
7. Операторное исчисление	312
8. Изолированные особые точки резольвенты	315
Литература	319
IX. Аналитическая теория полугрупп	320
1. Полугруппы класса (C_0)	320
2. Равностепенно непрерывные полугруппы класса (C_0) в локально выпуклых пространствах. Примеры полугрупп	324
3. Инфинитезимальный производящий оператор равностепенно непрерывной полугруппы класса (C_0)	327
4. Резольвента инфинитезимального производящего оператора A	331
5. Примеры инфинитезимальных производящих операторов	334
6. Показательная функция непрерывного линейного оператора, степени которого равностепенно непрерывны	337
7. Представление равностепенно непрерывной полугруппы класса (C_0) с помощью соответствующего инфинитезимального производящего оператора	339
8. Сжимающие полугруппы и диссипативные операторы	345
9. Равностепенно непрерывные группы класса (C_0) . Теорема Стоуна	347
10. Голоморфные полугруппы	350

11. Дробные степени замкнутых операторов	357
12. Сходимость последовательностей полугрупп. Теорема Троттера — Като	370
13. Сопряженные полугруппы. Теорема Филлипса	374
X. Вполне непрерывные операторы	378
1. Бикомпактные множества в B -пространствах	378
2. Вполне непрерывные операторы и ядерные операторы	382
3. Теорема Реллиха — Гординга	389
4. Теорема Шаудера	390
5. Теория Рисса — Шаудера	391
6. Задача Дирихле	396
 Приложение к главе X. Ядерное пространство Гротендика	 399
XI. Нормированные кольца и спектральное представление линейных операторов	406
1. Максимальные идеалы нормированного кольца	408
2. Радикал кольца. Полупростые кольца	412
3. Спектральное разложение ограниченных нормальных операторов	417
4. Спектральное разложение унитарного оператора	422
5. Разложение единицы	426
6. Спектральное разложение самосопряженного оператора	432
7. Вещественные и полуограниченные операторы. Теорема Фридрихса	436
8. Спектр самосопряженного оператора. Теорема Крылова—Вайнштейна. Кратность спектра	439
9. Разложение элемента пространства. Условие отсутствия непрерывного спектра	445
10. Теорема Петера — Вейля — Неймана	449
11. Теорема двойственности для некоммутативных бикомпактных групп	455
12. Функции самосопряженных операторов	463
13. Теорема Стоуна и теорема Бохнера	472
14. Каноническая форма самосопряженного оператора с простым спектром	475
15. Индекс дефекта симметрического оператора. Обобщенное разложение единицы	478
16. Групповое кольцо L^1 и тауберова теорема Винера	485
 XII. Другие теоремы о представлении в линейных пространствах	 497
1. Крайние точки. Теорема Крейна — Мильмана	497
2. Векторные структуры	499
3. B -структуры и F -структуры	506
4. Теорема Банаха о сходимости	503
5. Представление векторной структуры при помощи функций точки	510
6. Представление векторной структуры при помощи функций множества	515

XIII. Эргодическая теория и теория диффузионных процессов . . .	520
1. Марковский процесс с инвариантной мерой	520
2. Индивидуальная эргодическая теорема и ее приложения	525
3. Эргодическая гипотеза и H -теорема	534
4. Эргодическое разложение марковского процесса с локально бикompактным фазовым пространством	539
5. Броуновское движение в однородном римановом пространстве	545
6. Обобщенный лапласиан (Феллер)	552
7. Расширение диффузионного оператора	558
8. Марковские процессы и потенциалы	561
XIV. Интегрирование эволюционных уравнений	564
1. Интегрирование уравнения диффузии в пространстве $L^2(R^m)$	565
2. Интегрирование уравнения диффузии в бикompактном римановом пространстве	573
3. Интегрирование волнового уравнения в евклидовом пространстве R^m	576
4. Интегрирование неоднородных во времени эволюционных уравнений в рефлексивном B -пространстве	579
5. Метод Танабе и Соболевского	588
Литературные указания и замечания	594
Библиография	597
Именной указатель	613
Предметный указатель	616

К. Иосида

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Редактор *Н. Плужникова*

Художник *К. П. Сиротов*

Художественный редактор *В. И. Шаповалов*

Технический редактор *М. П. Грибова*

Сдано в производство 27/1 1967 г.
60×90¹/₁₆—19,5 бум. л. 39,0 печ. л.

Подписано к печати 7/VI 1967 г.
Уч.-изд. л. 36,73. Изд. № 1/3772.
Зак. 539

Бумага тип. № 1
Цена 2 р. 85 к.

(Темплан 1967 г. изд-ва «Мир», пор. № 9)

ИЗДАТЕЛЬСТВО „МИР“. Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР. Измайловский проспект, 29.