

§ 10. Электрический ток

В этом разделе используются данные таблиц 3, 15, 16 и 17 из приложения. В задачах 10.48, 10.126 дан авторский вариант решения.

10.1. Ток I в проводнике меняется со временем t по уравнению $I = 4 + 2t$, где I — в амперах и t — в секундах. Какое количество электричества q проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с? При каком постоянном токе I_0 через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричества?

Решение:

По определению сила тока $I = \frac{dq}{dt}$, отсюда $dq = Idt$;

$$q = \int_{t_1}^{t_2} Idt; \quad q = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t) dt = 4t \Big|_{t_1}^{t_2} + t^2 \Big|_{t_1}^{t_2}; \quad q = 4(t_2 - t_1) + t_2^2 - t_1^2;$$

$q = 48$ Кл. При постоянном токе $I_0 = \frac{q}{t}$, где $t = t_2 - t_1 = 4$ с.

Подставляя числовые значения, получим $I_0 = 12$ А.

10.2. Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек сопротивлением $r = 350$ Ом, включенных параллельно. Найти сопротивление R реостата, когда: а) горят все лампочки; б) вывинчиваются одна, две, три, четыре лампочки.

Решение:

а) Если лампочки включены параллельно, то их общее сопротивление R находится по формуле $\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} +$

$+\frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5}$. Т. к. сопротивления всех лампочек одина-

ковы и равны r , то $\frac{1}{R} = \frac{5}{r}$, откуда $R = \frac{r}{5}$; $R = 70 \text{ Ом}$.

б) Если выкрутить одну лампочку, то $R = \frac{r}{4} = 87,5 \text{ Ом}$; две

лампочки — $R = \frac{r}{3} = 116,7 \text{ Ом}$; три лампочки —

$R = \frac{r}{2} = 175 \text{ Ом}$; четыре лампочки — $R = r = 350 \text{ Ом}$.

10.3. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром $d = 1 \text{ мм}$ надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом $a = 2,5 \text{ см}$, чтобы получить печь сопротивлением $R = 40 \text{ Ом}$?

Решение:

Сопротивление проводника можно рассчитать по формуле

$R = \rho \frac{l}{S}$ — (1), где ρ — удельное сопротивление (для

нихрома $\rho = 100 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$), l — длина проводника, S — площадь его поперечного сечения. Длина одного витка равна $2\pi a$, тогда длина всей проволоки $l = N \cdot 2\pi a$ — (2), где N — количество витков. Площадь поперечного сечения

$S = \pi \frac{d^2}{4}$ — (3). Подставив (3) и (2) в (1), получим

$$R = \rho \frac{8Na}{d^2}, \text{ откуда } N = \frac{Rd^2}{8\rho a}; N = 200.$$

10.4. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R = 10,8 \text{ Ом}$. Масса медной проволоки $m = 3,41 \text{ кг}$. Какой длины l и какого диаметра d проволока намотана на катушке?

Решение:

Сопротивление катушки $R = \rho \frac{l}{S}$ — (1), где ρ — удельное сопротивление меди, l — длина проволоки, S — площадь ее поперечного сечения. Масса проволоки $m = V\rho_m$, где

объем проволоки, ρ_m — плотность меди. Поскольку $V = S \cdot l$, то $m = Sl\rho_m$, откуда $l = \frac{m}{S\rho_m}$ — (2). Подставив (2)

в (1), получим $R = \rho \frac{m}{S^2 \rho_m}$, отсюда $S = \sqrt{\frac{\rho m}{R \rho_m}}$ — (3). С

другой стороны, $S = \pi \frac{d^2}{4}$ — (4), т. е. $\pi \frac{d^2}{4} = \sqrt{\frac{\rho m}{R \rho_m}}$, от-

куда $d = \sqrt[4]{\frac{16 \rho m}{\pi^2 R \rho_m}}$; $d = 1$ мм. Подставив (4) в (2), получим

$$l = \frac{4m}{\pi d^2 \rho_m}; \quad l = 505 \text{ м.}$$

10.5. Найти сопротивление R железного стержня диаметром $d = 1$ см, если масса стержня $m = 1$ кг.

Решение:

Сопротивление стержня можно определить по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление железа, l —

длина стержня, S — площадь его поперечного сечения.

Длина стержня $l = \frac{4m}{\pi d^2 \rho_{\text{ж}}}$ (см. задачу 10.4), где $\rho_{\text{ж}}$ —

плотность железа. Площадь поперечного сечения

$$S = \pi \frac{d^2}{4}, \text{ тогда } R = \rho \frac{16m}{\pi^2 d^4 \rho_{\text{ж}}}; \quad R = 1,8 \text{ мОм.}$$

10.6. Медная и алюминиевая проволоки имеют одинаковую длину l и одинаковое сопротивление R . Во сколько раз медная проволока тяжелее алюминиевой?

Решение:

Имеем: удельное сопротивление меди $\rho_M = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$,
удельное сопротивление алюминия $\rho_a = 0,025 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$;
плотность меди $\rho'_M = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность алюминия
 $\rho'_a = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Сопротивление проволоки $R = \rho \frac{l}{S}$, где

S — площадь поперечного сечения, $S = \frac{V}{l} = \frac{m}{\rho' l}$. Согласно

условию $R = \rho_a \frac{l}{S_a} = \rho_M \frac{l}{S_M}$, откуда $\frac{\rho_a}{S_a} = \frac{\rho_M}{S_M}$ или

$$\frac{\rho_a \cdot \rho'_a}{m_a} = \frac{\rho_M \cdot \rho'_M}{m_M}. \text{ Отсюда } \frac{m_M}{m_a} = \frac{\rho_M \cdot \rho'_M}{\rho_a \cdot \rho'_a} = 2,2.$$

10.7. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20^\circ \text{ С}$ имеет сопротивление $R_1 = 35,8 \text{ Ом}$. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120 \text{ В}$ по нити идет ток $I = 0,33 \text{ А}$? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

Решение:

Зависимость сопротивления нити от температуры выражается соотношением $R_1 = R_0(1 + \alpha T_1)$, где R_0 — сопротивление нити при температуре $t_0 = 0^\circ \text{ С}$. Отсюда

$$R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha T_1} = 32,8 \text{ Ом}. \text{ По закону Ома } I = \frac{U}{R_2}, \text{ откуда}$$

$$R_2 = \frac{U}{I} = 364 \text{ Ом}. \text{ Поскольку } R_2 = R_0(1 + \alpha T_2), \text{ то}$$

$$T_2 = \frac{R_2 - R_0}{R_0 \alpha} = 1927 \text{ К}.$$

10.8. Реостат из железной проволоки, амперметр и генератор включены последовательно. При $t_0 = 0^\circ \text{C}$ сопротивление реостата $R_0 = 120 \text{ Ом}$, сопротивление амперметра $R_{A0} = 20 \text{ Ом}$. Амперметр показывает ток $I_0 = 22 \text{ мА}$. Какой ток I будет показывать амперметр, если реостат нагреется на $\Delta T = 50 \text{ К}$? Температурный коэффициент сопротивления железа $\alpha = 6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

Решение:

Запишем закон Ома для первоначального состояния цепи:

$$I_0 = \frac{U}{R_0 + R_{A0}} \quad (1).$$

После того как реостат нагрелся, его

сопротивление R_0 изменилось и стало равным R . Ампер-

метр стал показывать ток $I = \frac{U}{R + R_{A0}} \quad (2).$ Сопротив-

ление реостата можно найти по формуле $R = \rho \frac{l}{S} \quad (3).$

Удельное сопротивление ρ зависит от температуры

следующим образом: $\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (4).$ В перво-

начальном состоянии $R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}$, откуда $\frac{l}{S} = \frac{R_0}{\rho_0} \quad (5).$

Подставив (4) и (5) в (3), получим $R = R_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (6).$

Из (1) найдем $U = I_0(R_0 + R_{A0}) \quad (7).$ Подставляя (6) и (7)

в (2), найдем $I = \frac{I_0(R_0 + R_{A0})}{R_0(1 + \alpha \Delta T) + R_{A0}}; I = 17,5 \text{ мА}.$

10.9. Обмотка катушки из медной проволоки при $t_1 = 14^\circ \text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 10 \text{ Ом}$. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным $R_2 = 12,2 \text{ Ом}$. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

Решение:

Сопротивление катушки до нагревания $R_1 = \rho_1 \frac{l}{S} =$
 $= \rho_0(1 + \alpha t_1) \frac{l}{S}$ — (1). Сопротивление катушки после на-

гревания $R_2 = \rho_2 \frac{l}{S} = \rho_0(1 + \alpha t_2) \frac{l}{S}$ — (2). Разделив (2) на

(1), получим $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}$, откуда $1 + \alpha t_2 = \frac{R_2}{R_1}(1 + \alpha t_1)$;

$$t_2 = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1}{\alpha} + t_1 \right) - \frac{1}{\alpha}; \quad t_2 \approx 70^\circ \text{C}.$$

10.10. Найти падение потенциала U на медном проводе длиной $l = 500$ м и диаметром $d = 2$ мм, если ток в нем $I = 2$ А.

Решение:

Ток, текущий по участку однородного проводника, подчиняется закону Ома $I = \frac{U}{R}$, где U — падение потенциала на

этом участке, R — сопротивление участка. Сопротивление провода $R = \rho \frac{l}{S}$, где ρ — удельное сопротивление меди,

l — длина провода, S — площадь его поперечного сечения. Т. к. $S = \pi \frac{d^2}{4}$, то $R = \rho \frac{4l}{\pi d^2}$. Из закона Ома

$$U = IR = I \rho \frac{4l}{\pi d^2}. \quad \text{Подставив числовые значения, найдем}$$

$$U = 5,4 \text{ В}.$$

10.11. Найти падения потенциала U в сопротивлениях $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом, если амперметр показывает ток $I_1 = 3$ А. Найти токи I_2 и I_3 в сопротивлениях R_2 и R_3 .

Решение:

По закону Ома $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$, откуда

$U_1 = I_1 R_1 = 12$ Ом. Полное сопротивление цепи $R = R_1 + R_{23}$, где

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}; \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} =$$

$= \frac{8}{6}$ Ом. Падение потенциала на всем участке цепи

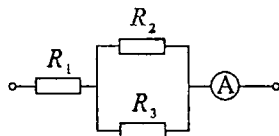
$U = U_1 + U_{23}$. При параллельном сопротивлении все сопротивления находятся под одной разностью потенциала, следовательно, $U_{23} = U_2 = U_3$. Согласно закону Ома

$U = I_1 R = I_1 (R_1 + R_{23})$, тогда $U_2 = U_3 = U - U_1$; $U_2 = U_3 =$

$= I_1 (R_1 + R_{23}) - U_1 = 4$ В. Сопротивление R_1 и эквивалентное сопротивление R_{23} соединены последовательно, следовательно, токи, текущие через них, равны $I_1 = I_{23}$, где

$I_{23} = I_2 + I_3$, т. е. $I_1 = I_2 + I_3$. По закону Ома $I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 2$ А,

тогда $I_3 = I_1 - I_2 = 1$ А.



10.12. Элемент, имеющий э.д.с. $\varepsilon = 1,1$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом, замкнут на внешнее сопротивление $R = 9$ Ом. Найти ток I в цепи, падение потенциала U во внешней цепи и падение потенциала U_r внутри элемента. С каким к.п.д. η работает элемент?

Решение:

Согласно закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$;

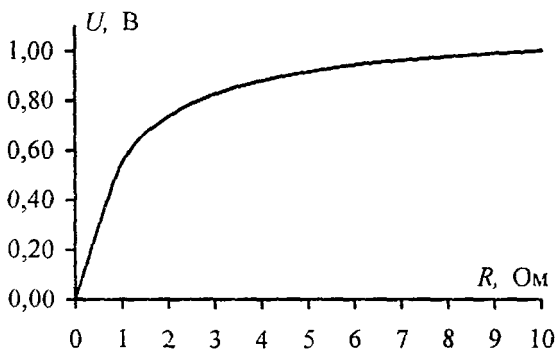
$I = 0,11$ А. Согласно закону Ома для однородного участка

цепи $I = \frac{U}{R}$, откуда $U = IR = 0,99$ В. Кроме того, $I = \frac{U_r}{r}$,

откуда $U_r = I \cdot r = 0,11$ В. К.п.д. источника тока равен отношению мощности P_1 , выделяемой внешним участком цепи (полезной мощности), к полной мощности P , развиваемой источником: $\eta = \frac{P_1}{P}$, где $P_1 = I^2 R$; $P = \varepsilon I$. Тогда к.п.д. источника $\eta = \frac{IR}{\varepsilon}$; $\eta = 0,9$.

10.13. Построить график зависимости падения потенциала U во внешней цепи от внешнего сопротивления R для цепи предыдущей задачи. Сопротивление R взять в пределах $0 \leq R \leq 10$ Ом через каждые 2 Ом.

Решение:



Имеем $U = IR$, где согласно закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$. Тогда $U = \frac{\varepsilon}{R+r} R = \frac{1,1}{1+R} R$. Для заданного интервала значений R составим таблицу и построим график. На графике видно, что кривая асимптотически приближается к прямой $U = \varepsilon = 1,1$ В.

R , Ом	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00
U , В	0,00	0,73	0,88	0,94	0,98	1,00

10.14. Элемент с э.д.с. $\varepsilon = 2$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Найти падение потенциала U_r внутри элемента при токе в цепи $I = 0,25$ А. Каково внешнее сопротивление цепи R при этих условиях?

Решение:

Падение потенциала внутри элемента $U_r = I \cdot r = 0,125$ В (см. задачу 10.12). Согласно закону Ома для замкнутой цепи сила тока $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, откуда $R = \frac{\varepsilon}{I} - r$; $R = 7,5$ Ом.

10.15. Элемент с э.д.с. $\varepsilon = 1,6$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Найти к.п.д. η элемента при токе в цепи $I = 2,4$ А.

Решение:

К.п.д. элемента $\eta = \frac{IR}{\varepsilon}$ (см. задачу 10.12). По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, откуда $R = \frac{\varepsilon - I \cdot r}{I}$. Тогда $\eta = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = 25\%$.

10.16. Э.д.с. элемента $\varepsilon = 6$ В. При внешнем сопротивлении $R = 11$ Ом ток в цепи $I = 3$ А. Найти падение потенциала U_r внутри элемента и его сопротивление r .

Решение:

Согласно второму закону Кирхгоффа $U_r + IR = \varepsilon$, откуда $U_r = \varepsilon - IR$; $U_r = \varepsilon - IR = 2,7$ В. По закону Ома для участка цепи $I = \frac{U_r}{r}$, откуда $r = IU_r = 0,9$ Ом.

10.17. Какую долю э.д.с. элемента ε составляет разность потенциалов U на его зажимах, если сопротивление элемента r в

n раз меньше внешнего сопротивления R ? Задачу решить для:
а) $n = 0,1$; б) $n = 1$; в) $n = 10$.

Решение:

Согласно закону Ома сила тока $I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon}{R+r}$. По условию

$$R = nr, \text{ тогда } \frac{U}{nr} = \frac{\varepsilon}{r(n+1)}. \text{ Отсюда } \frac{U}{\varepsilon} = \frac{n}{n+1}.$$

$$\text{а) } \frac{U}{\varepsilon} = 9,1\%; \text{ б) } \frac{U}{\varepsilon} = 50\%; \text{ в) } \frac{U}{\varepsilon} = 91\%.$$

10.18. Элемент, сопротивление и амперметр соединены последовательно. Элемент имеет э.д.с. $\varepsilon = 2$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,4$ Ом. Амперметр показывает ток $I = 1$ А. С каким к.п.д. η работает элемент?

Решение:

$$\text{К.п.д. элемента } \eta = \frac{\varepsilon - I r}{\varepsilon} \text{ (см. задачу 10.15), } \eta = 80\%.$$

10.19. Имеются два одинаковых элемента с э.д.с. $\varepsilon = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить больший ток, если внешнее сопротивление: а) $R = 0,2$ Ом; б) $R = 16$ Ом? Найти ток I в каждом из этих случаев.

Решение:

Согласно закону Ома для замкнутой цепи сила тока

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}. \text{ При последовательном соединении элементов}$$

их эквивалентное сопротивление равно $2r$, а суммарная

$$\text{э.д.с. равна } 2\varepsilon. \text{ Тогда } I_1 = \frac{2\varepsilon}{R+2r}. \text{ При параллельном соединении}$$

их эквивалентное сопротивление равно $0,5r$, а

суммарная э.д.с. равна ε . Тогда $I_2 = \frac{\varepsilon}{R + 0,5r}$. Подставляя

числовые данные, получим: а) $I_1 = 5 \text{ А}$, $I_2 = 5,7 \text{ А}$;

б) $I_1 = 0,24 \text{ А}$, $I_2 = 0,124 \text{ А}$. Т. е. при маленьком внешнем сопротивлении элементы выгоднее соединять параллельно, а при большом — последовательно.

10.20. Считая сопротивление вольтметра R_V бесконечно большим, определяют сопротивление R по показаниям амперметра и вольтметра. Найти относительную погрешность $\frac{\Delta R}{R}$ найденного сопротивления, если в действительности сопротивление вольтметра равно R_V . Задачу решить для $R_V = 1000 \text{ Ом}$ и сопротивления: а) $R = 10 \text{ Ом}$; б) $R = 100 \text{ Ом}$; в) $R = 1000 \text{ Ом}$.

Решение:

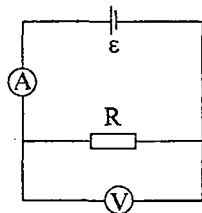
Общее сопротивление резистора и вольтметра, т. к. они соединены параллельно, можно найти по формуле $R_{\text{об}} = \frac{RR_V}{R + R_V}$.

Тогда $\Delta R = R - R_{\text{об}} = R \left(1 - \frac{R_V}{R + R_V} \right)$, а сле-

довательно, $\frac{\Delta R}{R} = 1 - \frac{R_V}{R + R_V}$. а) Если

$R = 10 \text{ Ом}$, то $\frac{\Delta R}{R} = 0,01 = 1\%$. б) Если $R = 100 \text{ Ом}$, то

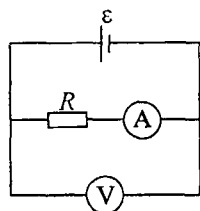
$\frac{\Delta R}{R} = 0,1 = 10\%$. в) Если $R = 1000 \text{ Ом}$, то $\frac{\Delta R}{R} = 0,5 = 50\%$.



10.21. Считая сопротивление амперметра R_A бесконечно малым, определяют сопротивление R по показаниям амперметра и вольтметра. Найти относительную погрешность $\frac{\Delta R}{R}$ найденного

сопротивления, если в действительности сопротивление амперметра равно R_A . Решить задачу для $R_A = 0,2$ Ом и сопротивления: а) $R = 1$ Ом; б) $R = 10$ Ом; в) $R = 100$ Ом.

Решение:



Общее сопротивление резистора и амперметра, т. к. они соединены последовательно, можно найти по формуле $R_{об} = R + R_A$. Тогда $\Delta R = |R - R_{об}| = R_A$, а

следовательно, $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_A}{R}$. а) Если

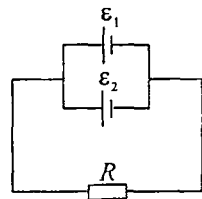
$R = 1$ Ом, то $\frac{\Delta R}{R} = 0,2 = 20\%$. б) Если

$R = 10$ Ом, то $\frac{\Delta R}{R} = 0,02 = 2\%$. в) Если $R = 100$ Ом, то

$\frac{\Delta R}{R} = 0,002 = 0,2\%$.

10.22. Два параллельно соединенных элемента с одинаковыми э.д.с. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1,5$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление $R = 1,4$ Ом. Найти ток I в каждом из элементов и во всей цепи.

Решение:



При параллельном соединении источников тока с одинаковыми э.д.с. общее внутреннее сопротивление $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} =$

$= 0,6$ Ом, а общая э.д.с. $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В.

По закону Ома для полной цепи ток через сопротивление R : $I = \frac{\varepsilon}{R + r} = 1$ А. Со-

гласно первому закону Кирхгофа $I = I_1 + I_2$ — (1), где I_1 и I_2 — соответственно токи через первый и второй

элементы, и т. к. элементы соединены параллельно, то $I_1 = r_2 I_2$ — (2). Решая совместно уравнения (1) и (2), находим, что $I_1 = \frac{I r_1}{r_1 + r_2} = 0,4 \text{ А}$ и $I_2 = \frac{I r_2}{r_1 + r_2} = 0,6 \text{ А}$.

10.23. Два последовательно соединенных элемента с одинаковыми э.д.с. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1 \text{ Ом}$ и $r_2 = 1,5 \text{ Ом}$ замкнуты на внешнее сопротивление $R = 0,5 \text{ Ом}$. Найти разность потенциалов U на зажимах каждого элемента.

Решение:

Согласно закону Ома для замкнутой цепи при последовательном соединении элементов сила тока в цепи равна

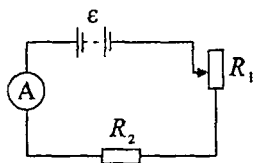
$$I = \frac{2\varepsilon}{R + r_1 + r_2} = 1,33 \text{ А.}$$

Разность потенциалов на зажимах первого элемента $U_1 = \varepsilon - I r_1 = 0,66 \text{ В}$. Разность потенциалов на зажимах второго элемента $U_2 = \varepsilon - I r_2 = 0$.

10.24. Батарея с э.д.с. $\varepsilon = 20 \text{ В}$, амперметр и реостаты с сопротивлениями R_1 и R_2 соединены последовательно. При выведенном реостате R_1 амперметр показывает ток $I = 8 \text{ А}$, при введенном реостате R_1 — ток $I = 5 \text{ А}$. Найти сопротивления R_1 и R_2 реостатов и падения потенциала U_1 и U_2 на них, когда реостат R_1 полностью включен.

Решение:

Задачу решаем в предположении равенства нулю внутреннего сопротивления э.д.с. и сопротивления амперметра. По закону Ома для всей цепи при выведенном реостате R_1 ток



$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_2}$ — (1), а при введенном реостате R_1 ток

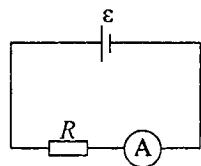
$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$ — (2). Решая совместно уравнения (1) и (2),

находим $R_2 = \frac{\varepsilon}{I_1} = 2,5 \text{ Ом}$; $R_1 = \frac{\varepsilon}{I_2} - R_2 = 1,5 \text{ Ом}$. По закону

Ома для участка цепи, падение потенциалов на реостатах $U_1 = I_2 R_1 = 7,5 \text{ В}$; $U_2 = I_2 R_2 = 12,5 \text{ В}$.

10.25. Элемент, амперметр и некоторое сопротивление соединены последовательно. Если взять сопротивление из медной проволоки длиной $l = 100 \text{ м}$ и поперечным сечением $S = 2 \text{ мм}^2$, то амперметр показывает ток $I_1 = 1,43 \text{ А}$. Если же взять сопротивление из алюминиевой проволоки длиной $l = 57,3 \text{ м}$ и поперечным сечением $S = 1 \text{ мм}^2$, то амперметр показывает ток $I_2 = 1 \text{ А}$. Сопротивление амперметра $R_A = 0,05 \text{ Ом}$. Найти э.д.с. ε элемента и его внутреннее сопротивление r .

Решение:



По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_A + R}, \quad \text{где сопротивление}$$

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad \rho \text{ — удельное сопротивление}$$

материала проволоки. Тогда для медной и алюминиевой проволоки соответственно имеем

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_A + \rho_1 l_1 / S_1} \text{ — (1) и } I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R_A + \rho_2 l_2 / S_2} \text{ — (2).}$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим выражение для внутреннего сопротивления источника тока

$$\frac{(R_A + \rho_2 l_2 / S_2) - I_2 (R_A + \rho_1 l_1 / S_1)}{I_1 - I_2} = 0,5 \text{ Ом. Из (1) э.д.с.}$$

источника тока $\mathcal{E} = I_1 \left(r + R_A + \rho_1 \frac{l_1}{S_1} \right) = 2 \text{ В.}$

10.26. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи $U = 2,1 \text{ В}$, сопротивления $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$ и $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Какой ток I показывает амперметр?

Решение:

Согласно первому правилу Кирхгоффа

$I_1 = I_2 + I_3$ — (1), где I_1 , I_2 и I_3 соответственно токи через сопротивления R_1 , R_2 и R_3 . Т. к. элемент и сопротивления R_1 и R_3 соединены последовательно, то $U = U_1 + U_2$, и т. к.

по закону Ома для участка цепи

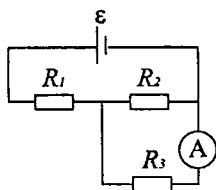
$U_1 = I_1 R_1$ и $U_2 = I_2 R_2$, то $U = I_1 R_1 + I_2 R_2$ — (2). Т. к. сопротивления R_2 и R_3 соединены параллельно, то

$U_2 = U_3$, или т. к. по закону Ома для участка цепи

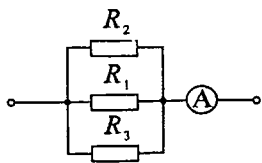
$U_3 = I_3 R_3$, то $I_2 R_2 = I_3 R_3$ — (3). Амперметр покажет ток через сопротивление R_3 . Выражая из уравнений (2) и (3)

соответственно токи I_1 , I_2 и подставляя их в уравнение

(1), окончательно получаем $I_3 = \frac{UR_2}{R_3 R_1 + R_3 R_2 + R_1 R_2} = 0,2 \text{ А.}$

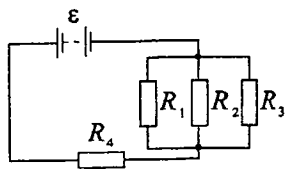


10.27. Сопротивления $R_2 = 20 \text{ Ом}$ и $R_3 = 15 \text{ Ом}$. Через сопротивление R_2 течет ток $I_2 = 0,3 \text{ А}$. Амперметр показывает ток $I = 0,8 \text{ А}$. Найти сопротивление R_1 .

Решение:

При параллельном соединении сопротивлений ток, текущий через эквивалентное сопротивление R_{123} , равен сумме токов, текущих через R_1 , R_2 , R_3 . $I = I_1 + I_2 + I_3$. При этом все сопротивления находятся под одной разностью потенциалов, т. е. $U = U_1 = U_2 = U_3$. Согласно закону Ома $U = I_2 R_2$. Сила тока $I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{I_2 R_2}{R_3} = 0,4$ А, тогда $I_1 = I - I_2 - I_3$; $I_1 = 0,1$ А. Искомое сопротивление $R_1 = \frac{U}{I_1} = 60$ Ом.

10.28. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 100$ В, сопротивления $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом и $R_4 = 34$ Ом. Найти ток I_2 , текущий через сопротивление R_2 , и падение потенциала U_2 на нем.

Решение:

Для параллельного участка цепи $I_{123} = I_1 + I_2 + I_3$; $U_{123} = U_1 + U_2 + U_3$. Ток, текущий через сопротивление R_n и эквивалентное сопротивление R_{123} , $I = I_4 = I_{123}$; $I = \frac{\varepsilon}{R}$

Найдем сопротивление параллельного участка

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{16} \text{ Ом}^{-1}, \text{ следовательно, } R_{123} = 16 \text{ Ом}$$

Полное сопротивление цепи $R = R_{123} + R_4 = 50$ Ом. Тогда

$I = 2$ А. Напряжение на зажимах источника $U = \varepsilon - I \cdot r$, т. к. $r \rightarrow 0$, то $U = \varepsilon$. Падение напряжения

сопротивлении
следовательно,

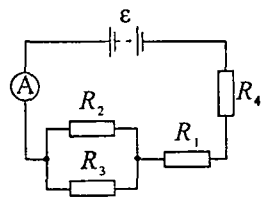
$$R_4: U_4 = IR_4 = 68 \text{ В, но } U = U_{123} + U_4, \\ U_{123} = U_2 = U - U_4; U_2 = 32 \text{ В. Тогда}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 0,4 \text{ А.}$$

10.29. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 120 \text{ В}$, сопротивления $R_3 = 20 \text{ Ом}$ и $R_4 = 25 \text{ Ом}$. Падение потенциала на сопротивлении R_1 равно $U_1 = 40 \text{ В}$. Амперметр показывает ток $I = 2 \text{ А}$. Найти сопротивление R_2 .

Решение:

Падение напряжения на параллельном участке цепи $U_{23} = \varepsilon - U_1 - U_4$ — (1), где $U_4 = IR_4 = 50 \text{ В}$ — (2). Кроме того, $U_{23} = U_2 = U_3$. Сумма токов, протекающих через сопротивления R_2 и R_3 , равна току, который показывает амперметр.



$I_2 + I_3 = I$ — (3). Из (1) и (2) найдем $U_{23} = 30 \text{ В}$, тогда по

закону Ома $I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = 1,5 \text{ А}$, а $I_2 = I - I_3 = 0,5 \text{ А}$. Также по

закону Ома $I_2 = \frac{U_{23}}{R_2}$, откуда $R_2 = \frac{U_{23}}{I_2} = 60 \text{ Ом}$.

10.30. Батарея с э.д.с. $\varepsilon = 10 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$ имеет к.п.д. $\eta = 0,8$ (см. рисунок к задаче 10.29).

Падения потенциала на сопротивлениях R_1 и R_4 равны $U_1 = 4 \text{ В}$ и $U_4 = 2 \text{ В}$. Какой ток I показывает амперметр? Найти падение потенциала U_2 на сопротивлении R_2 .

Решение:

По закону Ома для замкнутой цепи ток, текущий через амперметр, равен $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ — (1). Полное сопротивление

цепи R найдем из соотношения $\eta = \frac{R}{R+r}$, откуда

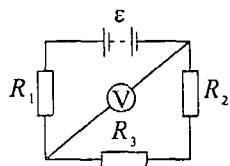
$$R = \frac{r\eta}{1-\eta} = 4 \text{ Ом.}$$

Тогда из (1) ток $I = 2 \text{ А}$. Согласно

второму закону Кирхгофа $U_1 + 2U_2 + U_4 = \varepsilon$, отсюда

$$U_2 = \frac{\varepsilon - U_1 - U_4}{2} = 2 \text{ В.}$$

10.31. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 100 \text{ В}$, сопротивления $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$ и $R_3 = 300 \text{ Ом}$, сопротивление вольтметра $R_v = 2 \text{ кОм}$. Какую разность потенциалов U показывает амперметр?

Решение:

По закону Ома для замкнутой цепи ток, текущий через сопротивление R_1 и через эквивалентное сопротивление параллельного участка цепи R' , равен

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \text{ или, поскольку внутренним}$$

сопротивлением источника r мы пренебрегаем, $I = \frac{\varepsilon}{R}$ —

(1). Полное сопротивление цепи $R = R_1 + R'$ — (2).

Эквивалентное сопротивление R' найдем из соотношения:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_2 + R_3}; \quad R' = \frac{R_v \cdot (R_2 + R_3)}{R_2 + R_3 + R_v} = 400 \text{ Ом.}$$

Тогда из

(2) получим $R = 500 \text{ Ом}$. Из (1) найдем $I = 0,2 \text{ А}$. Сумма

токов, текущих через вольтметр и сопротивления R_2 и R_3 ,

равна току I ; $I = I_V + I_{23}$, где $I_V = \frac{U}{R_V}$; $I_{23} = \frac{U}{R_2 + R_3}$. Т. е.

$$I = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_2 + R_3} = \frac{U(R_2 + R_3 + R_V)}{R_V(R_2 + R_3)} \quad \text{или} \quad I = \frac{U}{R'}. \quad \text{Отсюда}$$

$$U = IR' = 80 \text{ В.}$$

10.32. Сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом (см. рисунок к задаче 10.31), сопротивление вольтметра $R_V = 1$ кОм. Вольтметр показывает разность потенциалов $U = 100$ В. Найти э.д.с. ε батареи.

Решение:

По закону Ома для замкнутой цепи ток, текущий через сопротивление R_1 и через эквивалентное сопротивление параллельного участка цепи R' , $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ или, поскольку

внутренним сопротивлением источника r мы пренебрегаем, $I = \frac{\varepsilon}{R}$ — (1). Сумма токов, текущих через вольтметр

и сопротивления R_2 и R_3 , равна току I . $I = I_V + I_{23}$, где $I_V = \frac{U}{R_V}$; $I_{23} = \frac{U}{R_2 + R_3}$. Отсюда $I = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_2 + R_3} = 0,35$ А.

Полное сопротивление цепи $R = R_1 + R'$. Эквивалентное сопротивление R' найдем из соотношения: $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} +$

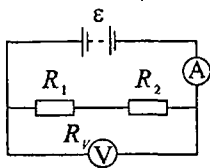
$$+ \frac{1}{R_2 + R_3}; \quad R' = \frac{R_V(R_2 + R_3)}{R_2 + R_3 + R_V}. \quad \text{Тогда} \quad R = R_1 + \frac{R_V(R_2 + R_3)}{R_2 + R_3 + R_V};$$

$R = 485$ Ом. Из (1) найдем $\varepsilon = IR$. Подставляя числовые данные, получим $\varepsilon = 170$ В.

10.33. Найти показания амперметра и вольтметра в схемах, изображенных на рисунках. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 110$ В, сопро-

тивления $R_1 = 400 \text{ Ом}$ и $R_2 = 600 \text{ Ом}$, сопротивление вольтметра $R_V = 1 \text{ кОм}$.

Решение:



Будем считать внутреннее сопротивление э.д.с. равным нулю.

а) Т. к. R_1 и R_2 соединены последовательно, то $R_{12} = R_1 + R_2 = 1 \text{ кОм}$. Вольтметр подключен параллельно R_{12} , поэтому сопротивление всей цепи

$$R = \frac{R_V \cdot R_{12}}{R_V + R_{12}} = 500 \text{ Ом. Амперметр пока}$$

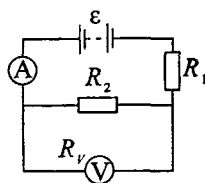
жет ток во всей цепи, который по закону Ома

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = 0,22 \text{ А, а вольтметр покажет падение напряжения}$$

на сопротивлении R_{12} , а т. к. $R_{12} = R_V$, то ток через R_{12}

$$\text{равен } I_{12} = \frac{I}{2} = 0,11 \text{ А, тогда по закону Ома для участка}$$

$$\text{цепи } U = I_{12} R_{12} = 110 \text{ В.}$$



б) Т. к. сопротивление R_2 и вольтметр соединены параллельно, то их общее

$$\text{сопротивление } R' = \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V} = 375 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление всей цепи $R = R_1 + R' = 775 \text{ Ом}$. Показание ампер-

метра $I = \frac{\varepsilon}{R} = 0,142 \text{ А}$. По первому закону Кирхгоффа

$I = I_2 + I_V$, где I_2 и I_V соответственно токи через R_2 и вольтметр, и, кроме того, $I_2 R_2 = I_V R_V$, тогда

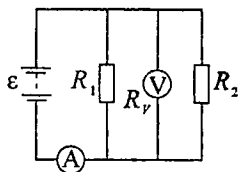
$$I_2 = \frac{I R_V}{R_2 + R_V} = 0,089 \text{ А. Показание вольтметра } U = I_2 R_2 = 53,2 \text{ В.}$$

в) Т. к. оба сопротивления и вольтметр соединены параллельно, то

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V},$$

откуда сопротивление всей цепи

$$R = \frac{R_1 R_2 R_V}{R_2 R_V + R_1 R_V + R_1 R_2} = 193,6 \text{ Ом.}$$



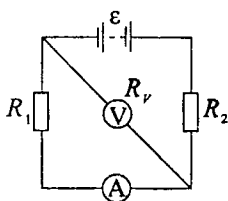
Показание амперметра $I = \frac{\varepsilon}{R} = 0,57 \text{ А.}$

Показание вольтметра $U = IR = 110 \text{ В.}$

г) Т. к. сопротивление R_1 и вольтметр соединены параллельно, то их общее

сопротивление $R' = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} = 285,7 \text{ Ом.}$

Полное сопротивление цепи $R = R_2 + R' = 885,7 \text{ Ом.}$ По закону Ома ток в



цепи $I = \frac{\varepsilon}{R} = 0,12 \text{ А.}$ С другой стороны,

по первому закону Кирхгоффа $I = I_1 + I_V$, а также $I_1 R_1 = I_V R_V$, тогда ток, который покажет амперметр,

$$I_1 = \frac{I R_V}{R_1 + R_V} = 0,088 \text{ А.}$$

10.34. Амперметр с сопротивлением $R_A = 0,16 \text{ Ом}$ зашунтован сопротивлением $R = 0,04 \text{ Ом}$. Амперметр показывает ток $I_0 = 8 \text{ А}$. Найти ток I в цепи.

Решение:

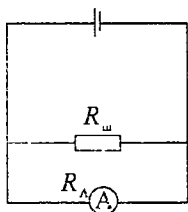
Шунтирующее сопротивление подключается параллельно амперметру, следовательно, ток в цепи $I = I_0 + I_{ш}$.

Падения напряжения на сопротивлениях амперметра и шунта одинаковы, поэтому $I_0 R_A = I_{ш} R$; $I_{ш} = I_0 \frac{R_A}{R}$. Тогда

$I = I_0 + I_0 \frac{R_A}{R} = I_0 \left(1 + \frac{R_A}{R} \right)$. Подставляя числовые данные, получим $I = 40$ А.

10.35. Имеется предназначенный для измерения токов до $I = 10$ А амперметр с сопротивлением $R_A = 0,18$ Ом, шкала которого разделена на 100 делений. Какое сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерять ток до $I_0 = 100$ А? Как изменится при этом цена деления амперметра?

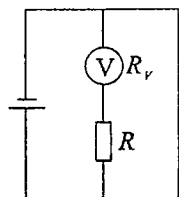
Решение:



Если необходимо измерить силу тока в n раз большую, чем можно измерить данным амперметром, т. е. $\frac{I_0}{I} = n = 10$, то следует параллельно подключить шунт с сопротивлением $R_{ш} = \frac{R_A}{n-1}$. Таким образом, $R_{ш} = 0,02$ Ом. Цена деления без шунта равна 0,1 А, с шунтом 1 А.

10.36. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до $U = 30$ В вольтметр с сопротивлением $R_V = 2$ кОм, шкала которого разделена на 150 делений. Какое сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять разности потенциалов до $U_0 = 75$ В? Как изменится при этом цена деления вольтметра?

Решение:



Если необходимо измерить напряжение в n раз большее, чем то, которое может измерить данный вольтметр, т. е. $n = \frac{U_0}{U}$, то необходимо последовательно подключить

добавочное сопротивление $R = R_V(n-1)$. Т. к. $n = 2,5$, то $R = 3$ кОм. Цена деления вольтметра без добавочного сопротивления была 0,2 В, с сопротивлением стала 0,5 В.

10.37. Имеется предназначенный для измерения токов до $I = 15$ мА амперметр с сопротивлением $R_A = 5$ Ом. Какое сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим прибором можно было измерять: а) ток до $I_0 = 150$ мА; б) разность потенциалов до $U_0 = 150$ В?

Решение:

а) Добавочное сопротивление $R = \frac{R_A}{n-1}$, где $n = \frac{I_0}{I} = 10$ (см. задачу 10.35), нужно подключить параллельно. $R = 0,56$ Ом. б) Надо последовательно подключить доба-

вочное сопротивление $R = R_A(n-1)$, где $n = \frac{U_0}{U}$ (см. задачу 10.36). Т. к. $U = IR_A$, то $n = \frac{U_0}{IR_A} = 2000$. Отсюда

$$R = 9995 \text{ Ом.}$$

10.38. Имеется 120-вольтовая электрическая лампочка мощностью $P = 40$ Вт. Какое добавочное сопротивление R надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети $U_0 = 220$ В? Какую длину l нихромовой проволоки диаметром $d = 0,3$ мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

Решение:

При последовательном соединении $U_0 = U_1 + U_2$, где U_1 — падение напряжения на лампочке, U_2 — падение напряжения на добавочном сопротивлении. По условию $U_1 = 120$ В, тогда $U_2 = U_0 - U_1 = 100$ В. Мощность лампочки $P = I^2 R_1 =$

$= \frac{U_1^2}{R_1}$, отсюда сопротивление лампочки $R_1 = \frac{U_1^2}{P} = 360 \text{ Ом}$,

ток $I = \sqrt{\frac{P}{R_1}} = 0,33 \text{ А}$. Тогда добавочное сопротивление

$R_2 = \frac{U_2}{I} = 303 \text{ Ом}$. Длину нихромовой нити, имеющей та-

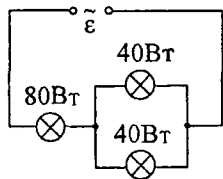
кое сопротивление, можно найти по формуле $R_2 = \rho \frac{l}{S}$, от-

куда $l = \frac{R_2 S}{\rho} = \frac{R_2 \pi d^2}{4 \rho}$. Подставляя числовые данные, полу-

чим $l = 21,2 \text{ м}$.

10.39. Имеется три 110-вольтовых электрических лампочки, мощности которых $P_1 = P_2 = 40 \text{ Вт}$ и $P_3 = 80 \text{ Вт}$. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети $U_0 = 220 \text{ В}$? Начертить схему. Найти токи I_1 , I_2 и I_3 , текущие через лампочки при нормальном накале.

Решение:



При параллельном включении двух лампочек мощностью по 40 Вт получается «потребитель», рассчитанный на то же напряжение и мощность, а следовательно, имеющий такое же сопротивление, что и 80-ваттная лампочка. Схема соединения лампочек изображена на рисунке. Падение напряжения на лампочках 1 и 2 равно падению напряжения на лампочке 3 и равно

$U = \frac{U_0}{2}$. Тогда $I_3 = \frac{P_3}{U} = 0,73 \text{ А}$ и $I_1 = I_2 = \frac{P_1}{U} = 0,365 \text{ А}$.