10.40. В лаборатории, удаленной от генератора на расстояние $l = 100$ м, включили электрический нагревательный прибор, потребляющий ток $I = 10$ А. На сколько понизилось напряжение U на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории, если сечение медных подводящих проводов $S = 5\ мм^2$?

Решение:

Сопротивление проводов можно рассчитать по формуле $R = \rho\frac{2l}{S}$, где ρ — удельное сопротивление меди. Тогда падение напряжения $U = IR = I\rho\frac{2l}{S}$; $U = 6{,}8$ В.

10.41. От батареи с э.д.с. $\varepsilon = 500$ В требуется передать энергию на расстояние $l = 2{,}5$ км. Потребляемая мощность $P = 10$ кВт. Найти минимальные потери мощности ΔP в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 1{,}5$ см.

Решение:

Потери мощности в проводах $\Delta P = I^2 R$, где ток в цепи $I = \frac{P}{\varepsilon}$, а R — сопротивление проводов. Учитывая двухпроводность линии, $R = 2\rho\frac{l}{S}$, где $\rho = 0{,}017\cdot 10^{-6}$ Ом·м — удельное сопротивление меди при $0°$ С. Тогда $\Delta P = \frac{P^2}{\varepsilon^2}2\rho\frac{l}{S}$ или, учитывая $S = \pi\frac{d^2}{4}$, $\Delta P = \frac{8P^2\rho l}{\pi\varepsilon^2 d^2}$;

$$\Delta P = \frac{8\cdot 10^8\cdot 0{,}017\cdot 10^{-6}\cdot 2{,}5\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 500^2\cdot 1{,}5^2\cdot 10^{-4}} = 193\ \text{Вт}.$$

10.42. От генератора с э.д.с. $\varepsilon = 110$ В требуется передать энергию на расстояние $l = 250$ м. Потребляемая мощность $P = 1$ кВт. Найти минимальное сечение S медных подводящих проводов, если потери мощности в сети не должны превышать 1%.

Решение:

По условию потери мощности в сети не должны превышать 1%, следовательно, к.п.д. $\eta = 99\%$. Сопротивление проводов $R = \rho \frac{2l}{S}$ — (1), где ρ — удельное сопротивление меди. С другой стороны, согласно закону Ома $R = \frac{U}{I}$ — (2). Поскольку мощность генератора $p = \varepsilon I$, то $I = \frac{p}{\varepsilon}$ — (3). Падение напряжения $\eta = \frac{U}{\varepsilon}$, откуда $U = \eta\varepsilon$ — (4). Подставив (3) и (4) в (2), найдем $R = \frac{\eta\varepsilon^2}{P}$ — (5). Приравняв правые части (1) и (5), получим $\frac{\eta\varepsilon^2}{P} = \rho \frac{2l}{S}$, откуда $S = \frac{2pl\rho}{\eta\varepsilon^2}$; $S = 78\,\text{мм}^2$.

10.43. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки одинаковых длины и диаметра. Найти: а) отношение количеств теплоты, выделяющихся в этих проволоках; б) отношение падений напряжения на этих проволоках.

Решение:

При последовательном включении по медной и стальной проволоке течет одинаковый ток. Согласно закону Джоуля — Ленца на медной проволоке выделится количество тепла $Q_1 = I^2 R_1 t = I^2 \rho_1 \frac{l}{S} t$, а на стальной проволоке — количество тепла $Q_2 = I^2 R_2 t = I^2 \rho_2 \frac{l}{S} t$. Отношение $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 0{,}17$. Падение напряжения на медной проволоке

$U_1 = IR_1 = I\rho_1 \dfrac{l}{S}$. Падение напряжения на стальной проволоке $U_2 = IR_2 = I\rho_2 \dfrac{l}{S}$. Отношение $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2} = 0{,}17$.

10.44. Решить предыдущую задачу для случая, когда проволоки включены параллельно.

Решение:

При параллельном включении медной и стальной проволоки падение напряжения на них одинаково. Согласно закону Джоуля — Ленца $Q_1 = \dfrac{U^2}{R_1}t = \dfrac{U^2}{\rho_1 l / S}t$, а $Q_2 = \dfrac{U^2}{R_2}t = \dfrac{U^2}{\rho_2 l / S}t$. Отношение $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{\rho_2}{\rho_1} = 5{,}9$. Падение напряжения $U_1 = U_2$, следовательно, $\dfrac{U_1}{U_2} = 1$.

10.45. Элемент с э.д.с. $\varepsilon = 6$ В дает максимальный ток $I = 3$ А. Найти наибольшее количество теплоты $Q_т$, которое может быть выделено во внешнем сопротивлении в единицу времени.

Решение:

За счет работы электрического тока во внешнем сопротивлении выделяется количество теплоты $Q = A = I\varepsilon t$. При $t = 1$ с количество теплоты $Q = 18$ Дж.

10.46. Батарея с э.д.с. $\varepsilon = 240$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнута на внешнее сопротивление $R = 23$ Ом. Найти полную мощность P_0, полезную мощность P и к.п.д. η батареи.

Решение:

К.п.д. батареи $\eta = \dfrac{R}{R+r} = 0{,}96$. Полная мощность батареи $P_0 = \varepsilon I$, где согласно закону Ома $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$, т. е. $P_0 = \dfrac{\varepsilon^2}{R+r}$; $P_0 = 2{,}4$ кВт. Полезная мощность $P = \eta P_0 = 2{,}3$ кВт.

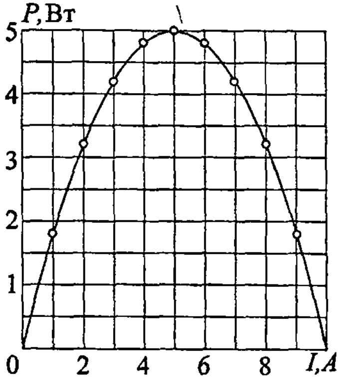
10.47. Найти внутреннее сопротивление r генератора, если известно, что мощность P, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова при внешних сопротивлениях $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 0{,}2$ Ом. Найти к.п.д. η генератора в каждом из этих случаев.

Решение:

Мощность, выделяющаяся во внешней цепи: $P = I_1^2 R_1$ или $P = I_2^2 R_2$. Согласно закону Ома для замкнутой цепи $I_1 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + r}$, а $I_2 = \dfrac{\varepsilon}{R_2 + r}$. Тогда $P = \dfrac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1+r)^2} = \dfrac{\varepsilon_2 R_2}{(R_2+r)^2}$, откуда $R_1(R_2+r)^2 = R_2(R_1+r)^2$. Раскрыв скобки и проведя несложные преобразования, найдем $r = \sqrt{R_1 R_2} = 1$ Ом. Для первого сопротивления к.п.д. генератора $\eta_1 = \dfrac{R_1}{R_1+r} = 83\%$.

Для второго сопротивления $\eta_2 = \dfrac{R_2}{R_2+r} = 17\%$.

10.48. На графике дана зависимость полезной мощности P от тока I в цепи. По данным этой кривой найти внутреннее сопротивление r и э.д.с. ε элемента. Построить график зависимости от тока I в цепи к.п.д. η элемента и падения потенциала U во внешней цепи.

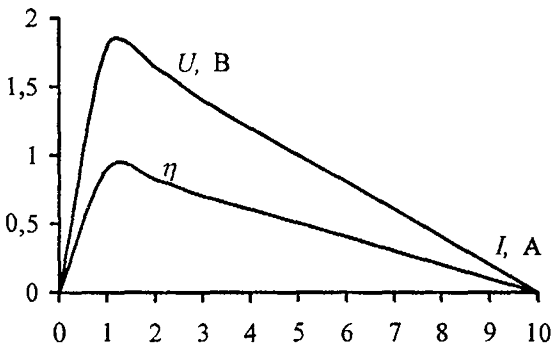


Решение:

По точкам на кривой составим таблицу:

I, А	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P, Вт	0	1,8	3,2	4,2	4,8	5	4,8	4,2	3,2	1,8	0

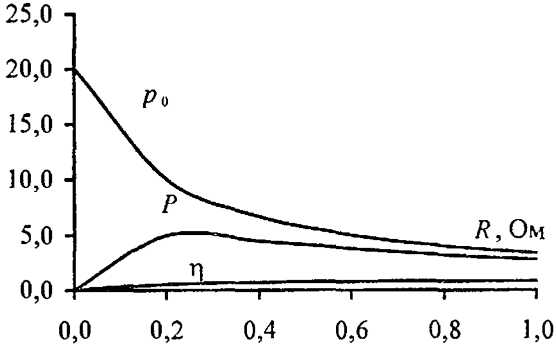
Мощность, выделяемая во внешней цепи (полезная мощность), достигнет максимума при внешнем сопротивлении R, равном внутреннему сопротивлению r элемента. При этом падение потенциала во внешней цепи $U = \frac{\varepsilon}{2}$. Тогда к.п.д. элемента $\eta = 0,5$. В нашем случае $P_{max} = IU = 5$ Вт.



Следовательно, $U = \frac{P_{max}}{I} = 1$ В; отсюда э.д.с. элемента $\varepsilon = 2U = 2$ В. Т. к. при этом $I = \frac{\varepsilon}{2r}$, то внутреннее сопротивление элемента $r = \frac{\varepsilon}{2I} = 0{,}2$ Ом. Падение потенциала во внешней цепи $U = \frac{P}{I}$; к.п.д. элемента $\eta = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{P}{\varepsilon \cdot I}$.

10.49. По данным кривой, изображенной на рисунке к задаче 10.48, построить график зависимости от внешнего сопротивления R цепи: к.п.д. η элемента, полной мощности P_0 и полезной мощности P. Кривые построить для значений внешнего сопротивления R, равных: $0, r, 2r, 3r, 4r$ и $5r$, где r — внутреннее сопротивление элемента.

Решение:



Имеем $\varepsilon = 2$ В; $r = 0{,}2$ Ом (см. задачу 10.48). Полная мощность, развиваемая источником, равна $P_0 = I^2(R + r) = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R + r}$. Полезная мощность $P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$. К.п.д.

источника $\eta = \dfrac{P}{P_0} = \dfrac{R}{R+r}$. Подставив числовые данные, получим следующие зависимости: $P_0 = \dfrac{4}{R+0,2}$;

$P = \dfrac{4R}{(R+\theta,2)^2}$; $\eta = \dfrac{R}{R+0,2}$. Для заданного интервала значений R составим таблицу и построим графики.

R, Ом	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P_0, Вт	20	10	6,67	5	4	3,33
P, Вт	0	5	4,44	3,75	3,2	2,78
η	0	0,5	0,67	0,75	0,8	0,83

10.50. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. Найти э.д.с. ε элемента и его внутреннее сопротивление r, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P = 2,54$ Вт.

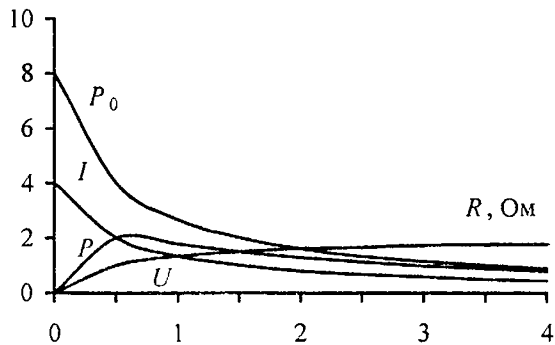
Решение:

Мощность, выделяющаяся во внешней цепи, равна $P = I^2 \times \times R$, где согласно закону Ома для полной цепи $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$. Отсюда $P = \dfrac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$. По условию $P = \dfrac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1+r)^2} = \dfrac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2+r)^2}$ — (1), отсюда $\dfrac{R_1+r}{\sqrt{R_1}} = \dfrac{R_2+r}{\sqrt{R_2}}$; $r\dfrac{\sqrt{R_1}-\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1R_2}} = \sqrt{R_1}-\sqrt{R_2}$; $r = \sqrt{R_1R_2} = 1$ Ом. Из (1) найдем $\varepsilon = (R_1+r)\sqrt{\dfrac{P}{R_1}} = 3,4$ Ом.

10.51. Элемент с э.д.с. $\varepsilon = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом замкнут на внешнее сопротивление R. Построить график зависимости от сопротивления R: тока I в цепи, падения потенциала U во внешней цепи, полезной мощности P и полной мощности P_0. Сопротивление взять в пределах $0 \le R \le 4$ Ом через каждые $0{,}5$ Ом.

Решение:

Зависимость тока I в цепи от внешнего сопротивления R выражается законом Ома для полной цепи: $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$ или, с учетом данных задачи, $I = \dfrac{2}{R + 0{,}5}$. К.п.д. элемента $\eta = \dfrac{U}{\varepsilon}$, кроме того, $\eta = \dfrac{R}{R + r}$ (см. задачу 10.49). Тогда $U = \dfrac{\varepsilon R}{R + r}$; $U = \dfrac{2R}{R + 0{,}5}$. Зависимость полезной мощности P и полной мощности P_0 задается соотношением $P = \dfrac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$; $P_0 = \dfrac{\varepsilon^2}{R + r}$ (см. задачу 10.49) или $P = \dfrac{4R}{(R + 0{,}5)^2}$; $P_0 = \dfrac{4}{R + 0{,}5}$. Для заданного интервала значений R составим таблицу и построим графики.



R, Ом	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
I, А	4	2	1,33	1	0,8	0,67	0,57	0,5	0,44
U, В	0	1	1,33	1.5	1.6	1.67	1,71	1,75	1,78
P, Вт	0	2	1,78	1.5	1.28	1.11	0.98	0,88	0,79
P_0, Вт	8	4	2.67	2	1.6	1.33	1.14	1	0,89

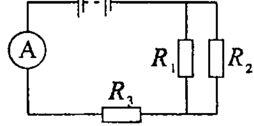
10.52. Элемент с э.д.с. ε и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R. Наибольшая мощность, выделяющаяся во внешней цепи, $P = 9$ Вт. При этом в цепи течет ток $I = 3$ А. Найти э.д.с. ε и внутреннее сопротивление r элемента.

Решение:

Имеем $P_{max} = UI$, при этом $U = \frac{\varepsilon}{2}$ (см. задачу 10.48), т. е. $P_{max} = P = \frac{\varepsilon I}{2}$. Отсюда $\varepsilon = \frac{2P}{I} = 6$ В. Имеем $r = \frac{\varepsilon}{2I}$ (см. задачу 10.48); $r = 1$ Ом.

10.53. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 120$ В, сопротивления $R_3 = 30$ Ом, $R_2 = 60$ Ом. Амперметр показывает ток $I = 2$ А. Найти мощность P, выделяющуюся в сопротивлении R_1.

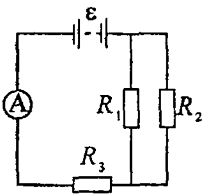
Решение:



Мощность, выделяющаяся в цепи, определяется соотношением $P = UI$, где U — падение напряжения на данном участке, I — ток, протекающий через него. Падение напряжения на сопротивлении R_1: $U_1 = \varepsilon - R_3 I = 60$ В. Ток в параллельном участке цепи $I = I_1 + I_2$. По закону Ома $I_2 = \frac{U_1 r}{R_2} = 1$ А, тогда $I_1 = I - I_2$; $I_1 = 1$ А. Отсюда искомая мощность $P_1 = I_1 \cdot U_1 = 60$ Вт.

10.54. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 100$ В, ее внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом, сопротивления $R_1 = 25$ Ом и $R_3 = 78$ Ом. На сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1 = 16$ Вт. Какой ток I показывает амперметр?

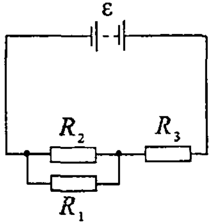
Решение:



По определению мощности тока $P_1 = I_1 U_1$ — (1), а из закона Ома сопротивление $R_1 = \frac{U_1}{I_1}$ — (2). Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем ток $I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}}$. Т. к. сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно, то $R_1 I_1 = R_2 I_2$, тогда ток $I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2}$. По первому правилу Кирхгоффа ток, который покажет амперметр, $I = I_1 + I_2 = I_1\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$ — (3). С другой стороны, по закону Ома $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$ — (4), где $R = R_{12} + R_3$ — (4) — сопротивление внешней цепи. Поскольку сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно, то $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — (6). Подставляя (5), с учетом (6), в (4), получаем $I = \frac{\varepsilon}{r + R_1 R_2 / (R_1 + R_2) + R_3}$ — (7). Исключая из соотношений (3) и (7) сопротивление R_2, окончательно находим $I = \frac{\varepsilon - \sqrt{P_1 R_1}}{r + R_3} = 1$ А.

10.55. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 120$ В; сопротивления $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = R_3 = 100$ Ом. Найти мощность P_1, выделяющуюся на сопротивлении R_1.

Решение:



Т. к. сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно, то $R_{12} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ и $U_1 = U_2$. Общее сопротивление внешней цепи $R = R_{12} + R_3 = 120$ Ом. По закону Ома для всей цепи ток $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = 1$ А. Согласно первому закону Кирхгоффа $I = I_1 + I_2$ — (1) и, кроме того, $I_1 R_1 = I_2 R_2$ — (2). Решая совместно уравнения (1) и (2), находим ток через сопротивление R_1: $I_1 = \dfrac{IR_2}{R_2 + R_1} = 0{,}8$ А. Тогда мощность, выделяющаяся на сопротивлении R_1: $P_1 = I_1 U_1 = I_1^2 R_1 = 16$ Вт.

10.56. К.п.д. батареи $\eta = 80\,\%$ (см. рис. 1), сопротивление $R_1 = 100$ Ом. На сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1 = 16$ Вт. Найти э.д.с. ε батареи, если известно, что падение потенциала на сопротивлении R_3 равно $U_3 = 40$ В.

Решение:

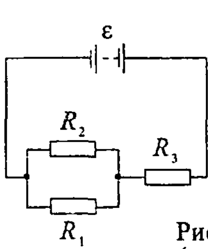


Рис. 1

Рассмотрим упрощенную эквивалентную схему (см. рис. 2), где r — внутреннее сопротивление участка цепи AB. По определению к.п.д. батареи $\eta = \dfrac{P_{полез}}{P_{полн}}$ — (1), где $P_{полез} = I^2 R_{AB}$ — (2) — полезная

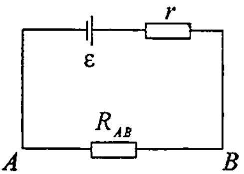


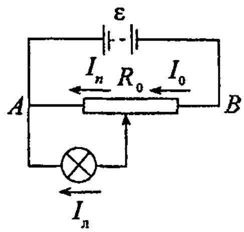
Рис. 2

мощность, которая выделяется на участке AB, $P_{\text{полн}} = I^2(R_{AB} + r)$ — (3) — полезная мощность батареи. Подставляя (2) и (3) в (1), получаем $\eta = \dfrac{I^2 R_{AB}}{I^2(R_{AB} + r)} = \dfrac{IR_{AB}}{I(R_{AB} + r)}$ — (4).

По закону Ома для участка цепи падение потенциала на участке AB равно $U_{\text{внешн}} = IR_{AB}$ — (5), а по закону Ома для полной цепи $I = \dfrac{\varepsilon}{R_{AB} + r}$, откуда э.д.с. батареи $\varepsilon = I(R_{AB} + r)$ — (6). Подставляя (5) и (6) в (4), получаем $\eta = \dfrac{U_{\text{внешн}}}{\varepsilon}$, откуда э.д.с. батареи $\varepsilon = \dfrac{U_{\text{внешн}}}{\eta}$ — (7). Мощность тока, выделяемая на сопротивлении R_1, равна $p_1 = I_1 U_1$, и поскольку по закону Ома для участка цепи $I_1 = \dfrac{U_1}{R_1}$, то $P_1 = \dfrac{U_1^2}{R_1}$. Тогда падение потенциала на сопротивлении R_1 равно $U_1 = \sqrt{P_1 R_1}$, и т. к. сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно, то падения потенциалов на них $U_1 = U_2 = \sqrt{P_1 R_1}$ — (8). Полное падение потенциала на участке AB равно $U_{\text{внешн}} = U_1 + U_3 = U_2 + U_3$ — (9). Подставляя (8) в (9), получаем $U_{\text{внешн}} = \sqrt{P_1 R_1} + U_3$ — (10). Подставляя (10) в (7), окончательно находим э.д.с. батареи $\varepsilon = \sqrt{P_1 R_1} + U_3 / \eta = 100$ В.

10.57. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 120$ В, полное сопротивление потенциометра $R_0 = 120$ Ом. Сопротивление R лампочки меняется при нагревании от 30 до 300 Ом. На сколько меняется при этом разность потенциалов U на лампочке, если подвижный контакт стоит на середине потенциометра? На сколько меняется при этом мощность P, потребляемая лампочкой?

Решение:



По условию задачи подвижный контакт C стоит на середине потенциометра, поэтому сопротивления на участках AC и CB равны между собой: $R_{AC} = R_{CB} = \frac{R_0}{2}$ — (1), где R_0 — полное сопротивление потенциометра. Т. к. лампочка подключена параллельно участку AC, то падения потенциалов в лампочке и на участке AC равны между собой: $U_п = U_{AC}$ или, с учетом (1), $I_л R_1 = I_п \frac{R_0}{2}$ — (2), где $I_п$ — ток на участке AC, R_1 — сопротивление лампочки в начальный момент времени. Согласно первому правилу Кирхгоффа для узла C имеем $I_0 = I_п + I_л$ — (3). Решая совместно уравнения (2) и (3), получаем $I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_0} + 1\right) I_л$ — (4). С другой стороны, по закону Ома для полной цепи

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R_0/2 + (R_0 R_1/2)/((R_0/2) + R_1)} = \frac{2\varepsilon(R_0 + 2R_1)}{R_0(R_0 + 4R_1)} \quad \text{— (5).}$$

Приравнивая правые части уравнений (4) и (5), получаем $I_л = \frac{2\varepsilon}{R_0 + 4R_1}$ — (6) — ток через лампочку в начальный момент времени. Тогда разность потенциалов на лампочке в начальный момент времени $U_1 = I_л R_1$ — (7), а мощность, потребляемая лампочкой, $P_1 = I_л^2 R_1$ — (8). Подставляя (6) в (7) и (8), соответственно получаем $U_1 = \frac{2\varepsilon R_1}{R_0 + 4R_1} = 30$ В и $P_1 = \frac{4\varepsilon^2 R_1}{(R_0 + 4R_1)^2} = 30$ Вт. В процессе нагрева сопротивление лампочки возрастает до $R_2 = 300$ Ом, тогда разность потенциалов на лампочке и мощность, потребляемая лампочкой, станут соответственно равны $U_2 = \dfrac{2\varepsilon R_2}{R_0 + 4R_2} = 54{,}5$ В и

$$P_2 = \frac{4\varepsilon^2 R_2}{(R_0 + 4R_1)^2} = 9{,}9 \text{ Вт}.$$

10.58. Разность потенциалов между точками A и B равна $U = 9$ В. Имеются два проводника с сопротивлениями $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 3$ Ом. Найти количество теплоты $Q_т$, выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если проводники между точками A и B соединены: а) последовательно; б) параллельно.

Решение:

Согласно закону Джоуля — Ленца количество теплоты, выделяющееся в проводнике, равно $Q = I^2Rt$. Тогда в единицу времени выделится количество теплоты $Q_т = \dfrac{Q}{t} = I^2R$. а) При последовательном соединении проводников $I_1 = I_2 = \dfrac{U}{R_1 + R_2}$. Количество теплоты, выделившееся на первом проводнике, $Q_{т1} = I_1^2 R_1 = \dfrac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2}$; $Q_{т1} = 6{,}3$ Дж. Аналогично $Q_{т2} = \dfrac{U^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2}$; $Q_{т2} = 3{,}8$ Дж.

б) При параллельном соединении $U_1 = U_2 = U$. Тогда $I_1 = \dfrac{U}{R_1}$, а $I_2 = \dfrac{U}{R_2}$. Отсюда $Q_{т1} = \dfrac{U^2}{R_1} = 16{,}2$ Дж;

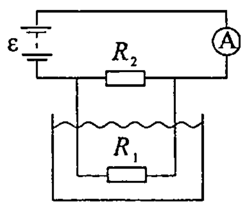
$$Q_{т2} = \frac{U^2}{R_2} = 27 \text{ Дж}.$$

10.59. Две электрические лампочки с сопротивлениями $R_1 = 360$ Ом и $R_2 = 240$ Ом включены в сеть параллельно. Какая из лампочек потребляет большую мощность? Во сколько раз?

Решение:
Поскольку лампочки включены в сеть параллельно, то падение напряжения на них одинаково, т. е. $U_1 = U_2 = U$. Мощности P_1 и P_2, потребляемые лампочками, определяются следующими соотношениями: $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$ и $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$, откуда $\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{2}$. Т. е. лампочка с меньшим сопротивлением потребляет в 1,5 раза больше.

10.60. Калориметр имеет спираль сопротивлением $R_1 = 60$ Ом, которая включена в цепь, как показано на рисунке. Сопротивление $R_2 = 30$ Ом. Амперметр показывает ток $I = 6$ А. На сколько нагревается масса $m = 480$ г воды, налитой в калориметр, за время $\tau = 5$ мин пропускания тока?

Решение:
За время τ на спирали выделится количество теплоты $Q = I_1^2 R_1 \tau$ — (1), где I_1 — ток, проходящий через спираль. Поскольку спираль и сопротивление R_2 соединены параллельно, то $U_1 = U_2 = U$, а $I = I_1 + I_2$.



Тогда $I_1 = \frac{U}{R_1}$, где $U = IR_{12} = I\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Отсюда найдем $I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2} = 2$ А. Выделенное количество тепла пошло на нагревание воды, причем $Q = mc\Delta T$ — (2), где $c = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды;

ΔT — искомое изменение температуры. Приравнивая правые части (1) и (2), получим $I_1^2 R_1 \tau = mc\Delta T$, откуда $\Delta T = \dfrac{I_1^2 R_1 \tau}{mc} = 36$ К.

10.61. Какой объем V воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W = 3$ гВт·ч? Начальная температура воды $t_0 = 10°$ С.

Решение:

Электрическая энергия W задана во внесистемных единицах гектоватт-часах. В единицах системы СИ $1\text{Вт·ч} = 3{,}6 \cdot 10^3$ Дж; $1\text{гВт·ч}\, 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10^2$ Дж; $3\text{гВт·ч} = 10{,}8 \cdot 10^{12}$ Дж. Эта энергия была затрачена на нагревание воды массой $m = \rho V$ на $\Delta T = 90°$ С. Т. е. $W = cm\Delta T = c\rho V\Delta T$, откуда $V = \dfrac{W}{c\rho\Delta T}$. $c_{\text{воды}} = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К; $\rho_{\text{воды}} = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3. Подставляя числовые данные, получим $V = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м$^3 = 2{,}9$ л.

10.62. Какую мощность P потребляет нагреватель электрического чайника, если объем $V = 1$ л воды закипает через время $\tau = 5$ мин? Каково сопротивление R нагревателя, если напряжение в сети $U = 120$ В? Начальная температура воды $t_0 = 13{,}5°$ С.

Решение:

Для нагревания объема V воды до температуры кипения T_K за время τ необходимо количество тепла $Q = mc\Delta T = V\rho c(T_\text{к} - T_0)$ — (1). Количество тепла Q и мощность P связаны соотношением $Q = P\tau$ — (2). Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим

$V\rho c(T_к - T_0) = P\tau$, откуда $P = \frac{V\rho c(T_к - T_0)}{\tau} = 1{,}2$ кВт. Сопротивление R нагревателя можно выразить из закона Ома: $R = \frac{U}{I}$. Мощность $P = IU$, откуда $I = \frac{P}{U}$. Тогда $R = \frac{U^2}{P} = 12$ Ом.

10.63. На плитке мощностью $P = 0{,}5$ кВт стоит чайник, в который налит объем $V = 1$ л воды при $t_0 = 16°$ С. Вода в чайнике закипела через время $\tau = 20$ мин после включения плитки. Какое количество теплоты Q потеряно при этом на нагревание самого чайника, на излучение и т.д.?

Решение:

Если бы потерь тепла не было, на нагревание воды до температуры кипения $T_к$ потребовалось бы количество тепла $Q_1 = mc\Delta T = V\rho c(T_к - T_0)$. На самом деле было израсходовано тепла $Q_2 = P\tau$. Отсюда потери тепла составили $Q = Q_2 - Q_1 = P\tau - V\rho c(T_к - T_0)$; $Q = 2{,}5 \cdot 10^5$ Дж.

10.64. Нагреватель электрической кастрюли имеет две одинаковые секции с сопротивлением $R = 20$ Ом каждая. Через какое время τ закипит объем $V = 2{,}2$ л воды, если: а) включена одна секция; б) обе секции включены последовательно; в) обе секции включены параллельно? Начальная температура воды $t_0 = 16°$ С, напряжение в сети $U = 110$ В, к.п.д. нагревателя $\eta = 85\%$.

Решение:

а) Мощность нагревателя $P = IU = \frac{U^2}{R}$ — (1). За время τ выделится количество теплоты $Q = \eta P\tau$ — (2), которое пойдет на нагревание воды до температуры кипения $T_к$, т. е. $Q = V\rho c(T_к - T_0)$ — (3). Решая совместно уравнения (1) — (4), получим $\tau = \frac{V\rho c(T_к - T_0)R}{\eta U^2} = 1506\,с = 25$ мин.

б) При последовательном включении секций их общее сопротивление равно $2R$. Отсюда $\tau = 50$ мин. в) При параллельном соединении секций их общее сопротивление равно $\frac{R}{2}$. Отсюда $\tau = 12{,}5$ мин.

10.65. Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипит через время $\tau_1 = 15$ мин, при включении другой — через время $\tau_2 = 30$ мин. Через какое время τ закипит вода в чайнике, если включить обе секции: а) последовательно; б) параллельно?

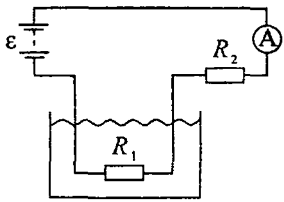
Решение:

В предыдущей задаче была получена формула, связывающая время нагрева воды τ и сопротивление R секции нагревателя. $\tau = \frac{mc\Delta T}{\eta U^2}R$. Поскольку τ прямо пропорционально R и величины, входящие в коэффициент при R, постоянны, т. е. они сократятся при преобразованиях, то можно записать: а) при последовательном соединении секций $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 45$ мин; б) при параллельном соединении $\tau = \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 10$ мин.

10.66. Нагреватель электрического чайника сопротивлением R_1 включен в цепь, как показано на рисунке. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 120$ В, сопротивление $R_2 = 10$ Ом. Амперметр показывает ток $I = 2$ А. Через какое время закипит объем $V = 0{,}5$ л воды? Начальная температура воды $t_0 = 4°$ С. К.п.д. $\eta = 76\%$ нагревателя.

Решение:

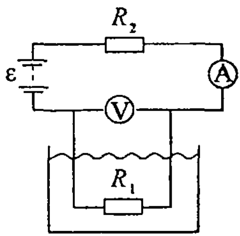
Имеем $\tau = \dfrac{V\rho c(T_к - T_0)R_1}{\eta U_1^2}$ (см. задачу 10.64). Т. к. сопротивления R_1 и R_2 включены последовательно, то ток в цепи $I = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$, отсюда $R_1 = \dfrac{\varepsilon}{I} - R_2 = 50$ Ом. Падение напряжения на сопротивлении R_1 равно $U_1 = IR_1 = 100$ В. Подставляя числовые данные, получим $\tau = 22$ мин.



10.67. Калориметр имеет спираль сопротивлением R_1, которая включена в цепь, как показано на рисунке. Э.д.с. батареи $\varepsilon = 110$ В, к.п.д. спирали $\eta = 80\%$. В калориметр налита масса $m = 500$ г керосина. Амперметр показывает ток $I = 2$ А, вольтметр показывает напряжение $U = 10{,}8$ В. Каково сопротивление R_1 спирали? Найти удельную теплоемкость c керосина, если за время $\tau = 5$ мин пропускания тока керосин нагрелся на $\Delta t = 5°$ С. Каково сопротивление R_2? Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

Решение:

Количество тепла, необходимое для нагревания керосина на Δt, есть $Q_1 = cm\Delta t$. По закону Джоуля — Ленца количество тепла, выделяемое спиралью за время τ, есть $Q_2 = IU\tau$. По закону сохранения энергии $Q_1 = \eta Q_2$ или $cm\Delta t = \eta IU\tau$, откуда удельная теплоемкость керосина $c = \eta \dfrac{IU\tau}{m\Delta t} = 2{,}07$ кДж/(кг·К). Из зако-



на Ома для участка цепи сопротивление $R_1 = \frac{U}{I} = 5{,}4$ Ом.

По закону Ома для всей цепи ток $I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$, откуда сопротивление $R_2 = \frac{\varepsilon}{I} - R_1 = 49{,}6$ Ом.

10.68. Объем $V = 4{,}5$ л воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W = 0{,}5$ кВт·ч. Начальная температура воды $t_0 = 23°$ С. Найти к.п.д. η нагревателя.

Решение:

Количество тепла, необходимое для того, чтобы вскипятить воду, $Q = cm(t_к - t_0) = c\rho V(t_к - t_0)$, где $c = 4{,}19$ кДж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды, $m = \rho V$ — масса воды, $t_к = 100°$ С — температура кипения воды. По определению $\eta = \frac{Q}{W}$. Подставляя числовые данные, получим $\eta = \frac{c\rho V(t_к - t_0)}{W} = 0{,}8 = 80\ \%$.

10.69. Для отопления комнаты пользуются электрической печью, включенной в сеть напряжением $U = 120$ В. Комната теряет в единицу времени количество теплоты $Q_\tau = 87{,}08$ МДж/сут. Требуется поддерживать температуру комнаты постоянной. Найти: а) сопротивление R печи; б) длину l нихромовой проволоки диаметром $d = 1$ мм, необходимой для обмотки такой печи; в) мощность P печи.

Решение:

Мощность печи $P = \frac{Q_\tau}{\tau}$, где $\tau = 24\ ч = 86400$ с, тогда $P = 1$ кВт. С другой стороны, $P = IU$, откуда сила тока в сети $I=\dfrac{P}{U}$ — (1). По закону Ома для участка цепи $I=\dfrac{U}{R}$ — (2). Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), находим сопротивление печи $R=\dfrac{U^2}{P}=14{,}4$ Ом. Сопротивление проволоки также можно выразить как $R=\rho\dfrac{l}{S}$, где ρ — удельное сопротивление материала проволоки, l — ее длина, S — площадь поперечного сечения. Тогда $l=\dfrac{RS}{\rho}=\dfrac{R\pi d^2}{4\rho}=11{,}3$ м.

10.70. Температура водяного термостата объемом $V=1$ л поддерживается постоянной при помощи нагревателя мощностью $P=26$ Вт. На нагревание воды тратится 80% этой мощности. На сколько понизится температура воды в термостате за время $\tau=10$ мин, если нагреватель выключить?

Решение:

Количество тепла, отданное водой при охлаждении, $Q_1=cm\Delta t=c\rho V\Delta t$. По закону Джоуля — Ленца количество тепла нагревателя $Q_2=IU\tau=P\tau$. По закону сохранения энергии $Q_1=\eta Q_2$ или $c\rho V\Delta t=\eta P\tau$, откуда изменение температуры $\Delta t=\dfrac{\eta P\tau}{c\rho V}=2{,}97°$ С.

10.71. Сколько надо заплатить за пользование электрической энергией в месяц (30 дней), если ежедневно в течение времени $\tau=6$ ч горят две 120-вольтовых лампочки, потребляющие ток $I=0{,}5$ А? Кроме того, ежедневно кипятится объем $V=3$ л воды. Начальная температура воды $t_0=10°$ С. Стоимость 1кВт·ч энергии принять равной 4 коп. К.п.д. нагревателя $\eta=80\,\%$.

Решение:

Количество энергии, потребляемое в сутки лампочками, $w_1 = 2IU\tau$, а в месяц $W_1 = 30w_1 = 60IU\tau$. Количество энергии, необходимое для нагревания воды в сутки, $Q = C\rho V(t_к - t_0)$, при этом затрачивается энергия $W = cm\Delta T = c\rho V\Delta T$, а в месяц $W_2 = \dfrac{30c\rho V(t_к - t_0)}{\eta}$. Полная энергия, которая расходуется за месяц, $W = W_1 + W_2 = $ $= 30\left(2IU\tau + \dfrac{c\rho V(t_к - t_0)}{\eta}\right) = 120{,}18$ МДж. За пользование электроэнергией надо заплатить $N = \dfrac{W \cdot n}{10^3 \cdot 3600} = 133$ коп.= =1р. 33коп.

10.72. Электрический чайник, содержащий объем $V = 600$ см^3 воды при $t_0 = 9°$ С, забыли выключить. Сопротивление нагревателя чайника $R = 16$ Ом. Через какое время τ после включения вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети $U = 120$ В, к.п.д. нагревателя $\eta = 60\,\%$.

Решение:

По закону Джоуля — Ленца $Q_{полн} = I^2R\tau$; $Q_{полезн} = Q_1 + Q_2$. Количество теплоты, необходимое для нагревания воды до температуры кипения, $Q_1 = cm(t_к - t_0)$. Количество теплоты, необходимое для испарения воды, $Q_2 = rm$. По закону сохранения энергии $Q_{полезн} = \eta Q_{полн}$; $cm(t_к - t_0) +$ $+ rm = \eta I^2 R\tau$; $m = \rho V$. По закону Ома $I = \dfrac{U}{R}$, отсюда $I^2 = \dfrac{U^2}{R^2}$; $\rho V\left[c(t_K - t_0) + r\right] = \eta\dfrac{U^2}{R}\tau$, следовательно,

$$\tau = \frac{\rho VR\left[c(t_к - t_0) + r\right]}{\eta U^2};\ \tau = 49\text{ мин.}$$