

**10.73.** В ртутном диффузионном насосе в единицу времени испаряется масса  $m_r = 100$  г/мин ртути. Каково должно быть сопротивление  $R$  нагревателя насоса, если он включается в сеть напряжением  $U = 127$  В? Удельная теплота парообразования ртути  $q = 296$  кДж/кг.

**Решение:**

Количество тепла, необходимое для испарения ртути,  $Q = qm$  — (1). С другой стороны, по закону Джоуля — Ленца  $Q = IU\tau$  — (2). Приравниваем правые части уравнений (1) и (2)  $qm = IU\tau$ , отсюда сила тока нагревателя

насоса  $I = \frac{qm}{U\tau} = \frac{qm_r}{U}$ . Из закона Ома для участка цепи

сопротивление нагревателя насоса  $R = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{qm_r} = 32,69$  Ом.

**10.74.** В цепь, состоящую из медного провода площадью поперечного сечения  $S_1 = 3$  мм<sup>2</sup>, включен свинцовый предохранитель площадью поперечного сечения  $S_2 = 1$  мм<sup>2</sup>. На какое повышение температуры  $\Delta t_1$  медного провода при коротком замыкании цепи рассчитан предохранитель? Считать, что при коротком замыкании вследствие кратковременности процесса все выделившееся тепло идет на нагревание цепи. Начальная температура предохранителя  $t_0 = 17^\circ$  С.

**Решение:**

В медном проводе выделится количество теплоты  $Q_1 = m_1 c_1 \Delta T_1 = \rho_1 l_1 S_1 c_1 \Delta T_1$  — (1), где  $\rho_1$  — плотность меди,  $l_1$  — длина провода,  $c_1$  — удельная теплоемкость меди. В свинцовом предохранителе выделится количество теплоты  $Q_2 = m_2 c_2 \Delta T_2 + m_2 r = \rho_2 l_2 S_2 (c_2 (T_{пл} - T_0) + r)$  — (2), где  $\rho_2$  — плотность свинца,  $l_2$  — длина предохранителя,  $c_2$  — удельная теплоемкость свинца,  $r$  — удельная теплота плавления свинца. По закону Джоуля — Ленца  $Q_1 = I_1^2 R_1 t$ ,

$Q_2 = I_2^2 R_2 t$ . Поскольку провод и предохранитель включены в цепь последовательно, то  $I_1 = I_2$ , тогда  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} =$

$$= \frac{\rho_1' l_1 S_2}{\rho_2' l_2 S_1} \quad (3), \text{ где } \rho_1' \text{ и } \rho_2' \text{ — удельные сопротивления}$$

меди и свинца. Из уравнений (1) — (3) найдем

$$\frac{\rho_1 l_1 S_1 c_1 \Delta T_1}{\rho_2 l_2 S_2 (c_2 (T_{\text{пл}} - T_0) + r)} = \frac{\rho_1' l_1 S_2}{\rho_2' l_2 S_1}, \text{ откуда}$$

$$\Delta T_1 = \frac{\rho_2 \rho_1' S_2^2 (c_2 (T_{\text{пл}} - T_0) + r)}{\rho_2' \rho_1 S_1^2 c_1}. \text{ Подставляя числовые дан-}$$

ные, получим  $\Delta T_1 = 1,8 \text{ К}$ .

**10.75.** Найти количество теплоты  $Q_\tau$ , выделившееся в единицу времени в единице объема медного провода при плотности тока  $j = 300 \text{ кА/м}^2$ .

**Решение:**

Согласно закону Джоуля — Ленца за время  $\tau$  в проводнике выделяется количество теплоты  $Q = I^2 R \tau$ . Тогда в единицу времени в единице объема проводника выделится

количество теплоты  $Q_\tau = \frac{I^2 R}{V}$ . Имеем  $R = \rho \frac{l}{S}$ ;  $V = Sl$ ,

тогда  $Q_\tau = \frac{I^2}{S^2} \rho$ , где  $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  — удельное

сопротивление меди. Плотность тока  $j = \frac{I}{S}$ , откуда

$$Q_\tau = j^2 \rho = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}).$$

**10.76.** Найти токи  $I$ , в отдельных ветвях мостика Уитстона при условии, что через гальванометр идет ток  $I_g = 0$ . Э.д.с. эле-

мента  $\varepsilon = 2\text{ В}$ , сопротивления  $R_1 = 30\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 45\text{ Ом}$  и  $R_3 = 200\text{ Ом}$ .

### Решение:

Т. к.  $I_r = 0$ , то потенциалы в точках 1 и 2 одинаковые, следовательно, можно рассматривать упрощенную эквивалентную схему. По первому правилу Кирхгоффа для узла 1 имеем:  $I = I_1 + I_3$  — (1). По второму правилу Кирхгоффа для контуров  $KLBCMN$  и  $KLADMN$  соответственно имеем:  $\varepsilon = I_1(R_1 + R_2)$  — (2)

и  $\varepsilon = I_3(R_3 + R_4)$  — (3). Поскольку  $U_{AD} = U_{BC}$ , а также  $I_1 = I_2$  и  $I_3 = I_4$ , то падения потенциалов на сопротивлениях  $R_2$  и  $R_4$  равны между собой, то  $I_1 R_2 = I_3 R_4$  — (4).

Из уравнения (2) находим, что  $I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$  — (5). Подставляя

числовые данные, получим  $I_1 = I_2 = 26,7\text{ мА}$ . Из уравнения

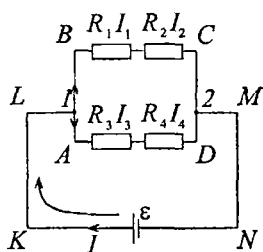
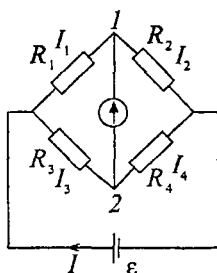
(3) находим, что  $I_3 = \frac{\varepsilon}{R_3 + R_4}$  — (6), а из уравнения (4) на-

ходим, что  $R_4 = \frac{I_1 R_2}{I_3}$  — (7). Подставляя (5) в (7), получаем

$R_4 = \frac{R_2 \varepsilon}{I_3 (R_1 + R_2)}$  — (8). Решая совместно уравнения (6) и

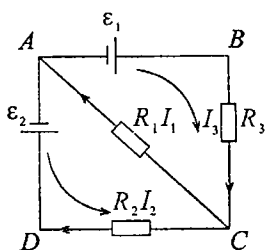
(8) и учитывая, что  $I_3 = I_4$ , окончательно получаем

$$I_3 = I_4 = \frac{R_1 \varepsilon}{R_3 (R_1 + R_2)} = 4\text{ мА}.$$



10.77. Э.д.с. элементов  $\varepsilon_1 = 2,1$  В и  $\varepsilon_2 = 1,9$  В, сопротивления  $R_1 = 45$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом и  $R_3 = 10$  Ом. Найти токи  $I_i$  во всех участках цепи.

**Решение:**

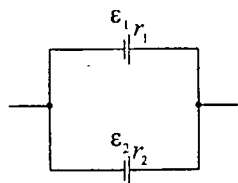


На рисунке стрелками указано выбранное направление токов. Для узла  $A$  согласно первому правилу Кирхгоффа имеем  $I_1 + I_2 = I_3$ . Для контуров  $ABC$  и  $ACD$  по второму правилу Кирхгоффа имеем  $I_3 R_3 + I_1 R_1 = \varepsilon_1$ ,  $I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_2$ . Подставляя числовые данные, получим систему уравнений:  $I_3 = I_1 + I_2$ ,

$10I_3 + 45I_1 = 2,1$ ,  $45I_1 - 10I_2 = 1,9$ . Решая эту систему, получим  $I_1 = 0,04$  А,  $I_2 = -0,01$  А,  $I_3 = 0,03$  А. Знак «минус» у тока  $I_2$  указывает на то, что его направление противоположно выбранному.

10.78. Какая разность потенциалов  $U$  получается на зажимах двух элементов, включенных параллельно, если их э.д.с.  $\varepsilon_1 = 1,4$  В и  $\varepsilon_2 = 1,2$  В и внутреннее сопротивление  $r_1 = 0,6$  Ом и  $r_2 = 0,4$  Ом?

**Решение:**



Согласно закону Ома для неоднородного участка цепи  $I = \frac{\varepsilon_1 + (\varphi_1 - \varphi_2)}{r_1}$ ;

$I = \frac{-\varepsilon_2 + (\varphi_1 - \varphi_2)}{r_2}$ . Таким образом,

$\frac{\varepsilon_1 + U}{r_1} = \frac{-\varepsilon_2 + U}{r_2}$ , откуда  $r_2(\varepsilon_1 - U) =$

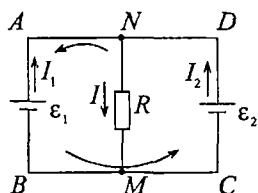
$$= r_1(U - \varepsilon_2); \quad r_2 \varepsilon_1 - r_2 U = r_1 U - r_1 \varepsilon_2; \quad U = \frac{r_2 \varepsilon_1 + r_1 \varepsilon_2}{r_1 + r_2};$$

$$U = 1,28 \text{ В.}$$

**10.79.** Два элемента с одинаковыми э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$  и внутренними сопротивлениями  $r_1 = 1 \text{ Ом}$  и  $r_2 = 2 \text{ Ом}$  замкнуты на внешнее сопротивление  $R$ . Через элемент с э.д.с.  $\varepsilon_1$  течет ток  $I_1 = 1 \text{ А}$ . Найти сопротивление  $R$  и ток  $I_2$ , текущий через элемент с э.д.с.  $\varepsilon_2$ . Какой ток  $I$  течет через сопротивление  $R$ ?

**Решение:**

Выберем и рассмотрим два контура  $ABCD$  и  $ABMN$ . Для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом из элементов схемы. По второму правилу Кирхгоффа для контура  $ABCD$  имеем  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2 r_2 - I_1 r_1$  — (1); для



контура  $ABMN$  имеем  $-\varepsilon_1 = -I_1 r_1 - IR$  — (2). По первому правилу Кирхгоффа для узла  $N$  имеем  $I = I_1 + I_2$  — (3).

Из уравнения (1) ток  $I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 r_1}{r_2} = 0,5 \text{ А}$ . Решаем сис-

тему уравнений методом подстановки, т. к. у нас есть три уравнения и три неизвестных. Подставив найденное значение тока  $I_2$  в уравнение (3), найдем ток  $I = I_1 + I_2 = 1,5 \text{ А}$ .

Из уравнения (2) сопротивление  $R = \frac{\varepsilon_1 - I_1 r_1}{I} = 0,66 \text{ Ом}$ .

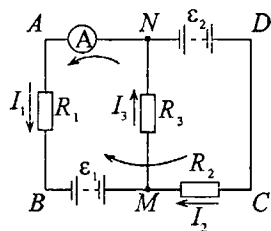
**10.80.** Решить предыдущую задачу, если  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 4 \text{ В}$ ,  $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ Ом}$  и  $I_1 = 2 \text{ А}$ .

**Решение:**

Т. к. внутренние сопротивления источников э.д.с. равны, то токи (см. задачу 10.79)  $I_1 = I_2 = 2$  А, а, следовательно,

$$I = 2I_1 = 4 \text{ А, тогда сопротивление } R = \frac{\varepsilon_1 - I_1 r_1}{I} = 0,75 \text{ Ом.}$$

10.81. Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 110$  В и  $\varepsilon_2 = 220$  В, сопротивления  $R_1 = R_2 = 100$  Ом,  $R_3 = 500$  Ом. Найти показание амперметра.

**Решение:**

Выберем и рассмотрим два контура  $ABCD$  и  $ABMN$ , для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом сопротивлении. По второму правилу Кирхгоффа для контура  $ABMN$  имеем  $\varepsilon_1 = I_3 R_3 + I_1 R_1$  — (1); для контура  $ABCD$  имеем  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 =$

$= I_2 R_2 - I_1 R_1$  — (2). Согласно первому правилу Кирхгоффа для узла  $M$  имеем  $I_3 = I_1 + I_2$  — (3). Из уравнения (1) ток

$$I_3 = \frac{\varepsilon_1 - I_1 R_1}{R_3}, \text{ а из уравнения (2) ток } I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 R_1}{R_2}.$$

Амперметр покажет ток через сопротивление  $R_1$ , который

$$\text{из уравнения (3) } I_1 = I_3 - I_2 = \frac{\varepsilon_1 - I_1 R_1}{R_3} - \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 R_1}{R_2} \text{ или}$$

$$\text{окончательно } I_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_3 + \varepsilon_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} = -0,4 \text{ А. Знак «минус»}$$

означает, что мы ошиблись в выборе направления тока  $I_1$ , т. е. он течет в противоположном направлении.

**10.82.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 2$  В и  $\varepsilon_2 = 4$  В, сопротивление  $R_1 = 0,5$  Ом (см. рисунок к задаче 10.81). Падение потенциала на сопротивлении  $R_2$  равно  $U_2 = 1$  В (ток через  $R_2$  направлен справа налево). Найти показание амперметра.

**Решение:**

Выберем и рассмотрим два контура  $NMCD$  и  $ABMN$ . Для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом из элементов схемы. По второму правилу Кирхгоффа для контура  $ABMN$  имеем  $I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_1$ , для контура  $NMCD$  имеем  $I_3 R_3 + I_2 R_2 = \varepsilon_2$ . Падение сопротивления на  $R_2$ :  $U_2 = I_2 R_2$ . Подставляя числовые данные, получим систему

$$\text{уравнений } \begin{cases} 0,5I_1 - I_3 R_3 = -2, \\ I_3 R_3 + 1 = 4. \end{cases} \text{ Решив эту систему, получим}$$

$$I_1 = 2 \text{ А.}$$

**10.83.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 30$  В и  $\varepsilon_2 = 5$  В, сопротивления  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 20$  Ом (см. рисунок к задаче 10.81). Через амперметр течет ток  $I = 1$  А, направленный от  $R_3$  к  $R_1$ . Найти сопротивление  $R_1$ .

**Решение:**

Воспользуемся результатами задачи 10.81

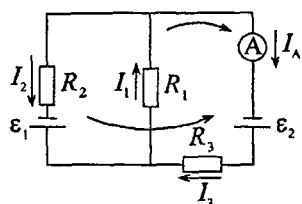
$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_3 + \varepsilon_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}. \text{ Преобразуем это выражение и вы-}$$

$$\text{разим из него } R_1: I_1 R_2 R_3 + I_1 R_1 R_1 + I_1 R_1 R_3 = \varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_3 + \\ + \varepsilon_1 R_3 - I_1 R_2 R_3; \quad R_1 I_1 (R_2 + R_3) = R_2 (\varepsilon_1 - I_1 R_3) + R_3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2);$$

$$R_1 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) R_2 + (\varepsilon_1 - R_2 I_1) R_3}{I_1 (R_2 + R_3)} = \frac{100 + 500}{30} = 20 \text{ Ом.}$$

**10.84.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 2$  В и  $\varepsilon_2 = 3$  В, сопротивления  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 0,5$  кОм и  $R_3 = 0,2$  кОм, сопротивление амперметра  $R_A = 0,2$  кОм. Найти показание амперметра.

**Решение:**



Выберем и рассмотрим два контура, для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом сопротивлении и амперметре. Для каждого контура запишем уравнение по второму правилу Кирхгофа

$\varepsilon_2 = I_3 R_3 + I_1 R_1 + I_A R_A$  — (1);  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_A R_A$  — (2). С учетом  $I_A = I_3$  уравнения (1) и (2) можно переписать следующим образом:

$\varepsilon_2 = I_A (R_3 + R_A) + I_1 R_1$

или  $I_1 = \frac{\varepsilon_2 - I_A (R_3 + R_A)}{R_1}$  — (5);  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_2 R_2 - I_A (R_3 - R_A)$

или  $I_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_A (R_3 + R_A)}{R_2}$  — (6). Из уравнения (3), с

учетом уравнений (5) и (6), имеем  $I_A = I_2 - I_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_A (R_3 + R_A)}{R_2} - \frac{\varepsilon_2 - I_A (R_3 + R_A)}{R_1}$ , откуда ток через

амперметр  $I_A = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) R_1 - \varepsilon_2 R_2}{R_2 R_3 - (R_3 + R_A)(R_1 - R_2)} = -0,45$  А. Знак

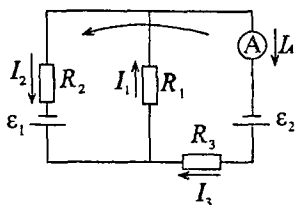
«минус» означает, что направление тока  $I_A$  противоположно направлению, указанному на рисунке.

**10.85.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 2$  В и  $\varepsilon_2 = 3$  В, сопротивление  $R_3 = 1,5$  кОм, сопротивление амперметра  $R_A = 0,5$  кОм. Падение потенциала на сопротивлении  $R_2$  равно  $U_2 = 1$  В (ток через  $R_2$  направлен сверху вниз). Найти показание амперметра.



**Решение:**

Выберем контур, направление обхода по нему и запишем для него уравнение по второму правилу Кирхгофа  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = U_2 - I_3 R_3 - I_A R_A$ . Кроме того, по первому правилу Кирхгофа  $I_1 = I_2 + I_A$ . Отсюда показание ам-



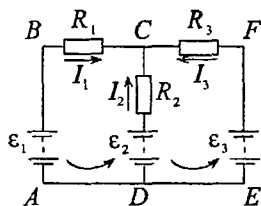
перметра  $I_A = \frac{U_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_3 + R_A} = 1 \text{ мА}$ .

**10.86.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$  и  $\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$ , сопротивления  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 8 \text{ Ом}$ . Найти токи  $I$ , во всех участках цепи.

**Решение:**

Выберем и рассмотрим два контура, для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом сопротивлении. Для каждого контура запишем уравнение по второму правилу Кирхгофа  $\varepsilon_3 - \varepsilon_1 = I_1 R_1 - I_3 R_3$  — (1);

$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2 R_2 + I_1 R_1$  — (2). Согласно первому правилу Кирхгофа  $I_2 = I_1 + I_3$  — (3). Подставим (3) в (2), тогда  $\varepsilon_2 -$



$-\varepsilon_1 = I_1 R_2 + I_3 R_2 + I_1 R_1$ , откуда  $I_3 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - I_1 R_2 - I_1 R_1}{R_2}$  —

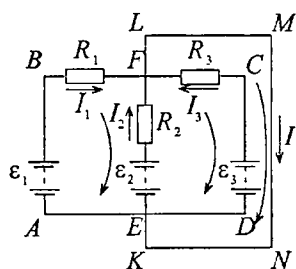
(4). После подстановки (4) в (1) получаем  $I_1 = \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} = 385 \text{ мА}$ . Подставляя найден-

ное значение тока  $I_1$  в уравнение (4), получаем  $I_3 = -308 \text{ мА}$ . Знак «минус» означает, что направление тока

$I_3$  противоположно указанному на рисунке направлению. Подставляя найденное значение токов  $I_1$  и  $I_3$  в уравнение (3), находим  $I_2 = 77$  мА.

10.87. Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 6$  В, сопротивления  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 12$  Ом. При коротком замыкании верхнего узла схемы с отрицательным зажимом батарей через замыкающий провод течет ток  $I = 1,6$  А. Найти токи  $I$ , во всех участках цепи и сопротивление  $R_3$ .

**Решение:**



Для контура  $ABFE$  по второму правилу Кирхгоффа при направлении обхода по часовой стрелке имеем  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2$  и т. к.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , то  $I_1 R_1 = I_2 R_2$  — (1). Для контура  $FCDE$  по второму правилу Кирхгоффа, при направлении обхода по часовой стрелке, имеем  $\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = I_2 R_2 - I_3 R_3$ , т. к.

$\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ , то  $I_3 R_3 = I_2 R_2$  — (2). При коротком замыкании узлов  $E$  и  $F$  получаем контур  $KLMN$ , для которого по второму правилу Кирхгоффа имеем  $\varepsilon_2 = I_2 R_2$  — (3).

откуда ток через сопротивление  $R_2$  равен  $I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R_2} = 0,5$  А.

По первому правилу Кирхгоффа для узла  $F$  имеем  $I_1 + I_2 + I_3 = I$  — (4). Из уравнения (1) с учетом (3)

$I_1 R_1 = \varepsilon_2$  находим ток через сопротивление  $R_1$ :

$I_1 = \frac{\varepsilon_2}{R_1} = 0,3$  А. Из уравнения (4) находим ток через сопро-

тивление  $R_3$ :  $I_3 = I - I_1 - I_2 = 0,8$  А. Из уравнения (2) с учетом (3) сопротивление  $R_3 = \frac{\varepsilon_2}{I_3} = 7,5$  Ом.

**10.88.** В схеме, изображенной на рисунке к задаче 10.86, токи  $I_1$  и  $I_3$  направлены справа налево, ток  $I_2$  — сверху вниз. Падения потенциала на сопротивлениях  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  равны  $U_1 = U_2 = U_3 = 10$  В. Найти э.д.с.  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ , если э.д.с.  $\varepsilon_1 = 25$  В.

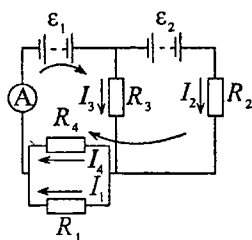
**Решение:**

Рассмотрим контур  $ABCD$ . По второму правилу Кирхгоффа  $U_1 - U_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$  и  $U_1 = 2U_2$ , откуда

$$\varepsilon_2 = U_1 - \frac{U_1}{2} + \varepsilon_1 = \frac{U_1}{2} + \varepsilon_1; \quad \varepsilon_2 = 30 \text{ В.}$$

Аналогично рассмотрим контур  $CDFE$ . По второму правилу Кирхгоффа  $U_3 + U_2 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2$  и  $U_3 = 2U_2$ ,

$$\text{откуда } \varepsilon_3 = \frac{U_3}{2} + U_3 + \varepsilon_2; \quad \varepsilon_3 = 45 \text{ В.}$$

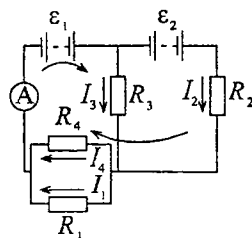


**10.89.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100$  В, сопротивления  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 40$  Ом и  $R_4 = 30$  Ом. Найти показание амперметра.

**Решение:**

Выберем и рассмотрим два контура, для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом сопротивлении. Для каждого контура запишем уравнение по второму правилу Кирхгоффа

$$\varepsilon_1 = I_3 R_3 + I_{14} R_{14} \quad (1);$$



$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_2 R_2 + I_{14} R_{14} \quad (2), \text{ где } R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} \quad (3), \text{ т. к.}$$

сопротивления  $R_1$  и  $R_4$  соединены параллельно. Согласно первому правилу Кирхгоффа  $I_{14} = I_3 + I_2 \quad (4)$ , где  $I_{14}$  — ток, который покажет амперметр. Из уравнений (1) и (2)

$$\text{находим токи } I_3 = \frac{\varepsilon_1 - I_{14} R_{14}}{R_3} \text{ и } I_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I_{14} R_{14}}{R_2} \text{ и}$$

подставляем их в уравнение (4), тогда

$$I_{14} = \frac{\varepsilon_1 - I_{14} R_{14}}{R_3} + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I_{14} R_{14}}{R_2} \quad (5). \text{ Из уравнения (5) с}$$

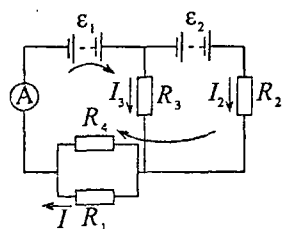
учетом (3) окончательно получаем

$$I_{14} = \frac{\varepsilon_1 R_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) R_3}{R_3 R_2 + R_1 R_4 (R_2 + R_3) / (R_1 + R_4)} = -9 \text{ мА. Знак «минус»}$$

означает, что ток  $I_{14}$  имеет направление, противоположное указанному на рисунке.

**10.90.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$ , сопротивления  $R_1 = R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 15 \text{ Ом}$  и  $R_4 = 30 \text{ Ом}$ . Через амперметр течет ток  $I = 1,5 \text{ А}$ , направленный снизу вверх. Найти э.д.с.  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , а также токи  $I_2$  и  $I_3$ , текущие через сопротивления  $R_2$  и  $R_3$ .

**Решение:**



Т. к. по условию батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$ , то уравнения по второму правилу Кирхгоффа (см. задачу 10.89) запишутся следующим образом:  $2\varepsilon_2 = I_3 R_3 + I R_{14} \quad (1)$  и  $3\varepsilon_2 = I_2 R_2 + I R_{14} \quad (2)$ , где  $I$  — показание амперметра,

$$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} \quad (3) \quad \text{— общее со-}$$

противление  $R_1$  и  $R_4$ , т. к. они соединены параллельно. Т. к.  $I = I_3 + I_2$  — (4), то  $I_2 = I - I_3$  — (5), следовательно, после подстановки (5) в (2) имеем  $3\varepsilon_2 = (I - I_3)R_2 + IR_{14}$

или  $I_2 = \frac{I(R_2 + R_{14}) - 3\varepsilon_2}{R_2}$  — (6). Подставив (6) и (3) в (1),

найдем э.д.с.  $\varepsilon_2 = \frac{I[R_2R_3 + R_1R_4(R_3 + R_2)] / (R_1 + R_4)}{2R_2 + 3R_3} = 12 \text{ В}$ ,

тогда  $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 24 \text{ В}$ . Подставив в уравнение (6) найденное значение  $\varepsilon_2$ , находим ток  $I_3 = 0,3 \text{ А}$ ; после чего из уравнения (5) ток  $I_2 = 1,2 \text{ А}$ .

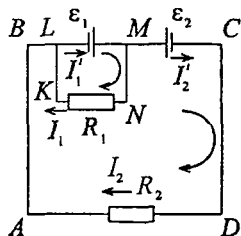
**10.91.** Два одинаковых элемента имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$  и внутренние сопротивления  $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ Ом}$ . Найти токи  $I_1$  и  $I_2$ , текущие через сопротивления  $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$ , а также ток  $I$  через элемент с э.д.с.  $\varepsilon_1$ .

### Решение:

Для контура  $KLMN$  по второму правилу Кирхгоффа при направлении обхода по часовой стрелке имеем  $\varepsilon_1 = I_1R_1 + I'_1r_1$  — (1). Аналогично для контура  $ABCD$ :  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1R_1 + I'_2r_2 + I_2R_2$  — (2). По первому правилу Кирхгоффа для узлов  $L$  и  $M$  соответственно получаем  $I'_1 = I_1 + I_2$  —

(3) и  $I'_2 = I_1 + I_2$  — (4). Из уравнений (3) и (4) следует, что  $I'_2 = I_2$ . Т. к.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , то из уравнения (2) с учетом (4) получаем  $I_2(R_2 + r_2) = -I'_1r_1$ , откуда ток  $I_2 = -\frac{I'_1r_1}{R_2 + r_2}$  — (5), а

из уравнения (1) ток  $I_1 = \frac{\varepsilon_1 - I'_1r_1}{R_1}$  — (6). Подставляя (5) и

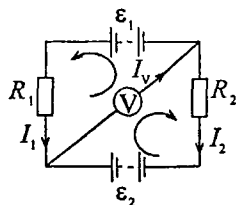


(6) в (3), получаем  $I_1' = \frac{\varepsilon_1 - I_1' r_1}{R_1} = \frac{I_1' r_1}{R_2 + r_2}$ , откуда ток через элемент  $\varepsilon_1$  равен  $I_1' = \frac{\varepsilon_1 (R_2 + r_2)}{R_1 R_2 + R_1 r_2 + r_1 R_2 + r_1 r_2 + r_1 R_1} = 1,78 \text{ А}$ .

Из уравнения (5) ток через сопротивление  $R_2$  равен  $I_2 = -0,46 \text{ А}$ . Из уравнения (3) ток через сопротивление  $R_1$  равен  $I_1 = I_1' - I_2 = 2,24 \text{ А}$ .

**10.92.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , сопротивления  $R_2 = 2R_1$ . Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление  $R_2$ ?

**Решение:**



Выберем и рассмотрим два контура, для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом сопротивлении и в вольтметре. По второму правилу Кирхгоффа для каждого контура имеем  $\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_V R_V$  — (1) и  $\varepsilon_2 = I_2 R_2 + I_V R_V$  — (2)

и т. к. по условию  $R_2 = 2R_1$ , то уравнение (2) можно переписать в виде  $\varepsilon_2 = 2I_2 R_1 + I_V R_V$  — (3). Согласно первому правилу Кирхгоффа  $I_V = I_1 + I_2$  — (4), откуда  $I_1 = I_V - I_2$  — (5). Вычтем из (3) (1), тогда  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 2I_2 R_1 - I_1 R_1 = 0$ , т. к. по условию  $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$ , следовательно, с учетом (5)  $2I_2 R_1 = (I_V - I_2) R_1$ , откуда  $I_V = 3I_2$ .

**10.93.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 110 \text{ В}$ , сопротивления  $R_1 = R_2 = 0,2 \text{ кОм}$ , сопротивление вольтметра  $R_V = 1 \text{ кОм}$  (см. рисунок к задаче 10.92). Найти показание вольтметра.

### Решение:

По второму правилу Кирхгоффа (см. задачу 10.92)  $\varepsilon_1 = I_1 R_1 + U$  — (1) и  $\varepsilon_2 = I_2 R_2 + U$  — (2), где  $U = I_V R_V$  — показание вольтметра. Т. к. по условию  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  и  $R_1 = R_2$ , то из уравнений (1) и (2) следует, что  $I_1 = I_2$ . Согласно

первому правилу Кирхгоффа  $I_V = I_1 + I_2 = 2I_1$ , тогда  $U = 2I_1 R_V$  или  $I_1 = \frac{U}{2R_V} + U = U \left( \frac{R_1}{2R_V} + 1 \right)$ , откуда показание вольтметра

$$U = \frac{2R_V \varepsilon_1}{R_1 + 2R_V} = 100 \text{ В.}$$

**10.94.** Батареи имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , сопротивления  $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$ , сопротивление вольтметра  $R_V = 150 \text{ Ом}$  (см. рисунок к задаче 10.93). Показание вольтметра  $U = 150 \text{ В}$ . Найти э.д.с.  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  батарей.

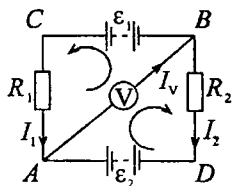
### Решение:

По первому правилу Кирхгоффа  $I_1 + I_2 = I_V$ . По второму правилу Кирхгоффа для контуров  $ABC$  и  $ABD$  соответственно имеем:  $I_1 R_1 + I_V R_V = \varepsilon_1$  и  $I_2 R_2 + I_V R_V = \varepsilon_2$ . По закону Ома  $I_V R_V = U$ , отсюда

$I_1 R_1 + U = \varepsilon_1$  и  $I_2 R_2 + U = \varepsilon_2$ . Т. к.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  и  $R_1 = R_2$ , то  $(I_1 + I_2)R_1 + 2U = 2\varepsilon_1$ ;  $I_V R_1 + 2U = 2\varepsilon_1$ ;  $\varepsilon_1 = \frac{I_V R_1}{2} + U$ . По

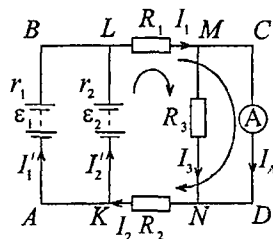
закону Ома  $I_V = \frac{U}{R_V}$ , отсюда  $\varepsilon_1 = \frac{UR_1}{2R_V} + U = U \left( \frac{R_1}{2R_V} + 1 \right)$ ;

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 200 \text{ В.}$$



**10.95.** Элементы имеют э.д.с.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5$  В и внутренние сопротивления  $r_1 = r_2 = 0,5$  Ом, сопротивления  $R_1 = R_2 = 5$  Ом и  $R_3 = 1$  Ом, сопротивление амперметра  $R_A = 3$  Ом. Найти показание амперметра.

**Решение:**



Выберем и рассмотрим три контура, для каждого из них выберем направление обхода. Предположительно определим направление токов в каждом сопротивлении и в амперметре. По второму правилу Кирхгоффа для контура  $KLCD$  имеем  $\varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_A R_A + I_2' r_2$  — (1).

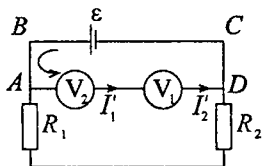
Для контура  $ABCD$  имеем  $\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_A R_A + I_2 R_2 + I_1' r_1$  — (2). Для контура  $ABMN$  имеем  $\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_2 R_2 + I_1' r_1$  — (3). По первому правилу Кирхгоффа для узла  $M$   $I_1 = I_3 + I_A$  — (4). Для узла  $N$   $I_2 = I_3 + I_A$  — (5). Вычитая (3) из (2), найдем  $I_A R_A = I_3 R_3$  или  $3I_A = I_3$ . Подставляя это выражение в (4), получим  $I_1 = 4I_A$ . Вычитая (2) из (1), найдем  $I_2' = I_1'$ . Из (4) и (5) следует, что  $I_1 = I_2 = 4I_A$ . Подставляя данное выражение в (1), найдем  $19I_A + 0,5I_2' = 1,5$ , откуда  $I_2' = I_1' = 3 - 38I_A$ . Из (5) имеем  $4I_A = I_1' + I_2' = 6 - 76I_A$ ;  $80I_A = 6$ , отсюда ток, текущий через амперметр,  $I_A = 75$  мА.

**10.96.** Элемент имеет э.д.с.  $\varepsilon = 200$  В, сопротивления  $R_1 = 2$  кОм и  $R_2 = 3$  кОм, сопротивления вольтметров  $R_{V_1} = 3$  кОм и  $R_{V_2} = 2$  кОм. Найти показание вольтметров  $V_1$  и  $V_2$ , если ключ  $K$ : а) разомкнут, б) замкнут. Задачу решить, применяя законы Кирхгоффа.



## Решение:

а) Если ключ разомкнут, то схема принимает упрощенный вид, изображенный на рисунке. Рассмотрим контур  $ABCD$  и выберем направление обхода против часовой стрелки. Тогда по второму правилу Кирхгофа для данного контура

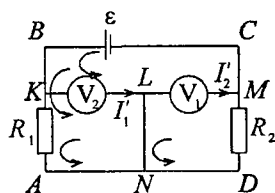


$\varepsilon = I'_1 R_{V1} + I'_2 R_{V2}$  — (1), но т. к. вольтметры соединены между собой последовательно, то токи  $I'_1 = I'_2$  — (2). Уравнение (1) с учетом (2) можно переписать следующим образом:  $\varepsilon = I'_1 (R_{V1} + R_{V2})$ , откуда ток через вольтметры

$I'_1 = \frac{\varepsilon}{R_{V1} + R_{V2}}$ . Вольтметры в данном случае покажут падение напряжений на своих собственных сопротивлениях,

$$\begin{aligned} \text{т. е.} \quad U_1 &= I'_1 R_{V1} = \frac{\varepsilon R_{V1}}{R_{V1} + R_{V2}} = 120 \text{ В}; & U_2 &= I'_1 R_{V2} = \\ &= \frac{\varepsilon R_{V2}}{R_{V1} + R_{V2}} = 80 \text{ В.} \end{aligned}$$

б) Если ключ замкнут, то схема принимает следующий вид. Укажем предполагаемое направление токов в каждом элементе и рассмотрим контуры  $KBCM$ ,  $ABCD$ ,  $AKLM$  и  $NLMD$ . Направление обхода в каждом контуре выберем против часовой стрелки. Напишем уравнение по второму правилу Кирхгофа для каждого из контуров:



$\varepsilon = I'_1 R_{V1} + I'_2 R_{V2}$  — (1);  $\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2$  — (2). Поскольку контуры  $AKLM$  и  $NLMD$  не содержат источников э.д.с., то для них  $I_1 R_1 - I'_1 R_{V1} = 0$  — (3);  $I_2 R_2 - I'_2 R_{V2} = 0$  — (4). По первому правилу Кирхгофа для узла  $L$  имеем  $I_1 + I'_1 = I_2 + I'_2$  — (5). Из уравнений (3) и (4) соответственно получим

$$I'_1 = \frac{I_1 R_1}{R_{V1}} \quad \text{— (6) и } I'_2 = \frac{I_2 R_2}{R_{V2}} \quad \text{— (7)}. \text{ Подставляя (6) и (7) в}$$

$$(3), \text{ получаем } I_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_{V1}} \right) = I_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_{V2}} \right), \text{ откуда ток}$$

$$I_1 = \frac{I_2 (R_{V1} + R_2) R_{V1}}{(R_{V1} + R_1) R_{V2}} \quad \text{— (8)}. \text{ Подставим (8) в (2), тогда}$$

$$\varepsilon = \frac{I_2 (R_{V2} + R_2) R_{V1} R_1}{(R_{V1} + R_1) R_{V2}} + I_2 R_2, \text{ отсюда ток}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon R_{V2} (R_{V1} + R_1)}{(R_{V2} + R_2) R_{V1} R_1 + R_2 R_{V2} (R_{V1} + R_1)} \quad \text{— (9)}.$$

Следовательно, показание второго вольтметра

$$U_2 = I_2 R_2 = \frac{\varepsilon R_2 R_{V2} (R_{V1} + R_1)}{(R_{V2} + R_2) R_{V1} R_1 + R_2 R_{V2} (R_{V1} + R_1)} = 100 \text{ В.}$$

Подставив (9) в (8), находим ток

$$I_1 = \frac{\varepsilon R_{V1} (R_{V2} + R_2)}{(R_{V2} + R_2) R_{V1} R_1 + R_2 R_{V2} (R_{V1} + R_1)},$$

тогда показание первого вольтметра

$$U_1 = I_1 R_1 = \frac{\varepsilon R_1 R_{V1} (R_{V2} + R_2)}{(R_{V2} + R_2) R_{V1} R_1 + R_2 R_{V2} (R_{V1} + R_1)} = 100 \text{ В.}$$

Применение правил Кирхгоффа к решению данной задачи авторы книги считают нерациональным. Читателю предлагается самостоятельно решить данную задачу, используя законы Ома для участка цепи и для полной цепи.

**10.97.** За какое время  $\tau$  при электролизе водного раствора хлорной меди ( $\text{CuCl}_2$ ) на катоде выделится масса меди  $m = 4,74$  г, если ток  $I = 2$  А?

**Решение:**

Согласно первому закону Фарадея  $m = KI\tau$  — (1).

Электрохимический эквивалент хлорной меди  $K = \frac{1}{F} \frac{A}{Z}$ ,

где  $A = 64 \cdot 10^{-3}$  Кл/моль — постоянная Фарадея. Отсюда  $K = 332,8 \cdot 10^{-9}$  кг/Кл. Из (1)  $\tau = \frac{m}{KI}$ . Подставляя числовые данные, получим  $\tau \approx 2$  ч.

**10.98.** За какое время  $\tau$  при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катода) увеличится на  $\Delta m = 99$  г? Площадь пластинки  $S = 25$  см<sup>2</sup>, плотность тока  $j = 200$  А/м<sup>2</sup>. Найти толщину  $d$  слоя меди, образовавшегося на пластинке.

**Решение:**

Согласно первому закону Фарадея  $\Delta m = KI\tau$ . Молярная масса меди  $A = 64 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, валентность меди в  $\text{CuSO}_4$  равна  $Z = 2$ . Отсюда электрохимический эквивалент  $K = \frac{1}{F} \frac{A}{Z} = 332,8 \cdot 10^{-9}$  кг/Кл. Сила тока  $I = jS$ .

Тогда  $\Delta m = KjS\tau$ , откуда  $\tau = \frac{\Delta m}{KjS} = 595$  с  $\approx 10$  мин. Объем

образовавшегося слоя меди  $V = Sd = \frac{\Delta m}{\rho}$ , отсюда

$$d = \frac{\Delta m}{\rho S} = 4,6 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

**10.99.** При электролизе медного купороса за время  $\tau = 1$  ч выделилась масса меди  $m = 0,5$  г. Площадь каждого электрода  $S = 75$  см<sup>2</sup>. Найти плотность тока  $j$ .

**Решение:**

Имеем  $m = KjS\tau$  (см. задачу 10.98), откуда  $j = \frac{m}{KS\tau} = 55,6$  А/м<sup>2</sup>.