

11.118. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки $s = 1 \text{ мм}^2$, площадь рамки $S = 25 \text{ см}^2$. Нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Какое количество электричества q пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

Решение:

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока, $dq = -\frac{1}{R} d\Phi$. Отсюда $q = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi =$

$$= -\frac{1}{R} (\Phi_2 - \Phi_1) \quad (1). \text{ По условию } \Phi_2 = 0, \text{ а } \Phi_1 = BS.$$

Сопротивление рамки $R = \rho \frac{l}{s} = \rho \frac{4a}{s} = \rho \frac{4\sqrt{S}}{s}$, где a —

сторона рамки. Тогда из (1) получим $q = \frac{Bs\sqrt{S}}{4\rho} =$

$$= 74 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

11.119. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05$ Тл, помещена катушка, состоящая из $N = 200$ витков проволоки. Сопротивление катушки $R = 40$ Ом; площадь поперечного сечения $S = 12 \text{ см}^2$. Катушка помещена так, что ее ось составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением магнитного поля. Какое количество электричества q пройдет по катушке при исчезновении магнитного поля?

Решение:

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока, $dq = -\frac{1}{R} d\Phi$. Элементарный магнитный

поток $d\Phi = NS \cos \alpha dB$, где N — число витков катушки, S — площадь поперечного сечения. Тогда количество

электричества, которое пройдет по катушке при исчезновении магнитного поля, $q = -\frac{1}{R} \int_B^0 d\Phi = -\frac{NS \cos \alpha}{R} \int_B^0 dB =$
 $= \frac{BN \cos \alpha}{R} = 0,15 \text{ мКл.}$

11.120. Круговой контур радиусом $r = 2 \text{ см}$ помещен в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 0,2 \text{ Тл}$. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура $R = 1 \text{ Ом}$. Какое количество электричества q пройдет через катушку при повороте ее на угол $\alpha = 90^\circ$?

Решение:

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока, $dq = -\frac{1}{R} d\Phi$. Элементарный магнитный

поток $d\Phi = BS \sin \alpha d\alpha$, т. к. α — угол между плоскостью контура и направлением вектора магнитной индукции. Тогда количество электричества, которое пройдет через

катушку при повороте ее на угол $\alpha = 90^\circ$, $q = -\frac{1}{R} \int_0^\alpha d\Phi =$

$$= -\frac{BS}{R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha d\alpha = -\frac{BS}{R} \cos \alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}; \quad q = -\frac{BS}{R} \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) =$$

$$= \frac{BS}{R}. \text{ Т. к. } S = \pi r^2, \text{ то окончательно } q = \frac{B\pi r^2}{R} = 0,25 \text{ мКл.}$$

11.121. На соленоид длиной $l = 21 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$ надета катушка, состоящая из $N_1 = 50$ витков. Катушка соединена с баллистическим гальванометром, сопротивление которого $R = 1 \text{ кОм}$. По обмотке соле-

катушки, состоящей из $N_2 = 200$ витков, идет ток $I = 5$ А. Найти баллистическую постоянную C гальванометра, если известно, что при включении тока в соленоиде гальванометр дает отброс, равный 30 делениям шкалы. Сопротивлением катушки по сравнению с сопротивлением баллистического гальванометра пренебречь.

Решение:

Взаимная индуктивность катушки и соленоида

$L_{12} = \mu_0 n_1 n_2 S l$, где $n_1 = \frac{N_1}{l}$ и $n_2 = \frac{N_2}{l}$ — число витков на единицу длины соответственно катушки и соленоида. При

этом э.д.с., индуцируемая в катушке, $\varepsilon_i = -L_{12} \frac{dI}{dt}$ — (1)

или по закону Фарадея $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ — (2). Приравняв

правые части уравнений (1) и (2), получаем $\frac{d\Phi}{dt} = L_{12} \frac{dI}{dt}$

или $d\Phi = L_{12} dI = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S dI}{l}$. Количество электричес-

тва, прошедшего через гальванометр, $q = -\frac{1}{R} \int_1^0 d\Phi =$

$$= -\frac{1}{R} \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l} \int_1^0 dI = -\frac{1}{R} \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l} (-I) = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S I}{R l};$$

$q = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S I}{R l}$. Тогда баллистическая постоянная галь-

ванометра $C = \frac{q}{k} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S I}{k R l} = 10^{-8}$ Кл/дел, где k — число делений шкалы, на которое произошел отброс.

11.122. Для измерения индукции магнитного поля между полюсами электромагнита помещена катушка, состоящая из $N = 50$ витков проволоки и соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна направлению магнит-

ного поля. Площадь поперечного сечения катушки $S = 2 \text{ см}^2$. Сопротивление гальванометра $R = 2 \text{ кОм}$; его баллистическая постоянная $C = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/дел}$. При быстром выдергивании катушки из магнитного поля гальванометр дает отброс, равный 50 делениям шкалы. Найти индукцию B магнитного поля. Сопротивлением катушки по сравнению с сопротивлением баллистического гальванометра пренебречь.

Решение:

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока, $dq = -\frac{1}{R} d\Phi$. Элементарный магнитный поток

$d\Phi = NSdB$, где N — число витков проволоки, S — площадь поперечного сечения катушки. Количество электричества, которое протечет через гальванометр при быстром выдергивании катушки из магнитного поля,

$$q = -\frac{1}{R} \int_B^0 NSdB = \frac{NBS}{R} \quad (1). \text{ С другой стороны, } q = Ck \quad (2),$$

где C — баллистическая постоянная гальванометра, k — число делений отброса гальванометра. Приравнявая

правые части уравнений (1) и (2), получаем $\frac{NBS}{R} = Ck$,

откуда индукция магнитного поля электромагнита

$$B = \frac{RCk}{SN} = 0,2 \text{ Тл.}$$

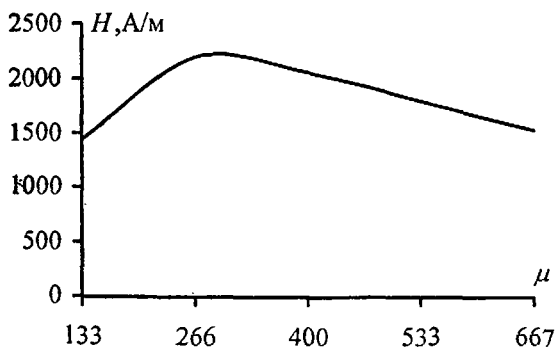
11.123. Зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H была впервые исследована А. Г. Столетовым в его работе «Исследование функции намагничивания мягкого железа». При исследовании Столетов придал испытываемому образцу железа форму тороида. Железо намагничивалось пропусканием тока I по первичной обмотке тороида. Изменение направления тока в этой первичной катушке вызывало в баллистическом гальванометре отброс на угол α . Гальва-

Гальванометр был включен в цепь вторичной обмотки тороида. Тороид, которым работал Столетов, имел следующие параметры: площадь поперечного сечения $S = 1,45 \text{ см}^2$, длина $l = 60 \text{ см}$, число витков первичной катушки $N_1 = 800$, число витков вторичной катушки $N_2 = 100$. Баллистическая постоянная гальванометра $C = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/дел}$ и сопротивление вторичной цепи $R = 12 \text{ Ом}$. Результаты одного из опытов Столетова сведены в таблицу:

$I, \text{ А}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
q (в дел. шкалы)	48,7	148	208	241	256

По этим данным составить таблицу и построить график зависимости магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H для железа, с которым работал Столетов.

Решение:



Напряженность магнитного поля в тороиде $H = \frac{IN_1}{l}$ —

(1). Если изменить направление тока в первичной катушке на противоположное, то через гальванометр пройдет количество электричества $q = \frac{2\Phi N_2}{R}$, где Φ — магнитный поток, пронизывающий площадь поперечного сечения

тороида. Но $\Phi = BS = \frac{\mu\mu_0 SIN_1}{l}$; следовательно,

$$q = \frac{2N_2\mu\mu_0 SIN_1}{RI}, \text{ откуда } \mu = \frac{qRI}{2\mu_0 N_1 N_2 SI}. \text{ Т. к. } q = C\alpha, \text{ то}$$

$$\mu = \frac{C\alpha RI}{2\mu_0 N_1 N_2 SI} \quad (2). \text{ Подставляя в (1) и (2) различные}$$

значения I и соответствующие значения α , данные в условии задачи, получим таблицу:

I, A	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$H, A/m$	133	266	400	533	667
μ	1440	2190	2050	1790	1520

11.124. Для измерения магнитной проницаемости железа из него был изготовлен тороид длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 4$ см². Одна из обмоток тороида имела $N_1 = 500$ витков и была присоединена к источнику тока, другая имела $N_2 = 1000$ витков и была присоединена к гальванометру. Переключая направление тока в первичной обмотке на обратное, мы вызываем во вторичной обмотке индукционный ток. Найти магнитную проницаемость железа μ , если известно, что при переключении в первичной обмотке направления тока $I = 1$ А через гальванометр прошло количество электричества $q = 0,06$ Кл. Сопротивление вторичной обмотки $R = 20$ Ом.

Решение:

Магнитный поток через катушку изменяется за время t от $\Phi = NBS$ до нуля. В катушке индуцируется э.д.с. Значения э.д.с. в различные моменты времени различны. По закону электромагнитной индукции э.д.с. в некоторый момент времени определяется по формуле $\varepsilon_{ii} = \frac{d\Phi}{dt}$. Изменение магнитного потока за время t можно определить как:

$\Phi = \int_0^t \varepsilon dt = \varepsilon t$. Э.д.с. в свою очередь связана с силой тока:

$\varepsilon = IR$, откуда изменение магнитного потока за время t равно $\Phi = R(I \cdot t)$. Выражение в скобках определяет полный заряд, протекший по цепи за время t , т. е. $\Phi = qR$ —

(1), но $\Phi = N_2 BS$ — (2), где $B = \frac{\mu\mu_0 IN_1}{l/2}$ — (3). Из (2) и (3)

получим $\Phi = \frac{2N_1 N_2 \mu\mu_0 IS}{l}$ — (4). Приравнявая (1) и (4),

найдем $\mu = \frac{qRl}{2N_1 N_2 \mu_0 IS} = 1200$.

11.125. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии $R = 10$ Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя $L = 2$ Гн, сопротивление $r = 1$ Ом. Через какое время t после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U = 6$ В?

Решение:

Вследствие явления самоиндукции при включении э.д.с. сила тока в лампочке нарастает по закону

$I = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{R+r}{L}t\right) \right)$ — (1). По закону Ома для участка

цепи начальный и конечный токи соответственно равны

$I_0 = \frac{\varepsilon}{R+r}$ и $I = \frac{U}{R+r}$, тогда уравнение (1) можно

переписать в виде $U = \varepsilon \left(1 - \exp\left(-\frac{R+r}{L}t\right) \right)$ или

$1 - \frac{U}{\varepsilon} = \exp\left(-\frac{R+r}{L}t\right)$ — (2). Прологарифмируем уравне-

ние (2), тогда $\ln\left(1 - \frac{U}{\varepsilon}\right) = -\frac{R+r}{L}t$, откуда время, через

которое загорится лампочка после включения,

$$t = -\frac{L}{R+r} \ln\left(1 - \frac{U}{\varepsilon}\right) = 126 \text{ мс.}$$

11.126. Имеется катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 2$ см. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S = 1 \text{ мм}^2$. Катушка включена в цепь с некоторой э.д.с. При помощи переключателя э.д.с. выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время t после выключения э.д.с. ток в цепи уменьшится в 2 раза?

Решение:

Магнитный поток, создаваемый током I в катушке, связан с ее индуктивностью соотношением: $\Phi = LI$. При изменении тока на величину ΔI магнитный поток изменяется на $\Delta\Phi = L\Delta I$. По условию задачи $\Delta I = I - \frac{I}{2} = \frac{I}{2}$, т. е.

$$\Delta\Phi = \frac{LI}{2}. \text{ С другой стороны, } \Delta\Phi = RI\Delta t \text{ (см. задачу}$$

11.124), тогда $\frac{LI}{2} = RI\Delta t$, откуда $\Delta t = \frac{L}{2R}$ — (1). Найдем индуктивность катушки и ее сопротивление. Имеем

$$L = \frac{\mu\mu_0 SN^2}{l}, \text{ где площадь поперечного сечения катушки}$$

$$S = \pi \frac{D^2}{4}. \text{ Откуда } L = \frac{\mu\mu_0 \pi D^2 N^2}{4l} \text{ — (2). Сопротивление}$$

катушки $R = \rho \frac{l'}{S}$, где длина проволоки $l' = \pi DN$. Отсюда

$$R = \rho \frac{\pi DN}{S} \text{ — (3). Подставляя (2) и (3) в (1), получим}$$

$$\Delta t = \frac{\mu\mu_0 DNS}{8l\rho}. \text{ Подставляя числовые данные, получим}$$

$$\Delta t = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

11.127. Катушка имеет индуктивность $L = 0,2$ Гн и сопротивление $R = 1,64$ Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время $t = 0,05$ с после того, как э.д.с. выключена и катушка замкнута накоротко?

Решение:

Магнитный поток, создаваемый током I в катушке, связан с ее индуктивностью соотношением: $\Phi = LI$. При изменении тока на величину ΔI магнитный поток изменяется

на $\Delta\Phi = L\Delta I$. По условию задачи $\Delta I = I - \frac{I}{n} = I\left(1 - \frac{1}{n}\right)$,

т.е. $\Delta\Phi = LI\left(1 - \frac{1}{n}\right)$. С другой стороны, $\Delta\Phi = RI\Delta t$ (см.

задачу 11.124), тогда $LI\left(1 - \frac{1}{n}\right) = RI\Delta t$ или, учитывая, что

$\Delta t = t$, и преобразуя последнее выражение, $L - Rt = \frac{L}{n}$,

откуда $n = \frac{L}{L - Rt} = 1,6$. Т.е. ток в катушке уменьшится в 1,6 раза.

11.128. Катушка имеет индуктивность $L = 0,144$ Гн и сопротивление $R = 10$ Ом. Через какое время t после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?

Решение:

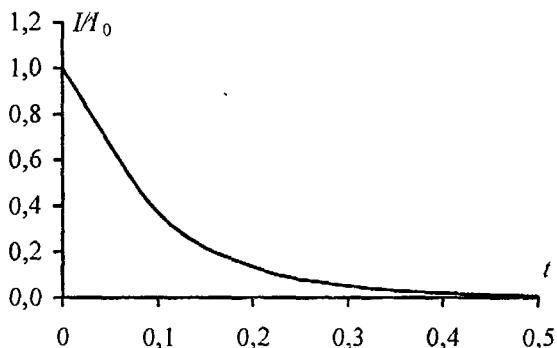
Имеем $t = \frac{L}{2R}$ (см. задачу 11.126). Подставляя числовые

данные, получим $t = 7,2 \cdot 10^{-3}$ с.

11.129. Контур имеет сопротивление $R = 2$ Ом и индуктивность $L = 0,2$ Гн. Построить график зависимости тока I в контуре от времени t , прошедшего с момента включения в цепь

э.д.с., для интервала $0 \leq t \leq 0,5$ с через каждую 0,1 с. По оси ординат откладывать отношение нарастающего тока I к конечному току I_0 .

Решение:



Изменение потока магнитной индукции $d\Phi$ связано с изменением тока dI в цепи соотношением $d\Phi = LdI$. С другой стороны, $d\Phi = RIdt$ (см. задачу 11.124). Отсюда

$LdI = RIdt$ или $\frac{dI}{I} = \frac{R}{L}dt$. Интегрируя полученное вы-

ражение, получим $\int_1^{I_0} \frac{dI}{I} = \int_0^t \frac{R}{L} dt$; $\ln \frac{I_0}{I} = \frac{R}{L}t$. Отсюда

$\frac{I_0}{I} = \exp\left(\frac{R}{L}t\right)$ или $\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$. Подставляя числовые

данные, получим $\frac{I}{I_0} = \exp(-10t)$. Для заданного интервала

t составим таблицу и построим график зависимости $\frac{I}{I_0}(t)$:

$t, \text{с}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
I/I_0	1,000	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007

11.130. Квадратная рамка из медной проволоки сечением $S = 1 \text{ мм}^2$ помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B = B_0 \sin \omega t$, где $B_0 = 0,01 \text{ Тл}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $T = 0,02 \text{ с}$. Площадь рамки $S = 25 \text{ см}^2$. Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени t и наибольшее значение: а) магнитного потока Φ , пронизывающего рамку; б) э.д.с. индукции ε , возникающей в рамке; в) тока I , текущего по рамке.

Решение:

Найдем угловую скорость вращения рамки. Имеем $\omega = \frac{2\pi}{T}$, подставляя числовое значение периода T , получим $\omega = 100\pi$.

Магнитный поток, пронизывающий рамку, равен $\Phi = BS = B_0 S \sin \omega t$. Подставляя числовые данные, получим $\Phi = 25 \cdot 10^{-6} \sin 100\pi t$. Максимальное значение магнитного потока равно амплитуде и равно $\Phi_{\max} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$. Э.д.с. индукции, возникающей в рамке

равна $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$. Дифференцируя магнитный поток Φ по

времени t , получим $\varepsilon = 7,85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t$. Максимального значения э.д.с. достигнет при $\cos 100\pi t = 1$, т.е.

$\varepsilon_{\max} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ В}$. Силу тока, текущего в рамке, можно

найти по закону Ома $I = \frac{\varepsilon}{R}$. Найдем сопротивление R

рамки. Имеем $R = \rho \frac{l}{S}$, где l — длина проволоки

$l = 2\pi a = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 2\sqrt{\pi S}$. Отсюда $R = \rho \frac{2\sqrt{\pi S}}{S} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$.

Тогда $I = 2,5 \cos 100\pi t$, а $I_{\max} = 2,5 \text{ А}$.

11.131. Через катушку, индуктивность которой $L = 21 \text{ мГн}$, течет ток, изменяющийся со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 5 \text{ А}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $T = 0,02 \text{ с}$. Найти зависимость от времени t : а) э.д.с. ε самоиндукции, возникающей в катушке; б) энергии W магнитного поля катушки.

Решение:

а) Э.д.с. самоиндукции определяется формулой $\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}$ —

(1). По условию ток изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$ — (2). Подставляя (2) в (1), получаем

$$\varepsilon_c = -L \frac{d}{dt}(I_0 \sin \omega t) = -LI_0 \omega \cos \omega t, \quad \text{где } \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{тогда}$$

$$\varepsilon_c = -33 \cos 100\pi t.$$

б) Магнитная энергия контура с током $W = \frac{LI^2}{2}$ или, с уче-

$$\text{том (2), } W = \frac{LI_0^2 \sin^2 \omega t}{2} = 0,263 \sin^2 100\pi t.$$

11.132. Две катушки имеют взаимную индуктивность $L_{12} = 5 \text{ мГн}$. В первой катушке ток изменяется по закону

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad \text{где } I_0 = 10 \text{ А}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и } T = 0,02 \text{ с.}$$

Найти зависимость от времени t э.д.с. ε_2 , индуцируемой во второй катушке, и наибольшее значение $\varepsilon_{2\max}$ этой э.д.с.

Решение:

Зависимость э.д.с., индуцируемой во второй катушке,

$$\text{от времени (см. задачу 11.131): } \varepsilon_2 = -L_{12} \frac{dI}{dt} =$$

$$= -L_{12} I_0 \omega \cos \omega t = -15,7 \cos 100\pi t. \quad \text{Э.д.с. индукции будет максимальной в том случае, когда } \cos \omega t = -1, \quad \text{тогда}$$

$$\varepsilon_{2\max} = 15,7 \text{ В.}$$