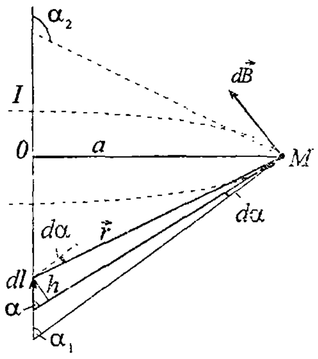
В некоторых задачах этого раздела необходимо найти магнитную проницаемость μ материала. Для этого следует воспользоваться графиком зависимости магнитной индукции B от напряженности H магнитного поля, приведенным в приложении. Если известно значение B (или H), то, найдя по графику соответствующее ему значение H (или B), можно вычислить μ, используя соотношение $B = \mu\mu_0 H$. Кроме того, в этом разделе используются данные таблиц 3 и 15 из приложения. В задачах 11.66, 11.83, 11.123 дан авторский вариант решения.

11.1. Найти напряженность H магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии $a = 2$ м от бесконечно длинного проводника, по которому течет ток $I = 5$ А.

Решение:



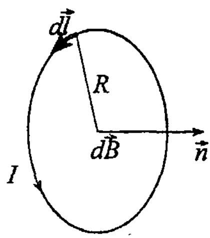
Выберем на проводнике с током элемент тока длиной $d\vec{l}$ (см. рисунок). Индукция магнитного поля, создаваемая этим элементом в точке M, согласно закону Био — Савара — Лапласа, $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{l}\cdot r]}{r^3}$. Вектор $d\vec{B}$ в точке M направлен от нас в плоскость чертежа. Модуль этого вектора $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$. Выразим r и dl через угол α: $r = \frac{a}{\sin\alpha}$, а поскольку $\frac{h}{dl} = \frac{rd\alpha}{dl} = \sin\alpha$, то $dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{ad\alpha}{\sin^2\alpha}$. Тогда $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Iad\alpha\sin\alpha\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha a^2} =$

$= \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} \sin\alpha d\alpha$. Результирующую индукцию магнитного поля в точке M найдем интегрированием: $B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} \sin\alpha d\alpha$. Здесь α — угол между направлением тока в проводнике (направлением вектора $d\vec{l}$) и вектором $\vec{r}$, проведенным от элемента $d\vec{l}$ в точку M, в которой определяется индукция магнитного поля. Если проводник бесконечно длинный, то $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Тогда результирующая индукция магнитного поля $B = \int_0^{\pi} \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} \sin\alpha d\alpha$; $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}$. Поскольку $B = \mu\mu_0 H$, то $H = \frac{I}{2\pi a} = 398$ мА.

11.2. Найти напряженность H магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом $R = 1$ см, по которому течет ток $I = 1$ А.

Решение:

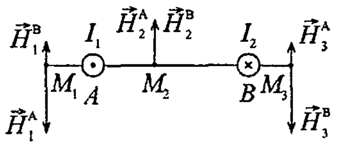
Каждый элемент тока создает в центре индукцию, направленную вдоль положительной нормали к контуру. Поэтому векторное сложение $d\vec{B}$ сводится к сложению их модулей. По закону Био — Савара — Лапласа $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}$. Проинтегрируем это выражение по всему контуру: $B = \int dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \oint dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{2R}$.



Поскольку $B = \mu\mu_0 H$, то $H = \frac{I}{2R}$. Подставляя числовые данные, получим $H = 50$ А/м.

11.3. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между проводниками $AB = 10$ см, токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Найти напряженности H магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния $M_1A = 2$ см, $AM_2 = 4$ см и $BM_3 = 3$ см.

Решение:



Согласно принципу суперпозиции напряженности $\vec{H}_1$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3$ магнитного поля в точках M_1, M_2 и M_3 складываются из напряженностей, создаваемых токами I_1 и I_2. $\vec{H}_1 = \vec{H}_1^A + \vec{H}_1^B$; $\vec{H}_2 = \vec{H}_2^A + \vec{H}_2^B$; $\vec{H}_3 = \vec{H}_3^A + \vec{H}_3^B$. Напряженность $H = \dfrac{I}{2\pi a}$, где a — расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется напряженность. Тогда $H_1^A =$

$$= \frac{I_1}{2\pi \cdot M_1A} = 159{,}2 \text{ А/м}; \qquad H_1^B = \frac{I_2}{2\pi \cdot (AB + M_1A)} = 39{,}8 \text{ А/м};$$

$$H_2^A = \frac{I_1}{2\pi \cdot M_2A} = 79{,}6 \text{ А/м}; \quad H_2^B = \frac{I_2}{2\pi \cdot (AB - M_2A)} = 79{,}6 \text{ А/м}$$

$$H_3^A = \frac{I_1}{2\pi \cdot (AB + M_3B)} = 24{,}5 \text{ А/м};$$

$H_3^B = \dfrac{I_2}{2\pi \cdot M_3B} = 159{,}2$ А/м. Отсюда, с учетом рисунка, $H_1 = H_1^A - H_1^B = 119{,}4$ А/м; $\qquad H_2 = H_2^A + H_2^B = 159{,}2$ А/м; $H_3 = H_3^B - H_3^A = 134{,}7$ А/м.

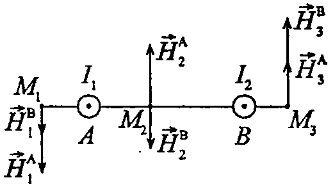
11.4. Решить предыдущую задачу при условии, что токи текут в одном направлении.

Решение:

$H_1 = H_1^A + H_1^B = 199$ А/м;

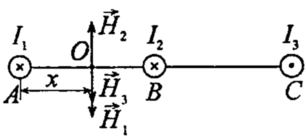
$H_2 = H_2^A - H_2^B = 0$ А/м;

$H_3 = H_3^B + H_3^A = 183{,}7$ А/м (см. задачу 11.3).



11.5. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AB = BC = 5$ см, токи $I_1 = I_2 = I$ и $I_3 = 2I$. Найти точку на прямой AC, в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2 и I_3, равна нулю.

Решение:

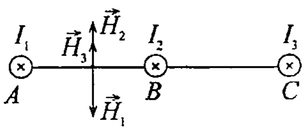


Искомая точка не может находиться на отрезке BC, т. к. векторы $\vec{H}_1$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3$ здесь направлены в одну сторону и их сумма не может быть равной нулю. Тогда точка с нулевой напряженностью магнитного поля находится на отрезке AB на расстоянии x от точки A. Направления векторов $\vec{H}_1$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3$ показаны на рисунке. По условию $\vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = 0$, следовательно, $H_1 + H_3 = H_2$ — (2). Напряженность магнитного поля $H = \frac{I}{2\pi a}$, где a — расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется напряженность. Тогда $H_1 = \frac{I}{2\pi x}$ — (2); $H_2 = \frac{I}{2\pi(AB - x)}$ — (3);

$H_3 = \frac{2I}{2\pi(BC + AB - x)}$ — (4). Подставив в (2) — (4) известные числовые данные, а затем подставив эти уравнения в (1), получим $\frac{I}{2\pi x} + \frac{2I}{2\pi(0{,}1 - x)} = \frac{I}{2\pi(0{,}05 - x)}$. Разделив уравнение на $\frac{I}{2\pi}$, получим $\frac{1}{x} + \frac{2}{0{,}1 - x} = \frac{1}{0{,}05 - x}$. Решив данное уравнение, найдем $x = 0{,}033$ м. Т. е. точка O находится между точками I_1 и I_2 на расстоянии 3,3см от точки A.

11.6. Решить предыдущую задачу при условии, что токи текут в одном направлении.

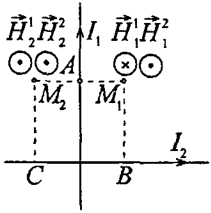
Решение:



Задачу решаем аналогично 11.5. При условии, что все токи текут в одном направлении, уравнение (1) примет вид: $H_2 + H_3 = H_1$ (см. рисунок). Решая далее, получим уравнение $\frac{2}{0{,}1 - x} + \frac{1}{0{,}05 - x} = \frac{1}{x}$. Приведя данное уравнение к квадратному и решив его, найдем, что напряженность равна нулю в точках, лежащих правее точки A на расстояниях 1,8 см и 6,96 см от нее.

11.7. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости (см. рисунок). Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2, если токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $BM_1 = CM_2 = 2$ см.

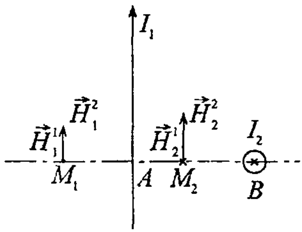
Решение:



Напряженность в точке M_1: $\vec{H}_1 = \vec{H}_1^1 + \vec{H}_1^2$, где $\vec{H}_1^1$ — напряженность магнитного поля тока I_1, $\vec{H}_1^2$ — напряженность магнитного поля тока I_2. Направление векторов определим по правилу правого винта: $\vec{H}_1^1$ — от нас, $\vec{H}_1^2$ — к нам. Имеем $H_1^1 = \dfrac{I_1}{2\pi \cdot AM_1} = 31{,}8$ А/м; $H_1^2 = \dfrac{I_2}{2\pi \cdot BM_1} = 23{,}8$ А/м. Поскольку векторы $\vec{H}_1^1$ и $\vec{H}_1^2$ направлены в противоположные стороны, то имеем $H_1 = H_1^1 - H_1^2 = 8$ А/м. Напряженность в точке M_2: $\vec{H}_2 = \vec{H}_2^1 + \vec{H}_2^2$, где оба вектора $\vec{H}_2^1$ и $\vec{H}_2^2$ направлены к нам. $H_2^1 = \dfrac{I_1}{2\pi \cdot AM_2} = 31{,}8$ А/м; $H_2^2 = \dfrac{I_2}{2\pi \cdot CM_2} = 23{,}8$ А/м, тогда $H_2 = H_2^1 + H_2^2 = 55{,}6$ А/м.

11.8. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях. Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2, если токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $AB = 2$ см.

Решение:



Напряженность в точке M_1: $\vec{H}_1 = \vec{H}_1^1 + \vec{H}_1^2$. Вектор $\vec{H}_1^1$ направлен к нам, вектор $\vec{H}_1^2$ направлен перпендикулярно $\vec{H}_1^1$, вверх. Напряженность в точке

M_2: $\vec{H}_2 = \vec{H}^1 + \vec{H}_2^2$. Вектор $\vec{H}_2^1$ направлен от нас, вектор $\vec{H}_2^2$ направлен вверх перпендикулярно $\vec{H}_2^1$. Найдем величины:

$$H_1^1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot AM_1} = 31{,}8 \text{ А/м}; \quad H_1^2 = \frac{I_2}{2\pi \cdot (AB + AM_1)} = 15{,}9 \text{ А/м};$$

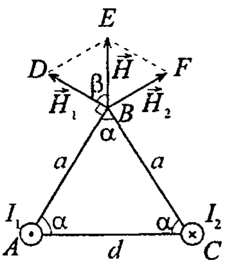
$$H_2^1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot AM_2} = 31{,}8 \text{ А/м}; \quad H_2^2 = \frac{I_2}{2\pi \cdot (AB - AM_2)} = 47{,}8 \text{ А/м}.$$

Тогда $H_1 = \sqrt{(H_2^1)^2 + (H_1^2)^2} = 35{,}6$ А/м;

$H_2 = \sqrt{(H_2^1)^2 + (H_2^2)^2} = 57{,}4$ А/м.

11.9. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Найти модуль и направление напряженности $\vec{H}$ магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10$ см от каждого проводника.

Решение:



Согласно принципу суперпозиции напряженность магнитного поля в точке B: $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$, где $H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}$; $H_2 = \frac{I_2}{2\pi a}$. Поскольку $I_1 = I_2$, то $H_1 = H_2$. Следовательно, вектор $\vec{H}$ будет перпендикулярен плоскости, в которой лежат оба проводника. Треугольник ABC — равносторонний, т. к. $a = d$, следовательно, угол $\alpha = 60°$. $\angle DBA = \angle FBC$, отсюда $\beta = 60°$. Т. к. две боковые стороны треугольника BDE равны и угол при основании равен $60°$, то треугольник равносторонний. Тогда модуль вектора $\vec{H}$ равен модулю вектора $\vec{H}_1$, т. е. $H = H_1 = \frac{I_1}{2\pi a} = 8$ А/м.

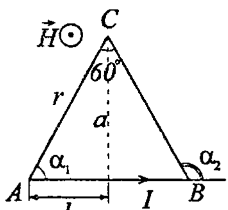
11.10. По длинному вертикальному проводнику сверху вниз идет ток $I = 8$ А. На каком расстоянии a от него напряженность поля, получающегося от сложения земного магнитного поля и поля тока, направлена вертикально вверх? Горизонтальная составляющая напряженности земного поля $H_г = 16$ А/м.

Решение:

Вектор магнитного поля Земли имеет горизонтальную $\vec{H}_г$ и вертикальную $\vec{H}_в$ составляющие. Для того чтобы было выполнено условие задачи, необходимо, чтобы магнитное поле тока $\vec{H}$ было равно по величине и противоположно по направлению $\vec{H}_г$. Таким образом, $H = H_г = \frac{I}{2\pi a}$, откуда $a = \frac{I}{2\pi H_г}$. Подставляя числовые данные, получим $a = 0{,}08$ м.

11.11. Найти напряженность H магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии $a = 5$ см от него. По проводнику течет ток $I = 20$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом $60°$.

Решение:



По закону Био — Савара — Лапласа элемент контура dl, по которому течет ток I, создаст в некоторой точке A пространства магнитное поле напряженностью $dH = \frac{I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl$, где r — расстояние от точки A до элемента тока dl, α — угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и элементом тока dl. Напряженность магнитного поля в точке C будет равна $H = \int\limits_{\alpha_2}^{\alpha_1} \frac{I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl$. Но $l = a \cdot ctg\alpha$ и $dl = -\frac{a d\alpha}{\sin^2\alpha}$. Далее, $r = \frac{a}{\sin\alpha}$. Следовательно, $H = -\frac{I}{4\pi a} \int\limits_{\alpha_2}^{\alpha_1} \sin\alpha d\alpha = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = 31{,}8$ А/м, где $\alpha_2 = 180° - 60° = 120°$.

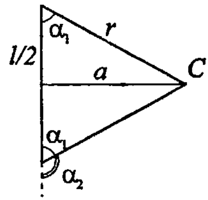
11.12. Решить предыдущую задачу при условии, что ток в проводнике $I = 30$ А и отрезок проводника виден из точки C под углом $90°$. Точка расположена на расстоянии $a = 6$ см от проводника.

Решение:

Из задачи 11.11 имеем $H = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Здесь $\alpha_1 = 45°$, $\alpha_2 = 180° - 45° = 135°$. Подставляя числовые данные, получим $H = 56{,}3$ А/м.

11.13. Отрезок прямолинейного проводника с током имеет длину $l = 30$ см. При каком предельном расстоянии a от него для точек, лежащих на перпендикуляре к его середине, магнитное поле можно рассматривать как поле бесконечно длинного прямолинейного тока? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%. Указание: допускаемая ошибка $\delta = \frac{(H_2 - H_1)}{H_2}$, где H_1 — напряженность поля от отрезка проводника с током и H_2 — напряженность поля от бесконечно длинного прямолинейного тока.

Решение:



Напряженность магнитного поля, создаваемая отрезком прямолинейного проводника с током, $H_1 = \frac{I}{4\pi a} \times (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$ — (1) (см. задачу 11.11). Бесконечно длинный прямолинейный проводник с током создает магнитное поле напряженностью $H_2 = \frac{I}{2\pi a}$ — (2). Допускаемая ошибка $\delta = \frac{H_2 - H_1}{H_2}$ — (3). Подставляя (1) и (2) в (3), получим $\delta = 1 - \frac{\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2}{2}$. Из рисунка видно, что $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$, тогда $\cos\alpha_2 = \cos(\pi - \alpha_1) = -\cos\alpha_1$. Отсюда $\delta = 1 - \cos\alpha_1$ или $\cos\alpha_1 = 1 - \delta$. Имеем $\frac{l}{2} = r\cos\alpha_1 = r(1-\delta)$, где $r = \frac{a}{\sin\alpha_1} = \frac{a}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_1}} = \frac{a}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}$. Тогда $\frac{l}{2} = \frac{a(1-\delta)}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}$, откуда $a = \frac{l\sqrt{1-(1-\delta)^2}}{2(1-\delta)} = 5$ см.

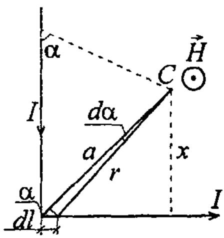
11.14. В точке C, расположенной на расстоянии $a = 5$ см от бесконечно длинного прямолинейного проводника с током, напряженность магнитного поля $H = 400$ А/м. При какой предельной длине l проводника это значение напряженности будет верным с точностью до 2%? Найти напряженность H магнитного поля в точке C, если проводник с током имеет длину $l = 20$ см и точка C расположена на перпендикуляре к середине этого проводника.

Решение:

Воспользуемся формулой, полученной в предыдущей задаче, $\frac{l}{2}=\frac{a(1-\delta)}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}$. По условию $\delta=0{,}02$, тогда $l=\frac{2a(1-\delta)}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}=0{,}245$ м. Напряженность магнитного поля в точке C (см. рисунок к задаче 11.13) $H_1=\frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)=\frac{I\cos\alpha_1}{2\pi a}$ — (1). Силу тока I найдем из выражения $H_2=\frac{I}{2\pi a}$, откуда $I=2H_2\pi a$ — (2), где $H_2=400$ А/м. Значение $\cos\alpha_1$ найдем, вычислив $tg\alpha_1=\frac{2a}{l}=0{,}5$. Отсюда угол $\alpha_1\approx 27°$, $\cos\alpha_1\approx 0{,}89$. Подставляя (2) в (1), получим $H_1=H_2\cos\alpha_1=356$ А/м.

11.15. Ток $I=20$ А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность H магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии $a=10$ см.

Решение:



Разобьем проводник на вертикальный и горизонтальный участки, каждый из которых создает в точке C магнитное поле. Пусть $\vec{H}_1$ — напряженность магнитного поля, создаваемого вертикальным участком, $\vec{H}_2$ — горизонтальным. Тогда результирующая напряженность $\vec{H}=\vec{H}_1+\vec{H}_2$. Поскольку векторы $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ направлены на нас, то можно записать: $H=H_1+H_2$ — (1). По закону Био — Савара — Лапласа

$H_1=\int_0^{\frac{3\pi}{4}}\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$ — (2); $H_2=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$ — (3). Выразим величины r и dl через угол α: $dl=\frac{rd\alpha}{\sin\alpha}$; $r=\frac{x}{\sin\alpha}$, где $x=\frac{a}{\sqrt{2}}$, т. е. $r=\frac{a}{\sqrt{2}\sin\alpha}$. Подставим полученные соотношения в интеграл $\int\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$ и вычислим его: $\int\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl=\frac{I}{4\pi}\int\frac{\sin\alpha\cdot 2\sin^2\alpha\cdot a}{a^2\sin\alpha\cdot\sqrt{2}\sin\alpha}d\alpha=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\int\sin\alpha d\alpha$. Тогда $H_1=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\int_0^{\frac{3\pi}{4}}\sin\alpha d\alpha$; $H_1=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\left(-\cos\frac{3}{4}\pi+\cos 0\right)$; $H_1=37{,}9$ А/м. Аналогично $H_2=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\left(-\cos\pi+\cos\frac{\pi}{4}\right)$; $H_2=39{,}3$ А/м. Подставив полученные значения в (1), найдем $H=77{,}2$ А/м.

11.16. Ток $I=20$ А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S=1\,мм^2$, создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H=178$ А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

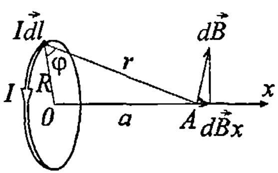
Решение:

Напряженность в центре кругового тока $H=\frac{I}{2r}$ (см. задачу 11.2), где r — радиус витка. К концам проволоки приложена разность потенциалов $U=IR$ — (2), где сопротивление проволоки $R=\rho\frac{l}{S}$ — (3). Удельная проводимость меди $\rho=0{,}017$ мкОм·м, длина проволоки

$l = 2\pi r$ — (4). Из (1) найдем $r = \frac{I}{2H}$ — (5). Решая совместно уравнения (2) — (5), получим $U = \frac{\pi\rho I^2}{HS}$; $U = 0{,}12$ В.

11.17. Найти напряженность H магнитного поля на оси кругового контура на расстоянии $a = 3$ см от его плоскости. Радиус контура $R = 4$ см, ток в контуре $I = 2$ А.

Решение:



Выберем элемент тока $I\vec{dl}$. В точке A он создает поле $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[\vec{dl},\vec{r}\right]}{r^3}$. В силу симметрии суммарный вектор $\vec{B}$ направлен вдоль оси x, а это значит, что для нахождения модуля вектора надо сложить проекции всех векторов $d\vec{B}$ на ось Ox. $dB_x = dB\cos\varphi = \; = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I_0 dl}{r^3}\cos\varphi$. Интегрируя это выражение по всем dl, что дает $2\pi R$, и учитывая, что $\cos\varphi = \frac{R}{r}$, $r = \left(a^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}}$, получаем $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(a^2 + R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$.

Поскольку $B = \mu\mu_0 H$, то $H = \frac{R^2 I}{2\left(a^2 + R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$; $H = 12{,}7$ А/м.

11.18. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка $H_0 = 0{,}8$ Э. Радиус витка $R = 11$ см. Найти напряженность H магнитного поля на оси витка на расстоянии $a = 10$ см от его плоскости.

Решение:

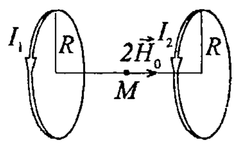
Переведем значение напряженности в единицы СИ. Поскольку $1 Э = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^3$ А/м $\approx 79{,}6$ А/м, то $H_0 = 0{,}8$ Э $=$ $= 63.7$ А/м. Напряженность магнитного поля на оси кругового витка $H = \frac{R^2 I}{2\left(R^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$. Нам неизвестен ток I. Но напряженность в центре витка $H_0 = \frac{I}{2R}$, откуда $I = 2H_0 R$.

Тогда $H = \frac{R^3 H_0}{\left(R^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 25{,}7$ А/м.

11.19. Два круговых витка радиусом $R = 4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Найти напряженность H магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

Решение:

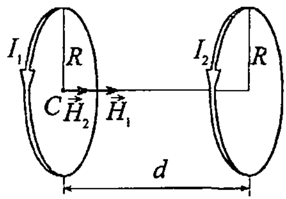
Напряженность магнитного поля, создаваемого каждым из круговых витков в точке M, равна $H_0 = \frac{IR^2}{2\left(R^2 + r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$, где



$r = \frac{d}{2} = 5$ см. Поскольку величины I, R и r для обоих витков одинаковы, то значение напряженности по абсолютной величине для обоих витков будет равным, т. е. $H_{01} = H_{02}$. Согласно принципу суперпозиции результирующая напряженность магнитного поля $\vec{H} = \vec{H}_{01} + \vec{H}_{02}$. Если токи в витках текут в одном направлении, то направления векторов напряженности $\vec{H}_{01}$ и $\vec{H}_{02}$ совпадают и $\vec{H} = 2\vec{H}_0$ или $H = \dfrac{IR^2}{\left(R^2 + r\right)^{\frac{3}{2}}} = 12{,}2$ А/м. Если токи текут в противоположных направлениях, то $\vec{H}_{01} = -\vec{H}_{02}$ и $H = 0$.

11.20. Два круговых витка радиусом $R = 4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 4$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре одного из витков. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

Решение:



Согласно принципу суперпозиции напряженность в точке C равна $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$, где $H_1 = \dfrac{I_1}{2R_1}$, $H_2 = \dfrac{I_2 R_2^2}{2\left(R_2^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$. Если токи текут в одном направлении, то $H = H_1 + H_2$. По условию $R_1 = R_2 = R$ и $I_1 = I_2 = I$. Тогда $H = \dfrac{I}{2R} + \dfrac{IR^2}{2\left(R^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$.

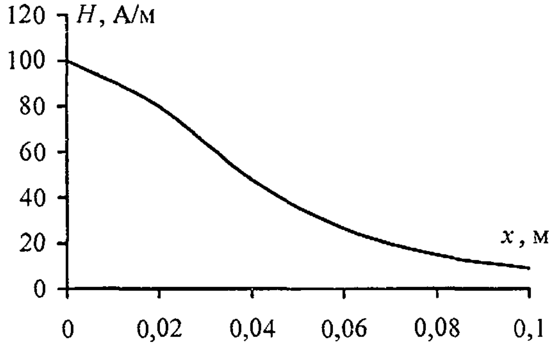
Подставляя числовые данные, получим $H = 62{,}3$ А/м. Если токи текут в противоположных направлениях, то $H = H_1 - H_2$; $H = 37{,}7$ А/м.

11.21. Найти распределение напряженности H магнитного поля вдоль оси кругового витка диаметром $D = 10$ см, по которому течет ток $I = 10$ А. Составить таблицу значений H и построить график для значений x в интервале через каждые 2см.

Решение:

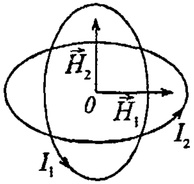
Зависимость напряженности магнитного поля H от расстояния x, откладываемого по оси кругового витка, дается следующим уравнением: $H = \frac{IR^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$, где $R = \frac{D}{2} =$ $= 5$ см. Подставляя числовые данные, получим $H = \frac{12{,}5 \cdot 10^{-3}}{\left(25 \cdot 10^{-4} + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$. По данной зависимости составим таблицу и построим график.

x, м	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1
H, А/м	100,00	80,04	47,61	26,24	14,89	8,94



11.22. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R = 2$ см, токи в витках $I_1 = I_2 = 5$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре этих витков.

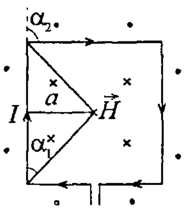
Решение:



Напряженность магнитного поля в центре кругового витка с током $H = \frac{I}{2R}$. На рисунке видно, что векторы $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ взаимно перпендикулярны. Согласно принципу суперпозиции результирующая напряженность $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$ или $H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$. Поскольку $I_1 = I_2 = I$ и $R_1 = R_2 = R$, то $H_1 = H_2 = \frac{I}{2R}$. Тогда $H = \frac{I}{2R}\sqrt{2} = 177$ А/м.

11.23. Из проволоки длиной $l = 1$ м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток $I = 10$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре рамки.

Решение:



Рамку можно условно разбить на четыре проводника длиной $\frac{l}{4}$, каждый из которых создает магнитное поле напряженностью $H_0 = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$ (см. задачу 11.11). Из рисунка видно, что $a = \frac{l}{8}$, угол $\alpha_1 = 45°$, угол $\alpha_2 = 135°$. Очевидно, что результирующая напряженность $\vec{H} = 4\vec{H}_0$. Вектор $\vec{H}$ направлен от нас, в плоскость чертежа. Таким образом, $H = \frac{8I}{\pi l} \times$ $\times(\cos 45° - \cos 135°) = \frac{8\sqrt{2}I}{\pi l}$; $H = 36$ А/м.

11.24. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле напряженностью H при разности потенциалов U_1 на концах витка. Какую надо приложить разность потенциалов U_2, чтобы получить такую же напряженность магнитного поля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?

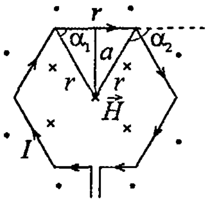
Решение:

Напряженность в центре кругового витка с током $H = \frac{I}{2r}$, где r — радиус витка. По закону Ома $I = \frac{U}{R}$, где сопротивление проводника $R = \rho\frac{l}{S}$. Для кругового витка радиуса r длина проводника $l_1 = 2\pi r$, тогда $R_1 = \rho\frac{2\pi r}{S}$ и $I_1 = \frac{U_1 S}{2\rho\pi r}$. Для кругового витка радиуса $2r$ длина проводника $l_2 = 4\pi r$, тогда $R_2 = \rho\frac{4\pi r}{S}$ и $I_2 = \frac{U_1 S}{4\rho\pi r}$. По условию $H = \frac{I_1}{2r} = \frac{I_2}{4r}$ или $\frac{U_1 S}{4\rho\pi r^2} = \frac{U_2 S}{16\rho\pi r^2}$, откуда $U_2 = 4U_1$.

11.25. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I = 2$ А. При этом в центре рамки образуется магнитное поле напряженностью $H = 33$ А/м. Найти длину l проволоки, из которой сделана рамка.

Решение:

Разобьем шестиугольник на шесть прямолинейных проводников длиной $r = \frac{l}{6}$, каждый из которых создает в центре шестиугольника магнитное поле напряженностью $H_0 = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$ (см. задачу 11.11). Из рисунка

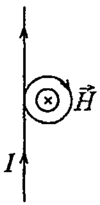


найдем $\alpha_1 = 60°$; $\alpha_2 = 120°$; $a = r\sin 60° = \frac{\sqrt{3}l}{12}$. Результирующий вектор $\vec{H} = 6\vec{H}_0$ и направлен от нас в плоскость рисунка. Подставив найденные величины, получим $H_0 = \frac{\sqrt{3}I}{\pi l}$.

Тогда $H = \frac{6\sqrt{3}I}{\pi l}$, откуда $l = \frac{6\sqrt{3}I}{H\pi} = 0{,}2$ м.

11.26. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу идет ток $I = 5$ А. Найти радиус R витка, если напряженность магнитного поля в центре витка $H = 41$ А/м.

Решение:

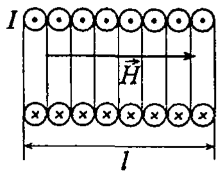


Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ в центре витка складывается из направленных за чертеж векторов напряженности $\vec{H}_1$, создаваемой прямолинейным проводником, и напряженности $\vec{H}_2$, создаваемой круговым током. $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$, где $H_1 = \frac{I}{2\pi R}$; $H_2 = \frac{I}{2R}$. Тогда $H = \frac{I(1+\pi)}{2\pi R}$, откуда $R = \frac{I(1+\pi)}{2\pi H} = 8$ см.

11.27. Катушка длиной $l = 30$ см имеет $N = 1000$ витков. Найти напряженность H магнитного поля внутри катушки, если по катушке проходит ток $I = 2$ А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

Решение:

По условию диаметр катушки намного меньше ее длины, тогда катушку можно считать бесконечно длинным соленоидом, для которого $H = In$, где $n = \dfrac{N}{l}$ — число витков на единицу длины. Таким образом, $H = I\dfrac{N}{l} = 6{,}67$ кА/м.



Направление магнитного поля в соленоиде (в разрезе)

11.28. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром $d = 0{,}8$ мм. Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточно длинной, найти напряженность H магнитного поля внутри катушки при токе $I = 1$ А.

Решение:

Внутри катушки напряженность поля $H = In$, где n — число витков на единицу длины, равное $\dfrac{1}{d}$. Отсюда $H = \dfrac{I}{d} = 1{,}25$ кА/м.

11.29. Из проволоки диаметром $d = 1$ мм надо намотать соленоид, внутри которого должна быть напряженность магнитного поля $H = 24$ кА/м. По проволоке можно пропускать предельный ток $I = 6$ А. Из какого числа слоев будет состоять обмотка соленоида, если витки наматывать плотно друг к другу? Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

Решение:

Если обмотка состоит из одного слоя, то напряженность внутри катушки $H_1 = \dfrac{I}{d} = 6$ кА/м (см. задачу 11.28). Необходимое число слоев $N = \dfrac{H}{H_1} = 4$.