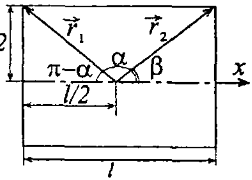
11.30. Требуется получить напряженность магнитного поля $H = 1$ кА/м в соленоиде длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 5$ см. Найти число ампер-витков IN, необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов U, которую надо приложить к концам обмотки из медной проволоки диаметром $d = 0{,}5$ мм. Считать поле соленоида однородным.

Решение:

Поскольку поле данного соленоида однородно, то можно рассчитать напряженность внутри него, используя формулу для бесконечного соленоида: $H = I\dfrac{N}{l}$. Отсюда число ампер-витков $IN = Hl = 200$ А·в. Согласно закону Ома разность потенциалов $U = IR$. Сопротивление обмотки найдем по формуле $R = \rho\dfrac{l}{S}$, где длина медной проволоки $l = \pi DN$, площадь поперечного сечения $S = \pi\dfrac{d^2}{4}$, удельное сопротивление меди $\rho = 0{,}017$ мкОм·м. Отсюда $R = \rho\dfrac{4DN}{d^2}$, тогда $U = \dfrac{\rho 4DIN}{d^2}$. Подставляя числовые данные, получим $U = 2{,}7$ В.

11.31. Каким должно быть отношение длины l катушки к ее диаметру D, чтобы напряженность магнитного поля в центре катушки можно было найти по формуле для напряженности поля бесконечно длинного соленоида? Ошибка при таком допущении не должна превышать $\delta = 5\%$. Указание: допускаемая ошибка $\delta = \dfrac{H_2 - H_1}{H_2}$, где H_1 — напряженность поля внутри катушки конечной длины и H_2 — напряженность поля внутри бесконечно длинной катушки.

Решение:



Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины $H_1 = \frac{In}{2}(\cos\beta - \cos\alpha)$, где $n = \frac{N}{l}$ — число витков на единицу длины, α и β — углы между осью соленоида из рассматриваемой точки к концам соленоида. Напряженность соленоида конечной длины $H_2 = In$. По условию допускаемая ошибка $\delta = \frac{H_2 - H_1}{H_2}$. Подставляя значения H_1 и H_2, получим $\delta = 1 - \frac{1}{2}(\cos\beta - \cos\alpha)$ — (1). Из рисунка видно, что $\cos\alpha = \sin(\pi - \alpha) = \frac{D}{2r_1}$ или $\cos\alpha = \frac{D}{\sqrt{D^2 + l^2}}$. Соответственно $\cos\beta = \frac{l}{2r_2}$; $\cos\beta = \frac{l}{\sqrt{D^2 + l^2}}$. Поскольку $\alpha = \pi - \beta$, то $\cos\alpha = -\cos\beta$ и уравнение (1) можно записать в виде $\delta = 1 - \cos\beta$, отсюда $1 - \delta = \cos\beta = \frac{l}{\sqrt{D^2 + l^2}}$; $(1-\delta)^2 = \frac{l^2}{D^2 + l^2}$;

$$\frac{1}{(1-\delta)^2} = 1 + \frac{D^2}{l^2};$$

$$\frac{D}{l} = \frac{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}{1-\delta} \text{ или } \frac{l}{D} = \frac{1-\delta}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}} = 3.$$

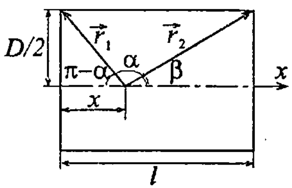
11.32. Какую ошибку δ мы допускаем при нахождении напряженности магнитного поля в центре соленоида, принимая соленоид задачи 11.30 за бесконечно длинный?

Решение:

Имеем $\frac{L}{D}=\frac{1-\delta}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}$ — (1), где L — длина соленоида, D — его диаметр, δ — допустимая ошибка (см. задачу 11.31). Из (1) найдем $\delta=1-\frac{L}{\sqrt{D^2+L^2}}$. Подставляя числовые данные из задачи 11.30, найдем $\delta=0{,}03=3\%$.

11.33. Найти распределение напряженности H магнитного поля вдоль оси соленоида, длина которого $l=3$ см и диаметр $D=2$ см. По соленоиду течет ток $I=2$ А. Катушка имеет $N=100$ витков. Составить таблицу значений H и построить график для значений x в интервале $0\le x\le 3$ см через каждые 0,5 см.

Решение:



Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины $H=\frac{In}{2}(\cos\beta-\cos\alpha)$ — (1), где $n=\frac{N}{l}$ — число витков на единицу длины, α и β — углы между осью соленоида из рассматриваемой точки к концам соленоида. Рассмотрим произвольную точку A на оси соленоида и определим зависимость величин $\cos\alpha$ и $\cos\beta$ от диаметра D и смещения по оси x. Из рисунка видно, что $\cos\alpha=\sin(\pi-\alpha)=\frac{D}{2r_1}$ или $\cos\alpha=\frac{D}{2\sqrt{(D/2)^2+x^2}}$.

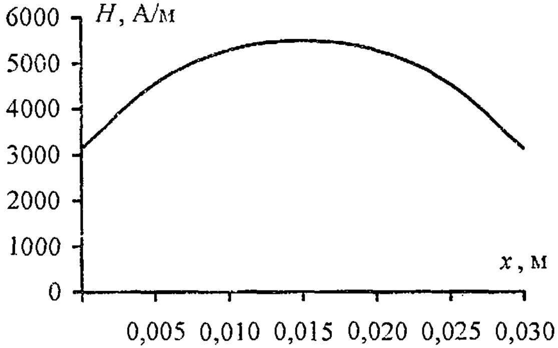
Соответственно $\cos\beta=\frac{l-x}{r_2}$; $\cos\beta=\frac{l-x}{\sqrt{(D/2)^2+(l-x)^2}}$.

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$H=\frac{IN}{2l}\left(\frac{l-x}{\sqrt{(D/2)^2+(l-x)^2}}+\frac{x}{\sqrt{(D/2)^2+x^2}}\right).$$ Подставляя числовые данные, получим

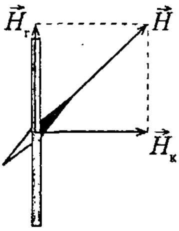
$$H=3{,}3\cdot 10^3\left(\frac{0{,}03-x}{\sqrt{10^{-4}+(0{,}03-x)^2}}+\frac{x}{\sqrt{10^{-4}+x^2}}\right).$$ Для заданного интервала значений x составим таблицу и начертим график:

x, м	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03
H, А/м	3130,7	4539,8	5285,1	5491,5	5285,1	4539,8	3130,7



11.34. Конденсатор емкостью $C=10$ мкФ периодически заряжается от батареи с э.д.с. $\varepsilon=100$ В и разряжается через катушку в форме кольца диаметром $D=20$ см, причем плоскость кольца совпадает с плоскостью магнитного меридиана. Катушка имеет $N=32$ витка. Помещенная в центре катушки горизонтальная магнитная стрелка отклоняется на угол $\alpha=45°$. Переключение конденсатора происходит с частотой $n=100$ с$^{-1}$. Найти из данных этого опыта горизонтальную составляющую $H_г$ напряженности магнитного поля Земли.

Решение:



(Вид сверху)

При каждом разряде конденсатора через катушку проходит количество электричества $q = CU$ — (1). Средняя сила тока, идущего через катушку, $I = q \cdot n$ — (2). Напряженность магнитного поля в центре катушки $H_к = \frac{NI}{2R} = \frac{NI}{D}$ или, с учетом (1) и (2), $H_к = \frac{NCUn}{D}$. Поскольку катушка находится в магнитном поле Земли, то магнитная стрелка, помещенная в центре катушки, поворачивается по направлению вектора $\vec{H}$, полученного сложением векторов $\vec{H}_к$ и $\vec{H}_г$. Векторы $\vec{H}_к$ и $\vec{H}_г$ взаимно перпендикулярны, и, как следует из рисунка, $H_г = H_к tg\alpha$. Поскольку $\alpha = 45°$ и $tg\alpha = 1$, то $H_г = H_к = \frac{NCUn}{D}$. Подставляя числовые данные, получим $H_г = 16$ А/м.

11.35. Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ периодически заряжается от батареи с э.д.с. $\varepsilon = 120$ В и разряжается через соленоид длиной $l = 10$ см. Соленоид имеет $N = 200$ витков. Среднее значение напряженности магнитного поля внутри соленоида $H = 240$ А/м. С какой частотой n происходит переключение конденсатора? Диаметр соленоида считать малым по сравнению с его длиной.

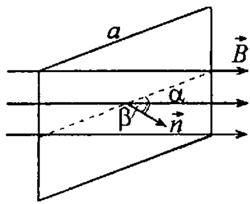
Решение:

Напряженность магнитного поля соленоида $H = \frac{IN}{l}$, откуда ток, протекающий через соленоид, равен $I = \frac{lH}{N}$ — (1). Из определения силы тока следует, что $I = \frac{dq}{dt}$, откуда

$Idt = dq$; $I\int dt = \int dq$; $It = q$ — (2), где заряд q можно найти из соотношения $C = \frac{q}{U}$ — (3). Поскольку $U = \varepsilon$, то из (3) $q = C\varepsilon$. Тогда из (2) $I = \frac{C\varepsilon}{t}$ или, с учетом (1), $\frac{C\varepsilon}{t} = \frac{lH}{N}$. Отсюда время, в течение которого разряжается конденсатор, $t = \frac{C\varepsilon N}{lH}$. Частота переключения конденсатора $n = \frac{1}{t} = \frac{lH}{C\varepsilon N}$. Подставляя числовые данные, получим $n = 100\ \text{с}^{-1}$.

11.36. В однородном магнитном поле напряженностью $H = 79{,}6$ кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 45°$. Сторона рамки $a = 4$ см. Найти магнитный поток Φ, пронизывающий рамку.

Решение:



Магнитный поток $\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS\cos\beta$, где β — угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости рамки. Имеем $S = a^2$; $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$, $B = \mu\mu_0 H$. Отсюда $\Phi = \mu\mu_0 a^2 \cos 45° = 113 \cdot 10^{-6}$ Вб.

11.37. В магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}05$ Тл, вращается стержень длиной $l = 1$ м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток Φ, пересекаемый стержнем при каждом обороте.

Решение:

Магнитный поток, пересекаемый стержнем, равен $\Phi = \vec{B}\vec{S}$. По условию векторы $\vec{B}$ и $\vec{S}$ взаимно перпендикулярны, следовательно, $\Phi = BS$, где $S = \pi l^2$, $B = \mu\mu_0 H$. Отсюда $\Phi = \mu\mu_0 H\pi l^2 = 157 \cdot 10^{-3}$ Вб.

11.38. Рамка, площадь которой $S = 16$ см^2, вращается в однородном магнитном поле с частотой $n = 2$ с$^{-1}$. Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 79{,}6$ кА/м. Найти зависимость магнитного потока Φ, пронизывающего рамку, от времени t и наибольшее значение Φ_{max} магнитного потока.

Решение:

Магнитный поток, пронизывающий рамку, равен $\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS\cos\alpha$, где угол α между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости рамки изменяется со временем по закону: $\alpha = \alpha_0 + \omega t = \alpha_0 + 2\pi nt$. Здесь α_0 — угол между направлением магнитного поля и нормалью в начальный момент времени. Отсюда, с учетом $B = \mu\mu_0 H$, имеем $\Phi = \mu\mu_0 HS\cos(2\pi nt + \alpha_0)$. Подставляя числовые данные, получим $\Phi = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\cos(4\pi t + \alpha_0)$. Очевидно, что максимального значения магнитный поток достигает, когда плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитного поля, т. е. $\alpha = 0°$, а $\cos\alpha = 1$. Следовательно, $\Phi_{max} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Вб.

11.39. Железный образец помещен в магнитное поле напряженностью $H = 796$ А/м. Найти магнитную проницаемость μ железа.

Решение:

Напряженность магнитного поля и магнитная индукция связаны соотношением $B = \mu\mu_0 H$. По графику зависимости $B(H)$, данному в приложении, найдем для $H = 796$ А/м значение $B = 1{,}4$ Тл. Отсюда $\mu = \dfrac{B}{\mu_0 H} = 1400$.

11.40. Сколько ампер-витков потребуется для того, чтобы внутри соленоида малого диаметра и длиной $l = 30$ см объемная плотность энергии магнитного поля была равна $W_0 = 1{,}75$ Дж/м^3?

Решение:

Объемная плотность энергии $W_0 = \dfrac{HB}{2}$ — (1). Напряженность магнитного поля соленоида, который в данных условиях можно считать бесконечно длинным, определяется соотношением $H = In = \dfrac{IN}{l}$ — (2), где IN — искомое число ампер-витков. Поскольку $B = \mu\mu_0 H$, то уравнение (1) можно записать в виде $W_0 = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ или, с учетом (2), $W_0 = \dfrac{\mu\mu_0 (IN)^2}{2l^2}$, откуда $IN = \sqrt{\dfrac{2W_0 l^2}{\mu\mu_0}} = 500$ А·в.

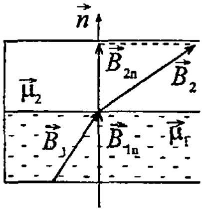
11.41. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi = 0{,}42$ мВб в соленоиде с железным сердечником длиной $l = 120$ см и площадью поперечного сечения $S = 3$ см^2?

Решение:

Имеем $B = \dfrac{\Phi}{S} = 1{,}4$ Тл. По графику зависимости $B(H)$, данному в приложении, найдем $H = 0{,}75 \cdot 10^3$ А/м. Но $H = \dfrac{IN}{l}$, откуда $IN = Hl = 900$ А·в.

11.42. Длина железного сердечника тороида $l_1 = 2{,}5$ м, длина воздушного зазора $l_2 = 1$ см. Число витков в обмотке тороида $N = 1000$. При токе $I = 20$ А индукция магнитного поля в воздушном зазоре $B = 1{,}6$ Тл. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника при этих условиях. (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

Решение:



Запишем условие преломления линий поля $\vec{B}$ на границе раздела воздух — железо в проекции на нормаль: $B_{1n} = B_{2n}$. Обозначим для простоты записи $B_{1n} = B_{2n} \equiv B$. Если тороид имеет воздушный зазор, то магнитный поток $\Phi = \dfrac{IN}{l_1/(S\mu_0\mu_1) + l_2/(S\mu_0\mu_2)}$. Имеем $B = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$ — (1), где $\mu_1 = 1$ — магнитная проницаемость воздуха, μ_2 — магнитная проницаемость железа. Из (1) имеем $\dfrac{1}{B} = \dfrac{l_1}{\mu_1 IM\mu_0} + \dfrac{l_2}{\mu_2 IN\mu_0}$; $\dfrac{l_2}{\mu_2 IN\mu_0} = \dfrac{\mu_1 IN\mu_0 - Bl_1}{B\mu_1 IN\mu_0}$, откуда $\mu_2 = \dfrac{B\mu_1 l_2}{\mu_1 IN\mu_0 - Bl_1} = 440$.

11.43. Длина железного сердечника тороида $l_1 = 1$ м, длина воздушного зазора $l_2 = 1$ см. Площадь поперечного сечения сердечника $S = 25$ см^2. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi = 1{,}4$ мВб, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 800$? (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

Решение:

Если тороид имеет воздушный зазор, то магнитный поток $\Phi = \dfrac{IN}{l_1/(S\mu_0\mu_1) + l_2/(S\mu_0\mu_2)}$ или $\Phi = \dfrac{INS\mu_0\mu_1\mu_2}{l_1\mu_2 + l_2\mu_1}$, откуда $IN = \dfrac{\Phi(l_1\mu_2 + l_2\mu_1)}{S\mu_0\mu_1\mu_2} = 5 \cdot 10^3$ А·в.

11.44. Найти магнитную индукцию B в замкнутом железном сердечнике тороида длиной $l = 20{,}9$ см, если число ампер-витков обмотки тороида $IN = 1500$ А·в. Какова магнитная проницаемость μ материала сердечника при этих условиях?

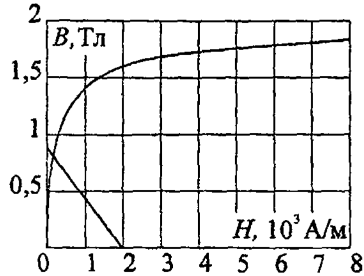
Решение:

Напряженность магнитного поля внутри тороида равна $H = In = \dfrac{IN}{l}$; $H = 7177$ А/м. По графику зависимости $B(H)$ найдем $B = 1{,}8$ Тл. Поскольку $B = \mu\mu_0 H$, то $\mu = \dfrac{B}{\mu_0 H} = 200$.

11.45. Длина железного сердечника тороида $l_1 = 1$ м, длина воздушного зазора $l_2 = 3$ мм. Число витков в обмотке тороида $N = 2000$. Найти напряженность магнитного поля H_2 в воздушном зазоре при токе $I = 1$ А в обмотке тороида.

Решение:

Имеем $B_1 = B_2 = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$ — (1) (см. задачу 11.42). Т. к. $B_1 = \mu_0\mu_1 H_1$, то из (1) имеем $B_2 \dfrac{l_2}{\mu_2} + \mu_0 H_1 l_1 = IN\mu_0$ — (2). Это уравнение прямой линии в координат-

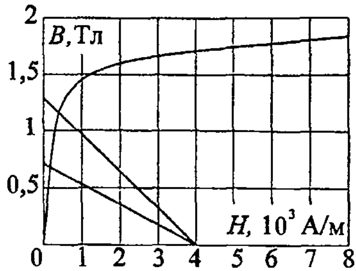


ных осях H, B. Но величины H и B кроме уравнения (2) связаны еще графиком $B = f(H)$. Ордината точки пересечения прямой (2) и кривой, соответствующей зависимости $B = f(H)$, дает значение магнитной индукции $B_1 = B_2$. Для построения прямой по уравнению (2) находим $B = \frac{IN\mu_0\mu_2}{l_2} = 0{,}84$ Тл при $H = 0$; $H = \frac{IN}{l_1} = 2 \cdot 10^3$ А/м при $B = 0$. Искомая точка пересечения дает $B_1 = B_2 = 0{,}78$ Тл. Тогда для воздушного зазора $H_2 = \frac{B_2}{\mu_0\mu_2} = 620 \cdot 10^3$ А/м.

11.46. Длина железного сердечника $l_1 = 50$ см, длина воздушного зазора $l_2 = 2$ мм. Число ампер-витков в обмотке тороида $IN = 2000$ А·в. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, если при том же числе ампер-витков увеличить длину воздушного зазора вдвое?

Решение:

Имеем $B_1 = B_2 = \frac{\Phi}{S} = \frac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$ — (1) (см. задачу 11.42). Т. к. $B_1 = \mu_0\mu_1 H_1$, то из (1) имеем $B_2 \frac{l_2}{\mu_2} + \mu_0 H_1 l_1 = IN\mu_0$ — (2). Это уравнение прямой линии в координатных осях H, B. Но величины H и B кроме уравнения (2) связаны еще графиком $B = f(H)$. Ордината точки пересечения прямой (2) и кривой, соответствующей зависимости $B = f(H)$, дает значение магнитной индукции $B_1 = B_2$. Для построения прямой, соответствующей первоначальной длине воздушного зазора,



по уравнению (2) находим $B = \frac{IN\mu_0\mu_2}{l_2} = 1{,}257$ Тл при $H = 0$; $H = IN / l_1 = 4 \cdot 10^3$ А/м при $B = 0$. Искомая точка пересечения дает $H_2 = 0{,}45 \cdot 10^3$ А/м. Аналогично для построения прямой, соответствующей длине воздушного зазора равной $2 \cdot l_2$, по уравнению (2) находим $B = \frac{IN\mu_0\mu_2}{l_2} = 0{,}628$ Тл при $H = 0$; $H = IN / l_1 = 4 \cdot 10^3$ А/м при $B = 0$. Искомая точка пересечения дает $H_1 = 0{,}25 \cdot 10^3$ А/м. Отсюда отношение $H_2 / H_1 = 1{,}8$.

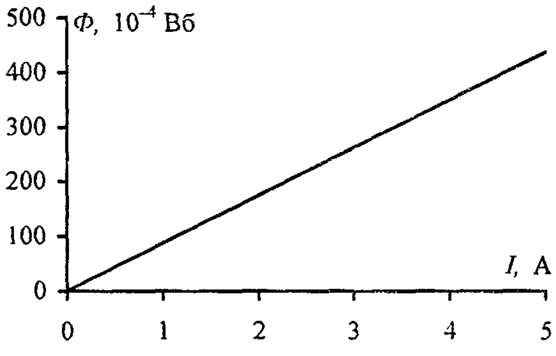
11.47. Внутри соленоида длиной $l = 25{,}1$ см и диаметром $D = 2$ см помещен железный сердечник. Соленоид имеет $N = 200$ витков. Построить для соленоида с сердечником график зависимости магнитного потока Ф от тока I в интервале $0 \le I \le 5$ А через каждый 1 А. По оси ординат откладывать Ф (в 10^{-4} Вб).

Решение:

Полный магнитный поток сквозь соленоид выражается соотношением $\Phi = \frac{\mu\mu_0 N^2 IS}{l}$ — (1). Найдем магнитную проницаемость μ материала сердечника при $I = 1$ А.

Напряженность магнитного поля $H = \frac{IN}{l} = 8 \cdot 10^2$ А/м. По графику зависимости $B(H)$ найдем $B = 1{,}4$ Тл. Тогда $\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1392$. Площадь поперечного сечения соленоида $S = \pi \frac{D^2}{4} = 3{,}14 \cdot 10^{-4}$ м^2. Подставляя числовые данные в (1), получим $\Phi = 87{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot I$. Для заданного интервала изменения I составим таблицу и построим график.

I, А	0	1	2	3	4	5
Φ, 10^{-4} Вб	0	87,5	175	262,5	350	437,5



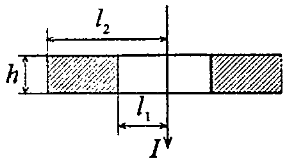
11.48. Магнитный поток сквозь соленоид (без сердечника) $\Phi = 5$ мкВб. Найти магнитный момент p соленоида, если его длина $l = 25$ см.

Решение:

Магнитный момент контура с током равен $p = IS$. Тогда магнитный момент соленоида $p = INS$. Имеем $\Phi = \frac{INS\mu\mu_0}{l} = \frac{p\mu\mu_0}{l}$, откуда $p = \frac{\Phi l}{\mu\mu_0} = 1$ м^2·А.

11.49. Через центр железного кольца перпендикулярно к его плоскости проходит длинный прямолинейный провод, по которому течет ток $I = 25$ А. Кольцо имеет четырехугольное сечение, размеры которого $l_1 = 18$ мм, $l_2 = 22$ мм и $h = 5$ мм. Считая приближенно, что в любой точке сечения кольца индукция одинакова и равна индукции на средней линии кольца, найти магнитный поток Φ, пронизывающий площадь сечения кольца.

Решение:



Т.к. по условию задачи приближенно можно считать, что в любой точке сечения кольца индукция одинакова и равна индукции на средней линии кольца, то напряженность магнитного поля в сечении $H = \dfrac{I}{2\pi a}$, где $a = \dfrac{l_2 - l_1}{2} + l_1 = 20$ мм, тогда $H = 198$ А/м. По графику для данного значения напряженности магнитного поля находим значение магнитной индукции $B = 0{,}45$ Тл. Тогда магнитный поток $\Phi = 2B(l_2 - l_1)h = 18$ мкВб.

11.50. Найти магнитный поток Φ, пронизывающий площадь сечения кольца предыдущей задачи, учитывая, что магнитное поле в различных точках сечения кольца различно. Значение μ считать постоянным и найти его по графику кривой $B = f(H)$ для значения на средней линии кольца.

Решение:

Напряженность магнитного поля в сечении $H = \dfrac{I}{2\pi x}$. Рассмотрим элемент площади поперечного сечения кольца $dS = hdx$. Магнитный поток сквозь этот элемент равен $d\Phi = BdS = \mu\mu_0 \dfrac{I}{2\pi x} hdx$. Тогда магнитный поток через левую половину поперечного сечения кольца равен $\Phi' = \frac{\mu\mu_0 Ih}{2\pi}\int_{l_1}^{l_2}\frac{dx}{x} = \frac{\mu\mu_0 Ih}{2\pi}ln\frac{l_2}{l_1}$, а для всего кольца $\Phi = 2\Phi' = \frac{\mu\mu_0 Ih}{\pi}ln\frac{l_2}{l_1}$ — (1). Из предыдущей задачи имеем $H = 198$ А/м и $B = 0{,}45$ Тл. Тогда $\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1808$. Подставляя числовые данные в (1), получим $\Phi = 18$ мкВб.

11.51. Замкнутый железный сердечник длиной $l = 50$ см имеет обмотку из $N = 1000$ витков. По обмотке течет ток $I_1 = 1$ А. Какой ток I_2 надо пустить через обмотку, чтобы при удалении сердечника индукция осталась прежней?

Решение:

Напряженность магнитного поля внутри сердечника $H_1 = \frac{I_1 N}{l} = 2000$ А/м. По графику зависимости B от H найдем $B = 1{,}56$ Тл. По условию после удаления сердечника индукция в обмотке не изменилась, т. е. $B = \frac{\mu_0 I_2 N}{l}$, откуда $I_2 = \frac{Bl}{\mu_0 N} = 620$ А.

11.52. Железный сердечник длиной $l_1 = 50{,}2$ см с воздушным зазором длиной $l_2 = 0{,}1$ см имеет обмотку из $N = 20$ витков. Какой ток I должен протекать по этой обмотке, чтобы в зазоре получить индукцию $B_2 = 1{,}2$ Тл?

Решение:

Имеем $B = \frac{IN\mu_0\mu_1\mu_2}{l_1\mu_2 + l_2\mu_1}$ — (1) (см. задачу 11.42), где $\mu_1 = 1$ — магнитная проницаемость воздуха, μ_2 — магнитная проницаемость материала сердечника. Зная индукцию B, по графику найдем $H = 400$ А/м. Тогда $\mu_2 = \frac{B}{\mu_0 H} = 2387$. Из (1) найдем $I = \frac{B(l_1\mu_2 + l_2\mu_1)}{N\mu_0\mu_1\mu_2}$. Подставляя числовые данные, получим $I = 58$ А.

11.53. Железное кольцо диаметром $D = 11{,}4$ см имеет обмотку из $N = 200$ витков, по которой течет ток $I_1 = 5$ А. Какой ток I_2 должен проходить через обмотку, чтобы индукция в сердечнике осталась прежней, если в кольце сделать зазор шириной $b = 1$ мм? Найти магнитную проницаемость μ материала сердечника при этих условиях.

Решение:

Напряженность магнитного поля в целом сердечнике равна $H_1 = \frac{I_1 N}{l} = 2794$ А/м. По графику зависимости B от H найдем $B_1 = 1{,}6$ Тл. Тогда магнитная проницаемость материала сердечника $\mu_2 = \frac{B_1}{\mu_0 H_1} = 456$. Индукция магнитного поля внутри сердечника с прорезью $B_2 = B_1 = \frac{I_2 N\mu_0\mu_1\mu_2}{b\mu_2 + (\pi D - b)\mu_1}$ (см. задачу 11.42). Учитывая, что магнитная проницаемость воздуха $\mu_1 = 1$, можно записать $B_1 = \frac{I_2 N\mu_0\mu_2}{b(\mu_2 - 1) + \pi D}$, откуда $I_2 = \frac{B_1(b(\mu_2 - 1) + \pi D)}{N\mu_0\mu_2} = 11{,}35$ А.

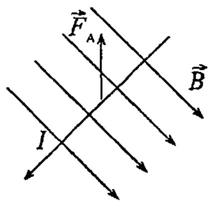
11.54. Между полюсами электромагнита требуется создать магнитное поле с индукцией $B = 1{,}4$ Тл. Длина железного сердечника $l_1 = 40$ см, длина межполюсного пространства $l_2 = 1$ см, диаметр сердечника $D = 5$ см. Какую э.д.с. ε надо взять для питания обмотки электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, используя медную проволоку площадью поперечного сечения $S = 1$ мм^2? Какая будет при этом наименьшая толщина b намотки, если считать, что предельно допускаемая плотность тока $I = 3\,\text{МА/м}^2$?

Решение:

Согласно закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R}$. Поскольку сопротивление проводника $R = \rho\frac{l}{S}$, то $I = \frac{\varepsilon S}{\rho l} = \frac{\varepsilon S}{\rho\pi DN}$, откуда $\varepsilon = \frac{IN\rho\pi D}{S}$ — (1). Количество ампер-витков IN найдем из уравнения $B = \frac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$, откуда $IN = \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2}\right) = \frac{Bl_1}{\mu_0\mu_1} + Hl_2$. По графику зависимости B от H найдем, что значению $B = 1{,}4\,\text{Тл}$ соответствует значение $H = 0{,}8\cdot10^3$ А/м. Следовательно, $IN = 1{,}14\cdot10^4$ А·в — (2). Тогда из (1) найдем $\varepsilon = 31\,\text{В}$. Т. к. диаметр проволоки $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$, то на длине соленоида l_1 поместится $N_1 = l_1\sqrt{\frac{\pi}{4S}} = 354$ витка. Сила тока $I = jS = 3\,\text{А}$. Тогда из (2) найдем $N = 3830$ витков. Необходимое число слоев равно $n = \frac{N}{N_1} \approx 11$. Толщина намотки $b = nd = = n\sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 0{,}012\,\text{м}$.

11.55. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1\,\text{Тл}$. По проводу длиной $l = 70\,\text{см}$, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток $I = 70\,\text{А}$. Найти силу F, действующую на провод.

Решение:



На элемент длины $d\vec{l}$ проводника с током I в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ действует сила Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$. Направление этой силы определяется по правилу векторного произведения векторов. Модуль силы Ампера вычисляется по формуле $dF = IBdl\sin\alpha$, где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$. Поскольку $\sin\alpha = 1$, то $dF = IBdl$ или $F = IB\int_0^l dl = IBl$. Подставляя числовые данные, получим $F = 4{,}9$ Н.

11.56. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 10$ см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Какую работу A_l надо совершить (на единицу проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 20$ см?

Решение:

Согласно закону Ампера для параллельных токов сила, действующая на единицу длины каждого из проводников, $F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r}$. Работа, затрачиваемая на единицу длины проводника, при перемещении одного проводника с током в магнитном поле, создаваемом другим проводником с током, $A = \int_{d_1}^{d_2} F dr = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dr = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\frac{d_2}{d_1}$. Подставляя числовые данные, получим $A = 83 \cdot 10^{-6}$ Дж/м.

11.57. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут одинаковые токи в одном направлении. Найти токи I_1 и I_2, текущие по каждому из проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть эти проводники на вдвое большее расстояние, пришлось совершить работу (на единицу длины проводников) $A_l = 55$ мкДж/м.

Решение:

Имеем $A_l = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} ln \frac{d_2}{d_1}$ (см. задачу 11.56). По условию $I_1 = I_2 = I$ и $d_2 = 2d_1$, тогда $A_l = \frac{\mu\mu_0 I^2}{2\pi} ln 2$. Отсюда $I = \sqrt{\frac{2\pi A_l}{\mu\mu_0 \, ln 2}} = 20$ А, т. е. $I_1 = I_2 = 20$ А.

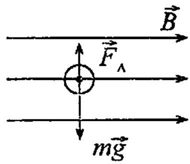
11.58. Из проволоки длиной $l = 20$ см сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил M_1 и M_2, действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. По контурам течет ток $I = 2$ А. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha = 45°$ с направлением поля.

Решение:

На замкнутый контур с током в магнитном поле действует вращательный момент $M = BIS \sin\alpha$. Площадь квадратного контура $S_1 = \left(\frac{l}{4}\right)^2$. Площадь кругового контура $S_1 = \pi R^2$, где $R = \frac{l}{2\pi}$, следовательно, $S_2 = \frac{l^2}{4\pi}$. Тогда на квадратный контур действует вращательный момент $M_1 = \frac{BIl^2}{16} \sin\alpha$; $M_1 = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ Н·м. На круговой контур действует вращательный момент $M_2 = \frac{BIl^2}{4\pi} \sin\alpha$; $M_2 = 4{,}5 \times$ $\times 10^{-4}$ Н·м.

11.59. Алюминиевый провод площадью поперечного сечения $S = 1\,мм^2$ подвешен в горизонтальной плоскости перпендикулярно к магнитному меридиану, и по нему течет ток (с запада на восток) $I = 1{,}6$ А. Какую долю от силы тяжести, действующей на провод, составляет сила, действующая на него со стороны земного магнитного поля? На сколько уменьшится сила тяжести, действующая на единицу длины провода, вследствие этой силы? Горизонтальная составляющая напряженности земного магнитного поля $H_г = 15$ А/м.

Решение:



Со стороны магнитного поля Земли на проводник действует сила Ампера F_A, направление которой определяется по правилу левой руки. Найдем отношение $\frac{F_A}{mg} = \frac{IBl}{V\rho g} = \frac{I\mu_0 H_г}{S\rho g}$. Подставляя числовые данные, получим $\frac{F_A}{mg} = 0{,}12\%$. Очевидно, что сила тяжести, действующая на единицу длины провода, уменьшится на величину $F_A = Il\mu_0 H_г = 3 \cdot 10^{-5}$ Н.

11.60. Катушка гальванометра, состоящая из $N = 400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной $l = 3$ см и шириной $b = 2$ см, подвешена на нити в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. По катушке течет ток $I = 0{,}1$ мкА. Найти вращающий момент M, действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки: а) параллельна направлению магнитного поля; б) составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением магнитного поля.

Решение:

На каждый виток катушки действует вращающий момент $M_0 = BIS \sin\alpha$. Тогда на всю катушку действует вращающий момент $M = NBIS \sin\alpha$. Площадь одного витка $S = lb$.

а) $M = BIlbN\sin\frac{\pi}{2} = 2{,}4\cdot10^{-9}$ Н·м; б) $M = BIlbN\sin 60° =$
$= 1{,}2\cdot10^{-9}$ Н·м.

11.61. На расстоянии $a = 20$ см от длинного прямолинейного вертикального провода на нити длиной $l = 0{,}1$ м и диаметром $d = 0{,}1$ мм висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой $p = 0{,}01$ А·м^2. Стрелка находится в плоскости, проходящей через провод и нить. На какой угол φ повернется стрелка, если по проводу пустить ток $I = 30$ А? Модуль сдвига материала нити $G = 5{,}9$ ГПа. Система экранирована от магнитного поля Земли.

Решение:

Проводник с током создает вокруг себя магнитное поле с индукцией $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}$. Со стороны поля на магнитную стрелку действует вращающий момент $\vec{M} = [\vec{p}, \vec{B}]$ или $M = pB\sin\alpha$. Вращающий момент вызывает поворот нити на угол $\varphi = \frac{2lM}{\pi G r^4}$, где $r = \frac{d}{2} = 5\cdot10^{-5}$ м. Т. к. $\sin\alpha = 1$, то $M = pB = \frac{\mu\mu_0 pI}{2\pi a}$, отсюда $\varphi = \frac{\mu\mu_0 I l p}{\pi^2 a G r^4} = 0{,}52$ рад или $\varphi = 30°$.

11.62. Катушка гальванометра, состоящая из $N = 600$ витков проволоки, подвешена на нити длиной $l = 10$ см и диаметром $d = 0{,}1$ мм в магнитном поле напряженностью $H = 160$ кА/м так. что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. Длина рамки катушки $a = 2{,}2$ см и ширина $b = 1{,}9$ см. Какой ток I течет по обмотке катушки, если катушка повернулась на угол $\varphi = 0{,}5°$? Модуль сдвига материала нити $G = 5{,}9$ ГПа.

Решение:

На каждый виток катушки в магнитном поле действует вращающий момент $\vec{M} = [\vec{p}, \vec{B}]$ — (1), где $\vec{p}$ — магнитный момент контура с током. $\vec{p} = IS\vec{n}$ — (2), где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности контура. Для катушки уравнение (1) в скалярном виде, с учетом (2), можно записать так: $M = NISB = N\mu_0 ISH$ — (3). Вращающий момент вызывает поворот нити на угол $\varphi = \frac{2lM}{\pi G r^4}$ или, с учетом (3), $\varphi = \frac{32 l N \mu_0 ISH}{\pi G d^4}$, откуда

$$I = \frac{\pi \varphi G d^4}{32 l N \mu_0 abH} = 10^{-7}\text{ А}.$$

11.63. Квадратная рамка подвешена на проволоке так, что направление магнитного поля составляет угол $\alpha = 90°$ с нормалью к плоскости рамки. Сторона рамки $a = 1$ см. Магнитная индукция поля $B = 13{,}7$ мТл. Если по рамке пропустить ток $I = 1$ А, то она поворачивается на угол $\varphi = 1°$. Найти модуль сдвига G материала проволоки. Длина проволоки $l = 10$ см, радиус нити $r = 0{,}1$ мм.

Решение:

Имеем $I = \frac{\pi \varphi G r^4}{2 l a^2 B}$ (см. задачу 11.62), откуда

$$G = \frac{2 I l a^2 B}{\varphi \pi r^4} = 50\text{ ГПа}.$$

11.64. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 150$ кА/м. По контуру течет ток $I = 2$ А. Радиус контура $R = 2$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi = 90°$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

Решение:

Работа по перемещению проводника в магнитном поле равна $dA = Id\Phi$, откуда $A = I\int\limits_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$, где $\Phi_2 = BS\cos\alpha_2 = 0$, т. к. $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$; $\Phi_1 = BS\cos\alpha_1 = BS$, т. к. $\alpha_1 = 0$. Площадь контура $S = \pi R^2$. Окончательно $A = IB \times \times \pi \cdot r^2 = I\mu_0 H\pi r^2$; $A = 0{,}5$ мДж.

11.65. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл движется равномерно проводник длиной $l = 10$ см. По проводнику течет ток $I = 2$ А. Скорость движения проводника $v = 20$ см/с и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу A перемещения проводника за время $t = 10$ с и мощность P, затраченную на это перемещение.

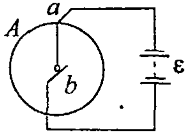
Решение:

Работа по перемещению проводника с током в электрическом поле $dA = Id\Phi$. Магнитный поток, пересеченный проводником при его движении, $d\Phi = BS\cos\alpha$, где площадь S, покрытая проводником за время t: $s = lvt$. Тогда $A = IBlvt\cos 0° = 0{,}2$ Дж. Затраченная мощность $P = \frac{A}{t} = 20$ мВт.

11.66. Однородный медный диск A радиусом $R = 5$ см помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл так, что плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля. Ток $I = 5$ А проходит по радиусу диска ab (a и b — скользящие контакты). Диск вращается с частотой $n = 3\ с^{-1}$. Найти: а) мощность P такого двигателя; б) направление вращения диска при условии, что магнитное поле направлено от чертежа к нам; в) вращающий момент M, действующий на диск.

Решение:

а) На радиус ab действует сила $F = BIR$. Работа при одном обороте диска $A = BIS$, где S — площадь, описываемая радиусом за один оборот, т. е. площадь диска. Мощность такого двигателя $P = A/t = nBI\pi R^2 = 23{,}6 \cdot 10^{-3}$ Вт. б) Диск вращается против часовой стрелки. в) На элемент радиуса dx действует сила $dF = BIdx$ и вращающий момент $dM = xdF = BIxdx$, где x — расстояние элемента dx от сил вращения. На весь диск действует вращающий момент



$$M = \int_0^R BIxdx = \frac{BIR^2}{2} = 12{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ Н·м}.$$

11.67. Однородный медный диск A массой $m = 0{,}35$ кг помещен в магнитное поле с индукцией $B = 24$ мТл так, что плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля (см. рисунок к задаче 11.66). При замыкании цепи диск начинает вращаться и через время $t = 30$ с после начала вращения достигает частоты вращения $n = 5$ с$^{-1}$. Найти ток I в цепи.

Решение:

Сила, действующая на элемент радиуса dx, определяется формулой $dF = BIdx$. Вращающий момент, действующий на этот элемент, $dM = xdF = BIxdx$, где x — расстояние элемента dx от оси вращения. Вращающий момент, действующий на весь диск, $M = \int_0^R BIxdx = \frac{BIR^2}{2}$ — (1). Согласно основному закону динамики вращательного движения $M = J\varepsilon$, где $J = \frac{mR^2}{2}$ — момент инерции одного диска, $\varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi n}{t}$ — угловое ускорение, тогда $M = \frac{\pi nmR^2}{t}$ —

(2). Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получаем $\frac{BIR^2}{2} = \frac{\pi nmR^2}{t}$, откуда $I = \frac{2\pi nm}{Bt} = 15{,}3$ А.

11.68. Найти магнитный поток Φ, пересекаемый радиусом ab диска A (см. рисунок к задаче 11.66) за время $t = 1$ мин вращения. Радиус диска $R = 10$ см. Индукция магнитного поля $B = 0{,}1$ Тл. Диск вращается с частотой $n = 5{,}3$ с$^{-1}$.

Решение:

Угол, на который повернется диск за время t при равномерном вращении с частотой n, равен $\varphi = \omega t = 2\pi nt$. Из геометрии площадь кругового сектора $S = \frac{1}{2}R^2\varphi$, тогда площадь, пронизываемая магнитным потоком за время t, равна $S = R^2\pi nt$. Следовательно, магнитный поток через площадь S за время t равен $\Phi = BS = BR^2\pi nt = 1$ Вб.

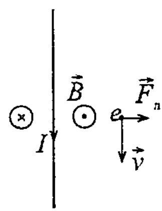
11.69. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 1$ кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля $B = 1{,}19$ мТл. Найти радиус R окружности, по которой движется электрон, период обращения T и момент импульса M электрона.

Решение:

Со стороны магнитного поля на электрон действует сила Лоренца $\vec{F}_Л = -e\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$. Направление силы Лоренца определяется по правилу векторного произведения векторов. В скалярном виде $F_Л = evB\sin\alpha = evB$, т. к. $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Поскольку начальная скорость электрона перпендикулярна $\vec{B}$, то его траектория лежит в одной плоскости. Работа силы Лоренца равна нулю, поэтому $v = const$. Электрон движется с постоянным по модулю ускорением $a = \frac{F_o}{m} = \frac{eBv}{m}$ — (1), которое перпендикулярно скорости. Радиус кривизны траектории электрона можно найти из соотношения $a = \frac{v^2}{R}$ — (2). Приравняв (1) и (2), получим $\frac{eBv}{m} = \frac{v^2}{R}$, откуда $R = \frac{mv}{eB}$. Период обращения электрона по окружности не зависит от скорости: $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$. Момент импульса электрона $\vec{M} = m[\vec{v}, \vec{R}]$ или, поскольку векторы $\vec{v}$ и $\vec{R}$ перпендикулярны, $M = mvR$. Скорость электрона найдем из соотношения $\frac{mv^2}{2} = eU$, откуда $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Отсюда $M = R\sqrt{2eUm}$. Подставляя числовые данные, получим $R = 0.09$ м; $T = 30 \cdot 10^{-9}$ с; $M = 1{,}5 \cdot 10^{-24}$ кг·м²/с.

11.70. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 4$ мм от него. Какая сила F действует на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5$ А?

Решение:



Со стороны магнитного поля, создаваемого проводником с током, на электрон действует сила Лоренца $\vec{F} = -e[\vec{v}, \vec{B}]$. Направление силы Лоренца определяется по правилу векторного произведения векторов. В скалярном виде $F = evB\sin\alpha$ — (1). Индукция магнитного поля проводника с током равна $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}$ — (2). Кинетическая энергия электрона, прошедшего разность потенциалов U, равна $\frac{mv^2}{2} = eU$, откуда $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ — (3). Подставляя (2) и (3) в (1), получим $F = e\sqrt{\frac{2eU}{m}} \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}$. Подставляя числовые данные, получим $F = 4{,}12 \cdot 10^{-16}$ Н.

11.71. Поток α-частиц (ядер атома гелия), ускоренных разностью потенциалов $U = 1$ МВ, влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H = 1{,}2$ кА/м. Скорость каждой частицы направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти силу F, действующую на каждую частицу.

Решение:

Имеем $F = q\sqrt{\frac{2qU}{m}}\mu\mu_0 H$ (см. задачу 11.70). Здесь $q = 2e = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд α-частицы, $m = 6{,}6 \times$ $\times 10^{-27}$ кг — масса α-частицы. Подставляя числовые данные, получим $F = 4{,}7 \cdot 10^{-15}$ Н.

11.72. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона $v = 4 \cdot 10^7$ м/с. Индукция магнитного поля $B = 1$ мТл. Найти тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения электрона в магнитном поле.

Решение:

На электрон в магнитном поле действует сила Лоренца $\vec{F} = -e\left[\vec{B} \times \vec{v}\right]$, где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд. В скалярном виде $F = eBv\sin\alpha$. Эта сила сообщает электрону ускорение $\vec{a}$. Тогда по второму закону Ньютона

$F = ma$. Тангенциальное ускорение $a_\tau = 0$, т. к. вектор $\vec{v}$ перпендикулярен вектору $\vec{B}$. Нормальное ускорение $a_n = \frac{F}{m} = \frac{eBv}{m} = 7 \cdot 10^{15}$ м/с^2.

11.73. Найти кинетическую энергию W (в электронвольтах) протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R = 60$ см в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл.

Решение:

На протон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ — (1). Поскольку протон движется по окружности без поступательного движения, следовательно, вектор $\vec{F}$ перпендикулярен вектору $\vec{v}$, а следовательно, и вектору $\vec{B}$. Тогда уравнение (1) можно записать в скалярном виде: $F = qvB$ — (2). Чтобы протон удержался на круговой орбите, требуется выполнение равенства $F = ma_n = m\frac{v^2}{R}$ — (3). Приравнивая (2) и (3), получим $qvB = \frac{mv^2}{R}$, откуда скорость протона $v = \frac{qBR}{m}$ — (4). Кинетическая энергия протона равна $W = \frac{mv^2}{2}$ или, с учетом (4), $W = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$. Подставляя числовые данные, получим $W = 0{,}28 \cdot 10^{-4}$ Дж или $W = \frac{0{,}28 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 17{,}5 \cdot 10^6$ эВ.

11.74. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

Решение:

Со стороны магнитного поля на электрон действует сила Лоренца $\vec{F}_1 = -e\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$, на протон действует сила Лоренца $\vec{F}_2 = e\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$. Эти силы равны по модулю и противоположны по направлению. В скалярном виде $F_1 = F_2 = eBv$. Работа силы Лоренца равна нулю, поэтому $v = const$ и тангенциальное ускорение $a_\tau = 0$. Частицы движутся с постоянным по модулю нормальным ускорением $a_n = \frac{F}{m} = \frac{eBv}{m}$ — (1), которое перпендикулярно скорости. Радиус кривизны траектории частиц можно найти из соотношения $a_n = \frac{v^2}{R}$ — (2). Приравняв (1) и (2), получим $\frac{eBv}{m} = \frac{v^2}{R}$, откуда $R = \frac{mv}{eB}$. Для протона $R_1 = \frac{m_p v}{eB}$. Для электрона $R_2 = \frac{m_e v}{eB}$. Отсюда $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_p}{m_e} = 1840$.

11.75. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

Решение:

Имеем $R = \frac{mv}{eB}$ (см. задачу 11.74). За счет работы сил электрического поля частицы приобрели кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2} = eU$. Откуда $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Тогда $R = \frac{m\sqrt{2eU}}{eB\sqrt{m}} = \sqrt{\frac{eUm}{e}}\frac{1}{B}$. Т. е. для протона $R_1 = \sqrt{\frac{2Um_p}{e}}\frac{1}{B}$. Отсюда $R_1 / R_2 = \sqrt{m_p / m_e} = 42{,}9$.