§ 13. Акустика

В задачах данного раздела используются данные таблиц 11 и 12 приложения.

13.1. Найти длину волны λ основного тона ля (частота $\nu = 435$ Гц). Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

Решение:
Длина волны основного тона ля $\lambda = cT$ — (1), где T — период колебаний воздуха. Поскольку частота колебаний $\nu = \frac{1}{T}$ — (2), то, подставляя (2) в (1), получаем $\lambda = \frac{c}{\nu} = 0{,}78$ м.

13.2. Человеческое ухо может воспринимать звуки частотой приблизительно от $\nu_1 = 20$ Гц до $\nu_2 = 20000$ Гц. Между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

Решение:
Длина волны звуковых колебаний (см. задачу 13.1) $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Интервал слышимости звуковых колебаний лежит между длинами волн $\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} = 17$ м и $\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = 0{,}017$ м $= 17$ мм.

13.3. Найти скорость c распространения звука в стали.

Решение:
Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, где E —

модуль Юнга среды, ρ — плотность среды. Для стали $E = 216$ ГПа и $\rho = 7{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, тогда скорость звука в стали $c_c = 5296$ м/с.

13.4. Найти скорость c распространения звука в меди.

Решение:

Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, где E — модуль Юнга среды, ρ — плотность среды. Для меди $E = 118$ ГПа и $\rho = 8{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, тогда скорость звука в меди $c = 3704$ м/с.

13.5. Скорость распространения звука в керосине $c = 1330$ м/с. Найти сжимаемость β керосина.

Решение:

Модуль Юнга E связан со сжимаемостью β соотношением $\beta = \frac{1}{E}$, где $E = \rho c^2$. Отсюда $\beta = \frac{1}{\rho c^2} = 7{,}1 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

13.6. При помощи эхолота измерялась глубина моря. Какова была глубина моря, если промежуток времени между возникновением звука и его приемом оказался равным $t = 2{,}5$ с? Сжимаемость воды $\beta = 4{,}6 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$, плотность морской воды $\rho = 1{,}03 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Решение:

Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ — (1). Модуль Юнга связан со сжимаемостью соотношением $E = \frac{1}{\beta}$ — (2). Подставляя (2) в (1), получаем $c_s = \sqrt{\frac{1}{\rho\beta}}$, тогда глубина моря $h = \frac{c_s t}{2} = \frac{t}{2}\sqrt{\frac{1}{\rho\beta}} = 1815$ м.

13.7. Найти скорость c распространения звука в воздухе при температурах t, равных: -20, 0 и $20°$ С.

Решение:

Скорость распространения акустичееких колебаний в газах $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$, где μ — молярная масса газа, T — абсолютная температура газа, $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная, γ — показатель адиабаты газа. Воздух в первом приближении можно считать двухатомным газом, поэтому $\mu = 0{,}029$ кг/м^3, $\gamma = \frac{i+2}{i}$, где i — число степеней свободы, причем для двухатомных газов $i = 5$, тогда $\gamma = 1{,}4$. Подставляя числовые данные, составим таблицу:

T, К	253	273	293
c, м/с	321	333	343

13.8. Во сколько раз скорость c_1 распространения звука в воздухе летом ($t = 27°$ С) больше скорости c_2 распространения звука зимой ($t = -33°$ С)?

Решение:
Скорость распространения акустических колебаний в газах (см. задачу 13.7) $c=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$, откуда следует $\frac{c_1}{c_2}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$.

Подставляя числовые данные, получим $\frac{c_1}{c_2}=1{,}12$.

13.9. Зная, что средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа в условиях опыта $v=461$ м/с, найти скорость c распространения звука в газе.

Решение:
Скорость распространения звука в газе (см. задачу 13.7) $c=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$ — (1), а средняя квадратичная скорость молекул газа $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ — (2). Разделив (1) на (2), получаем $\frac{c}{\sqrt{\overline{v^2}}}=\sqrt{\frac{\gamma}{3}}$, откуда скорость распространения звука в газе $c=\sqrt{\overline{v^2}}\sqrt{\frac{\gamma}{3}}$ — (3). По условию газ двухатомный, следовательно (см. задачу 13.7), показатель адиабаты $\gamma=1{,}4$ и, подставляя его в формулу (3), получаем $c=315$ м/с.

13.10. Найти скорость c распространения звука в двухатомном газе, если известно, что при давлении $p=1{,}01\cdot 10^5$ Па плотность газа $\rho=1{,}29$ кг/м^3.

Решение:
Скорость распространения звука в газе (см. задачу 13.7) $c=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$ — (1). Из уравнения Менделеева — Клапейрона

$pV = \frac{m}{\mu}RT$ давление $p = \frac{mRT}{\mu V} = \frac{\rho RT}{\mu}$ или $\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$ — (2).

Подставляя (2) в (1), получаем $c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ — (3). По условию газ двухатомный, следовательно (см. задачу 13.7), показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$ и, подставляя его в формулу (3), получаем $c = 331$ м/с.

13.11. Зная, что средняя молярная кинетическая энергия поступательного движения молекул азота $W_{к\mu} = 3{,}4$ кДж/моль, найти скорость c распространения звука в азоте при этих условиях.

Решение:

Скорость распространения звука в газе (см. задачу 13.7) $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$ — (1), а средняя молярная кинетическая энергия поступательного движения молекул $W_{к\mu} = \frac{3}{2}RT$ — (2). Из уравнения (2) абсолютная температура $T = \frac{2W_{к\mu}}{3R}$ — (3). Подставляя (3) в (1), получаем $c = \sqrt{\frac{2\gamma RW_{к\mu}}{3R\mu}} = \sqrt{\frac{2\gamma W_{к\mu}}{3\mu}}$ — (4). Поскольку азот — газ двухатомный, следовательно (см. задачу 13.7), показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$ и, подставляя его в формулу (4), получаем $c = 337$ м/с.

13.12. Для определения температуры верхних слоев атмосферы нельзя пользоваться термометром, т. к. вследствие малой плотности газа термометр не придет в тепловое равновесие с окружающей средой. Для этой цели пускают ракету с гранатами, взрываемыми при достижении определенной высоты. Найти температуру t на высоте $h = 20$ км от поверхности Земли, если известно, что звук от взрыва, произведенного на высоте $h_1 = 21$ км, пришел позже на $\Delta t = 6{,}75$ с звука от взрыва, произведенного на высоте $h_2 = 19$ км.

Решение:

Скорость распространения звука в газе (см. задачу 13.7) $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$ — (1). По условию звук проходит расстояние $\Delta h = h_1 - h_2$ за время Δt, поэтому, с другой стороны, $c = \frac{h_2 - h_1}{\Delta t}$ — (2). Приравнивая правые части уравнений (1) и (2) и возводя обе части равенства в квадрат, получаем $\frac{\gamma RT}{\mu} = \frac{(h_2 - h_1)^2}{(\Delta t)^2}$, откуда абсолютная температура воздуха на высоте h равна $T = \frac{\mu}{\gamma R}\frac{(h_1 - h_2)^2}{(\Delta t)^2}$ — (3). Воздух в первом приближении можно считать азотом, для которого $\mu = 0{,}028$ кг/м^3 и $\gamma = 1{,}4$. Подставляя значения в формулу (3), получаем $T = 216$ К или $t = T - 273 = -57°$ С.

13.13. Найти показатель преломления n звуковых волн на границе воздух — стекло. Модуль Юнга для стекла $E = 6{,}9 \cdot 10^{10}$ Па, плотность стекла $\rho = 2{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, температура воздуха $t = 20°$ С.

Решение:

Скорость распространения акустических колебаний в твердой и жидкой средах (см. задачи 13.3 и 13.4) $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ — (1), а в газах (см. задачу 13.7) $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$ — (2). По определению показателя преломления $n=\frac{c_1}{c_2}$ — (3), где c_1 и c_2 — скорости звука в воздухе и в стекле, которые могут быть найдены соответственно из формул (2) и (1). Подставляя (2) и (1) в (3) и учитывая, что абсолютная температура $T=t+273$, получаем $n=\sqrt{\frac{\gamma RT\rho}{\mu E}}=$ $=\sqrt{\frac{\gamma R\rho(t+273)}{\mu E}}$ — (4). Воздух в первом приближении можно считать двухатомным газом, для которого $\mu=0{,}029$ кг/м^3 и $\gamma=1{,}4$. Подставляя значения в формулу (4), получаем $n=0{,}067$.

13.14. Найти предельный угол α полного внутреннего отражения звуковых волн на границе воздух — стекло. Воспользоваться необходимыми данными из предыдущей задачи.

Решение:

Согласно закону преломления волн показатель преломления $n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ — (1), где α — угол падения, β — угол преломления. При определенном значении угла падения α_0 преломленная волна скользит вдоль границы двух сред. В этом случае $\beta=\frac{\pi}{2}$ и $\sin\beta=1$ (2). Это явление называется полным внутренним отражением, а угол α_0 — предельным углом. Из (1), с учетом (2), получаем $n=\sin\alpha_0$ — (3) и, с другой стороны (см. задачу 13.13), показатель преломления $n=\sqrt{\frac{\gamma R\rho(t+273)}{\mu E}}$ — (4). Приравнивая правые части уравнений (3) и (4), получаем

$\sin\alpha_0 = \sqrt{\dfrac{\gamma R\rho(t+273)}{\mu E}}$, откуда предельный угол полного внутреннего отражения звуковых волн $\alpha_0 = \arcsin\left(\sqrt{\dfrac{\gamma R\rho(t+273)}{\mu E}}\right)$. Считая воздух в первом приближении двухатомным газом, для которого $\mu = 0{,}029$ кг/м^3 и $\gamma = 1{,}4$, получаем $\alpha = 3{,}84°$.

13.15. Два звука отличаются по уровню громкости на $\Delta L_I = 1$ фон. Найти отношение $\dfrac{I_2}{I_1}$ интенсивностей этих звуков.

Решение:

Уровень громкости в фонах L_I связан с интенсивностью звука соотношением $L_I = 10 lg\dfrac{I}{I_0}$ — (1), где I_0 — порог слышимости звука. Условно принимается, что $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2. Для первого и второго звука из (1) соответственно имеем $L_{I1} = 10 lg\dfrac{I_1}{I_0}$ и $L_{I2} = 10 lg\dfrac{I_2}{I_0}$, тогда

$$\Delta L_I = L_{I2} - L_{I1} = 10\left(lg\frac{I_2}{I_0} - lg\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 lg\frac{I_2}{I_1}$$ или

$lg\dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{\Delta L_I}{10}$. Отсюда $\dfrac{I_2}{I_1} = 10^{\left(\frac{\Delta L_I}{10}\right)} = 1{,}26$.

13.16. Два звука отличаются по уровню звукового давления на $\Delta L_p = 1$ Дб. Найти отношение $\dfrac{p_2}{p_1}$ амплитуд их звукового давления.

Решение:

Уровень звукового давления в децибелах связан с амплитудой звукового давления соотношением $L_p = 20 lg \frac{p}{p_0}$ — (1), где p_0 — амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. Условно принимается, что $p_0 = 2 \times 10^{-5}$ Па. Для первого и второго звука из (1) соответственно $L_{p1} = 20 \cdot lg \frac{p_1}{p_0}$ и $L_{p2} = 20 \cdot lg \frac{p_2}{p_0}$, тогда

$$\Delta L_p = L_{p2} - L_{p1} = 20\left(lg \frac{p_2}{p_1} - lg \frac{p_1}{p_0}\right); \quad \Delta L_p = 20 lg \frac{p_2}{p_1}$$ или

$$lg \frac{p_2}{p_1} = \frac{\Delta L_p}{20}.$$ Отсюда $$\frac{p_2}{p_1} = 10^{\left(\frac{\Delta L_p}{20}\right)} = 1{,}12.$$

13.17. Шум на улице с уровнем громкости $L_{I1} = 70$ фон слышен в комнате так, как шум с уровнем громкости $L_{I2} = 40$ фон. Найти отношение $\frac{I_1}{I_2}$ интенсивностей звуков на улице и в комнате.

Решение:

Отношение интенсивностей звуков на улице и в комнате (см. задачу 13.15) будет определяться как $\frac{I_2}{I_1} = 10^{\left(\frac{L_{I2}-L_{I1}}{10}\right)}$

или $$\frac{I_1}{I_2} = 10^{\left(\frac{L_{I1}-L_{I2}}{10}\right)} = 1000.$$

13.18. Интенсивность звука увеличилась в 1000 раз. На сколько увеличилась амплитуда звукового давления?

Решение:
Уровень звукового давления (см. задачи 13.15 и 13.16) увеличился на $\Delta L_p = \Delta L_I = 10 lg\frac{I_2}{I_1} = 30$ Дб. С другой стороны, $\Delta L_p = 20 \cdot lg\frac{p_2}{p_1}$, откуда отношение амплитуд звукового давления $\frac{p_2}{p_1} = 10^{\left(\frac{\Delta L_p}{20}\right)} = 31,6$.

13.19. Интенсивность звука $I = 10$ мВт/м^2. Найти уровень громкости L_I и амплитуду p звукового давления.

Решение:
Уровень громкости в фонах L_I (см. задачу 13.15) связан с интенсивностью звука соотношением $L_I = 10 lg\frac{I}{I_0}$, где $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2, тогда $L_I = 100$ фон. Поскольку $L_I = L_p = 20 \cdot lg\frac{p}{p_0}$, то $lg\frac{p}{p_0} = \frac{L_I}{20}$, значит, $\frac{p}{p_0} = 10^{\left(\frac{L_I}{20}\right)}$, отсюда амплитуда звукового давления $p = p_0 10^{\left(\frac{L_I}{20}\right)}$, где $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па, тогда $p = 2$ Па.

13.20. На сколько увеличился уровень громкости L_I звука, если интенсивность звука возросла: а) в 3000 раз; б) в 30000 раз?

Решение:
Уровень громкости (см. задачу 13.15) увеличивается на $\Delta L_I = 10 \cdot lg\frac{I_2}{I_1}$. а) Если $\frac{I_2}{I_1} = 3000$, то $\Delta L_I = 34.77$ фон.
б) Если $\frac{I_2}{I_1} = 30000$, то $\Delta L_I = 44,77$ фон.

13.21. Найти расстояние l между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке для тона ля (частота $\nu = 435$ Гц): а) в начале записи на расстоянии $r = 12$ см от центра; б) в конце записи на расстоянии $r = 4$ см от центра. Частота вращения пластинки $n = 78\ мин^{-1}$.

Решение:

Имеем $l = \dfrac{\omega r}{\nu}$, где $\omega = 2\pi n$ — угловая скорость вращения пластинки, отсюда $l = \dfrac{2\pi n r}{\nu}$. Подставляя числовые данные, получим: а) $l = 2{,}25$ мм ; б) $l = 0{,}75$ мм.

13.22. Найти расстояние l между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке для: а) $\nu = 100$ Гц; б) $\nu = 2000$ Гц. Среднее расстояние от центра пластинки $r = 10$ см. Частота вращения пластинки $n = 78\ мин^{-1}$.

Решение:

Расстояние между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке найдем по формуле $l = \dfrac{\omega r}{\nu}$, где $\omega = 2\pi n$ — угловая скорость вращения пластинки, отсюда $l = \dfrac{2\pi n r}{\nu}$. а) Если $\nu_1 = 100$ Гц, то $l_1 = 8{,}15$ мм. б) Если $\nu_1 = 2000$ Гц, то $l_1 = 0{,}41$ мм.

13.23. При образовании стоячей волны в трубке Кундта в воздушном столбе наблюдалось $n = 6$ пучностей. Какова была длина l_2 воздушного столба, если стальной стержень закреплен: а) посередине; б) в конце? Длина стержня $l_1 = 1$ м. Скорость распространения звука в стали $c_1 = 5250$ м/с, в воздухе $c_2 = 343$ м/с.

Решение:

При возбуждении колебаний в стальном стержне установится стоячая волна с узлами в точках зажима и пучностями на свободных концах. В стоячей волне воздушного столба расстояние между соседними пучностями равно половине длины возбужденной звуковой волны. Имеем $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}$ — (1). Длина l_2 воздушного столба на основании сказанного найдется из условия $\frac{n\lambda_{21}}{2} = l_2$ — (2). Из (1) и (2) имеем $l_2 = \frac{n\lambda_1 c_2}{2c_1}$. Тогда: а) $\lambda = 2l_1$, $l_2 = 0{,}392$ м; б) $\lambda = 4l_1$, $l_2 = 0{,}784$ м.

13.24. Какова длина l_1 стеклянного стержня в трубке Кундта, если при закреплении его посередине в воздушном столбе наблюдалось $n = 5$ пучностей? Длина воздушного столба $l_2 = 0{,}25$ м. Модуль Юнга для стекла $E = 6{,}9 \cdot 10^{10}$ Па; плотность стекла $\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3. Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

Решение:

Имеем $l_2 = \frac{n\lambda_1 c_2}{2c_1}$ — (1) (см. задачу 13.23). По условию $\lambda_1 = 2l_1$ — (2). Скорость распространения акустических колебаний в стекле $c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ — (3). Подставляя (2) и (3) в (1), получаем $l_2 = \frac{2n_2 l c_2}{2 \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}}}$, откуда длина стеклянного стержня $l_1 = \frac{l_2}{nc_2}\sqrt{\frac{R}{\rho}} = 0{,}772$ м.

13.25. Для каких наибольших частот применим метод Кундта определения скорости звука, если считать, что наименьшее различимое расстояние между пучностями $l \approx 4$ мм? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

Решение:

Имеем $l = \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{c}{2\nu}$ (см. задачу 13.23), отсюда максимальная частота $\nu = \dfrac{c}{2l} \approx 43$ кГц.

13.26. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями $u_1 = 72$ км/ч и $u_2 = 54$ км/ч. Первый поезд дает свисток с частотой $\nu = 600$ Гц. Найти частоту ν' колебаний звука, который слышит пассажир второго поезда: а) перед встречей поездов; б) после встречи поездов. Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

Решение:

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой $\nu' = \dfrac{c + u_2}{c - u_1}\nu$ — (1), где ν — частота звука, посылаемая источником звука, u_1 — скорость движения источника звука, u_2 — скорость движения наблюдателя, c — скорость распространения звука. Скорость $u_2 > 0$, если наблюдатель движется по направлению к источнику звука; скорость $u_1 > 0$, если источник движется к наблюдателю. а) Перед встречей поездов $\nu_1' = \dfrac{c + u_2}{c - u_1}\nu = 666$ Гц. б) После встречи поездов $\nu_2' = \dfrac{c - u_2}{c + u_1}\nu = 542$ Гц.

13.27. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, частота тона гудка паровоза меняется скачком. Какой процент от истинной частоты тона составляет скачок частоты, если поезд движется со скоростью $c = 60$ км/ч?

Решение:

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой $\nu' = \frac{c + u_2}{c - u_1}\nu$ — (1). Поскольку наблюдатель покоится, то $u_2 = 0$, тогда (см. задачу 13.26) при движении поезда к наблюдателю и от него соответственно имеем из формулы (1) частоты звука $\nu_1' = \frac{c}{c - u}\nu$ — (2) и $\nu_2' = \frac{c}{c + u}\nu$ — (3). Величина скачка частоты $\Delta\nu = \nu_1' - \nu_2'$ — (4). Подставляя (2) и (3) в (4), получаем $\Delta\nu = c\nu\left[\frac{1}{c - u} - \frac{1}{c + u}\right] = 9{,}8\%$.

13.28. Наблюдатель на берегу моря слышит звук пароходного гудка. Когда наблюдатель и пароход находятся в покое, частота воспринимаемого наблюдателем звука $\nu = 420$ Гц. При движении парохода воспринимаемая частота $\nu_1 = 430$ Гц, если пароход приближается к наблюдателю, и $\nu_2 = 415$ Гц, если пароход удаляется от него. Найти скорость v парохода в первом и втором случаях, если скорость распространения звука в воздухе $c = 338$ м/с.

Решение:

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой $\nu' = \frac{c + u_2}{c - u_1}\nu$ — (1). Поскольку наблюдатель покоится, то $v_2 = 0$. Если пароход приближается к наблюдателю (см. задачу 13.26), то из формулы (1) имеем $\nu_1' = \frac{c}{c-u}\nu$, откуда скорость парохода $u = c\left[1 - \frac{\nu_1'}{\nu}\right] = 8{,}05$ м/с. Аналогично при удалении парохода от наблюдателя $\nu_2' = \frac{c}{c+u}\nu$, следовательно, $u = c\left[\frac{\nu_2'}{\nu} + 1\right] = 4{,}07$ м/с.

13.29. Ружейная пуля летит со скоростью $u = 200$ м/с. Во сколько раз изменится частота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля? Скорость распространения звука в воздухе $c = 333$ м/с.

Решение:

Частоты звука при движении пули к неподвижному наблюдателю и от него (см. задачу 13.27) соответственно равны $\nu_1' = \frac{c}{c-u}\nu$ и $\nu_2' = \frac{c}{c+u}\nu$, тогда $\frac{\nu_1'}{\nu_2'} = \frac{c+u}{c-u} = 4$.

13.30. Два поезда идут навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Какова должна быть их скорость u, чтобы частота свистка одного из них, слышимого на другом, изменялась в 9/8 раза? Скорость распространения звука в воздухе $c = 335$ м/с.

Решение:

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой $\nu' = \frac{c+u_2}{c-u_1}\nu$ — (1).

По условию $u_1 = u_2 = u$ — (2) и $\frac{\nu'}{\nu} = \frac{c+u}{c-u} = \frac{9}{8}$, отсюда скорость поездов $u = \frac{c}{17} = 19{,}7$ м/с.

13.31. Летучая мышь летит перпендикулярно к стене со скоростью 6,0 м/с, издавая ультразвук частотой $\nu = 45$ кГц. Какие две частоты звука ν_1 и ν_2 слышит летучая мышь? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

Решение:

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой $\nu' = \frac{c+u_2}{c-u_1}\nu$ — (1). По условию $u_1 = u_2 = u$ — (2) — скорость летучей мыши. Летучая мышь будет слышать прямой звук и отраженный от стены. Для прямого звука из формулы (1) имеем $\nu_1 = \frac{c+u}{c+u}\nu = \nu = 45$ кГц. Аналогично для отраженного звука $\nu_2 = \frac{c+u}{c-u}\nu = 46{,}6$ кГц.

13.32. Какую длину l должна иметь стальная струна радиусом $r = 0{,}05$ см, чтобы при силе натяжения $F = 0{,}49$ кН она издавала тон частотой $\nu = 320$ Гц?

Решение:

Частота основного тона струны определяется формулой $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}$ — (1), где l — длина струны, F — сила ее натяжения, $S = \pi r^2$ — (2) — площадь ее поперечного сечения, ρ — плотность материала среды. Подставляя (2) в (1), получаем $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi r^2}}$, откуда длина струны $l = \frac{1}{2\nu}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi r^2}} = 0{,}45$ м.

13.33. С какой силой F надо натянуть стальную струну длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 0{,}2$ мм, чтобы она издавала тон ля (частота $\nu = 435$ Гц)?

Решение:

Частота основного тона струны определяется формулой $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}$ — (1) (см. задачу 13.32), где $S = \frac{\pi d^2}{4}$ — (2).

Тогда, подставляя (2) в (1), получим $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi d^2}}$ — (3).

Возведя обе части уравнения (3) в квадрат, имеем $\nu^2 = \frac{1}{4l^2}\frac{4F}{\rho\pi d^2} = \frac{F}{\rho\pi d^2 l^2}$, откуда сила натяжения струны $F = \rho\pi\nu^2 d^2 l^2 = 7{,}32$ Н.

13.34. Зная предел прочности для стали, найти наибольшую частоту ν, на которую можно настроить струну длиной $l = 1$ м.

Решение:

Частота основного тона струны определяется формулой $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}$ — (1). По определению предел прочности

$p_{max} = \frac{F_{max}}{S}$, откуда максимальная сила, с которой можно натянуть струну, равна $F_{max} = P_{max}S$ — (2). Подставляя (2) в (1), находим наибольшую частоту, на которую можно настроить струну, $\nu_{max} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{p_{max}}{\rho}} = 159$ Гц.

13.35. Струна, натянутая с силой $F_1 = 147$ Н, дает с камертоном частоту биений $\nu_б = 8$ Гц. После того как эту струну натянули с силой $F_2 = 156{,}8$ Н, она стала настроена с камертоном в унисон. Найти частоту ν_2 колебаний камертона.

Решение:

Имеем $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} = 0{,}97$; $\nu_б = \nu_2 - \nu_1 = 8$ Гц. Решая эти уравнения совместно, получим $\nu_2 = 252$ Гц.

13.36. Камертон предыдущей задачи дает с другим камертоном частоту биений $\nu_б = 2$ Гц. Найти частоту колебаний второго камертона.

Решение:

Частота биений $\nu_б = \nu_2 - \nu_1$ — (1). Из предыдущей задачи частота одного камертона $\nu_2 = 252$ Гц, тогда из формулы (1) получим $\nu_1 = \nu_2 - \nu_б = 250$ Гц. Однако следует обратить внимание, что камертон из предыдущей задачи может быть как вторым, так и первым, т. е. $\nu_1 = 252$ Гц, тогда $\nu_2 = \nu_б + \nu_1 = 254$ Гц.

13.37. Найти частоту ν основного тона струны, натянутой с силой $F = 6$ кН. Длина струны $l = 0{,}8$ м, ее масса $m = 30$ г.

Решение:

Частота основного тона струны определяется формулой $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}$ — (1). Масса струны $m = \rho V$ — (2), где $V = lS$ — (3) — ее объем. Из (2) и (3) имеем $m = \rho l S$, откуда плотность материала струны $\rho = \frac{m}{lS}$ — (4). Подставляя (4) в (1), находим частоту основного тона струны $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Fl}{m}} = 250\,\text{Гц}$.

13.38. Найти частоту ν основного тона: а) открытой трубы; б) закрытой трубы.

Решение:

а) В открытой трубе образуется стоячая звуковая волна с пучностями на обоих концах. На длине трубы l может поместиться n полуволн, где $n = 1, 2, 3$ ... т. е. $l = \frac{n\lambda}{2}$ и $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{2l}$. Частота основного тона $\nu = \frac{c}{2l}$. б) В закрытой трубе стоячая волна имеет на одном конце узел, а на другом — пучность. В этом случае $l = \frac{n\lambda}{4}$ и $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{4l}$. Частота основного тона $\nu = \frac{c}{4l}$.

13.39. Закрытая труба издает основной тон до (частота $\nu_1 = 130{,}5\,\text{Гц}$). Трубу открыли. Какую частоту ν_2 имеет основной тон теперь? Какова длина l трубы? Скорость распространения звука в воздухе $v = 340\,\text{м/с}$.

Решение:

В закрытой трубе стоячая волна имеет узел на одном конце и пучность на другом. В этом случае $l=\frac{n\lambda_1}{4}$ — (1) и $\nu_1=\frac{c}{\lambda_1}=\frac{nc}{4l}$ — (2). При $n=1$ из формулы (2) частота основного тона $\nu_1=\frac{c}{4l}$, откуда длина трубы $l=\frac{c}{4\nu_1}=0{,}65$ м. Когда трубу открыли, в ней возникла стоячая волна с пучностями на обоих концах. Тогда $l=\frac{n\lambda_2}{2}$ — (3) и $\nu_2=\frac{c}{\lambda_2}=\frac{nc}{2l}$ — (4). Приравнивая правые части уравнений (1) и (3), получаем $\lambda_2=\frac{\lambda_1}{2}$ — (5). Из (2) и (4) следует, что $\frac{\nu_1}{\nu_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, откуда, с учетом (5), частота основного тона открытой трубы $\nu_2=2\nu_1=261$ Гц.