§ 21. Радиоактивность

В этом разделе используются данные таблиц 3 и 22 приложения. В задаче 21.11 дан авторский вариант решения.

21.1. Сколько атомов полония распадается за время $\Delta t = 1$ сут из $N = 10^6$ атомов?

Решение:

За время Δt распадается число атомов $|\Delta N| = \lambda N \Delta t$ — (1). Эта формула применима при $\Delta t << T_{1/2}$, где $T_{1/2}$— период полураспада. Период полураспада полония $T_{1/2} = 138$ сут (таблица 22), следовательно, для $\Delta t = 1$ сут число распадающихся атомов можно определить по формуле (1). Подставляя числовые данные, получим $|\Delta N| = \frac{ln 2}{T_{1/2}} N \Delta t =$ $= 5025$ сут$^{-1}$.

21.2. Сколько атомов радона распадается за время $\Delta t = 1$ сут из $N = 10^6$ атомов?

Решение:

Период полураспада радона $T_{1/2} = 3{,}82$ сут, следовательно, мы не можем использовать формулу из предыдущей задачи. Необходимо воспользоваться формулой $N = N_0 e^{-\lambda t}$, тогда искомое количество атомов $\Delta N = N_0 - N =$ $= N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$. Подставляя числовые данные, получим $\Delta N = 1{,}67 \cdot 10^5$ сут$^{-1}$.

21.3. Найти активность a массы $m = 1$ г радия.

Решение:

Активностью радиоактивного вещества называется число распадов, которое происходит в нем в единицу времени $a = \frac{dN}{dt} = -\lambda N$ — (1), где λ — постоянная распада, N — число атомов радиоактивного вещества. Период полураспада и постоянная распада связаны между собой соотношением $T_{1/2} = \frac{ln 2}{\lambda}$, откуда $\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}$ — (2). Число распадающихся атомов радия равно $N = \frac{m}{\mu} N_A$ — (3), где $\mu = 226$ г/моль — молярная масса радия, $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ — постоянная Авогадро. Подставляя (2) и (3) в (1), получаем $a = \frac{mN_A \, ln 2}{\mu T_{1/2}} = 3{,}68 \cdot 10^{10}$ Бк.

21.4. Найти массу m радона, активность которого $a = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Решение:

Активность радиоактивного вещества (см. задачу 21.3) равна $a = \frac{mN_A \, ln 2}{\mu T_{1/2}}$. Отсюда масса радиоактивного вещества равна $m = \frac{a \mu T_{1/2}}{N_A \, ln 2} = 6{,}49 \cdot 10^{-9}$ кг.

21.5. Найти массу m полония $^{210}_{84}Po$, активность которого $a = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Решение:

Масса радиоактивного вещества (см. задачу 21.4) равна $m = \frac{a\mu T_{1/2}}{N_A \ln 2} = 0.22$ мг.

21.6. Найти постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t = 1$ сут на 18.2%.

Решение:

Число атомов радиоактивного вещества dN, распадающихся за время dt, пропорционально числу имеющихся атомов и определяется соотношением $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$, откуда, разделив переменные, получим $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$. Интегрируя полученное выражение, получаем $\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$, откуда постоянная распада $\lambda = -\frac{\ln(N/N_0)}{t}$ — (1). По условию задачи $N = (1-x)N_0$ — (2), где N_0 — число атомов по истечении времени t, $x = 0{,}182$ — доля атомов, распавшихся за время t. Подставляя (2) в (1), окончательно получаем $\lambda = -\frac{\lambda \ln(1-x)}{t} = 2{,}33 \cdot 10^{-6}\ \text{с}^{-1}$.

21.7. Найти удельную активность a_m: а) урана ${}^{235}_{92}\text{U}$; б) радона ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.

Решение:

Удельной активностью радиоактивного вещества называется активность его единицы массы $a_m = \frac{a}{m}$ — (1). По-

скольку активность радиоактивного вещества (см. зада
21.3) равна $a=\frac{mN_A \ln 2}{\mu T_{1/2}}$ — (2), то, подставляя (2) в (1)
получаем $a_m=\frac{N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}}$. а) Для урана $^{235}_{92}U$ $\mu=235$ г/моль
$T_{1/2}=7{,}1\cdot 10^8$ лет, следовательно, $a_m=7{,}93\cdot 1^7$ Бк/к
б) Для радона $^{222}_{86}Rn$ $\mu=222$ г/моль и $T_{1/2}=3{,}82$ су
следовательно, $a_m=5{,}69\cdot 10^{18}$ Бк/кг.

21.8. Ионизационные счетчики Гейгера — Мюллера имею в отсутствие радиоактивного препарата определенный фо Присутствие фона может быть вызвано космическим излучени или радиоактивными загрязнениями. Какой массе радона соответствует фон, дающий 1 отброс счетчика за время $t=5$ с?

Решение:
Число атомов радиоактивного вещества, распадающихся время Δt, определяется формулой $|\Delta N|=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}N\Delta t$ (с задачу 21.1). Исходное число атомов $N=\frac{m}{\mu}N_A$. П условию $\Delta N=1$, $\Delta t=t=5$ с. Тогда $1=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\frac{m}{\mu}N_A t$, отку $m=\frac{\mu T1/2}{N_A t \ln 2}$. Подставляя числовые данные, получи $m=3{,}5\cdot 10^{-20}$ кг.

21.9. При помощи ионизационного счетчика исследуе активность некоторого радиоактивного изотопа. В началь момент времени счетчик дает 75 отбросов за время $t=10$ Какое число отбросов за время $t=10$ с дает счетчик истечении времени $t=T_{1/2}/2$? Считать $T_{1/2}>>10$ с.

Решение:

В начальный момент времени активность радиоактивного изотопа равна $a_1 = \frac{N_0}{t}$ — (1), а спустя время $t_1 = \frac{T_{1/2}}{2}$ — (2) она станет равной $a_2 = \frac{N}{t}$ — (3), где N_0 и N — соответственно число атомов радиоактивного изотопа в начальный момент времени и через время t_1, которые связаны между собой соотношением $N = N_0 \exp(-\lambda t_1)$. Отсюда $\frac{N}{N_0} = \exp(-\lambda t_1)$ или, с учетом (2), $\frac{N}{N_0} = \exp\left(-\frac{\lambda T_{1/2}}{2}\right)$ — (4). Период полураспада и постоянная распада связаны соотношением $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$, откуда $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ — (5). Подставляя (5) в (4), получаем $\frac{N}{N_0} = \exp\left(-\frac{\ln 2}{2}\right)$ — (6). Разделив (3) на (1), получаем $\frac{a_2}{a_1} = \frac{N}{N_0}$ — (7). Сопоставляя формулы (6) и (7), находим, что $\frac{a_2}{a_1} = \exp\left(-\frac{\ln 2}{2}\right)$, откуда окончательно $a_2 = a_1 \exp\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = 53$ отброса.

21.10. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ с$^{-1}$. Через какое время t распадется 75% первоначальной массы m атомов?

Решение:

Число атомов радиоактивного изотопа в начальный момент времени связано с их числом по истечении времени t соотношением $N = N_0 \exp(-\lambda t)$ — (1), где

$N = \frac{m}{\mu} N_А$ — (2) и $N_0 = \frac{m_0}{\mu} N_А$ — (3). Подставляя (2) и (3) в (1), получаем $m = m_0 exp(-\lambda t)$ — (4). По условию $m = (1-0{,}75)m_0 = 0{,}25 m_0$ — (5). Подставляя (5) в (4) получаем $exp(-\lambda t) = 0{,}25 = \frac{1}{4}$ или $exp(\lambda t) = 4$ — (6). Логарифмируя уравнение (6), получим $\lambda t = ln 4$, откуда $t = \frac{ln 4}{\lambda} = 3{,}47 \cdot 10^6$ с $= 40{,}11$ суток.

21.11. Природный уран представляет собой смесь трех изотопов: ${}^{234}_{92}U$, ${}^{235}_{92}U$, ${}^{238}_{92}U$. Содержание ${}^{234}_{92}U$ ничтожно (0,006%), на долю ${}^{235}_{92}U$ приходится 0,71%, а остальную массу (99,28%) составляет ${}^{238}_{92}U$. Периоды полураспада $T_{1/2}$ этих изотопов соответственно равны $2{,}5 \cdot 10^5$ лет, $7{,}1 \cdot 10^8$ лет и $4{,}5 \cdot 10^9$ лет. Найти процентную долю радиоактивности, вносимую каждым изотопом в общую радиоактивность природного урана.

Решение:

Процентная доля радиоактивности, вносимая каждым из изотопов в общую радиоактивность природного урана, определяется отношением числа распадов в единицу времени каждого изотопа к общему числу распадов в единицу времени природного урана. Обозначим через m массу природного урана. Тогда массы изотопов будут равны соответственно $m_1 = 6 \cdot 10^{-5} m$, $m_2 = 7{,}1 \cdot 10^{-3} m$, $m_3 = 99{,}28 \cdot 10^{-2} m$. Число распадов в единицу времени, даваемое изотопом, будет равно $\Delta N_1 = \frac{ln 2}{T_1} N_1 \Delta t =$ $= \frac{ln 2 N_А m_1 \Delta t}{T_1 A_1}$, $\Delta N_2 = \frac{ln 2 N_А m_2 \Delta t}{T_2 A_2}$, $\Delta N_3 = \frac{ln 2 N_А m_3 \Delta t}{T_3 A_3}$, где $N_А$ — постоянная Авогадро, T_i — период полураспа изотопа (индекс 1/2 у T опущен), A_i — его молярная масса. Откуда искомое отношение для каждого изотопа равно

$$x = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3} = \frac{m_i/(A_i T_i)}{m_1/(A_1 T_1) + m_2/(A_2 T_2) + m_3/(A_3 T_3)}.$$

Подставляя числовые данные, нетрудно убедиться, что вся радиоактивность природного урана обусловлена изотопом $^{238}_{92}U$, радиоактивность же изотопов $^{235}_{92}U$ и $^{234}_{92}U$ исчезающе мала.

21.12. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, $W_1 = 4{,}78$ МэВ. Найти скорость v α-частицы и полную энергию W, выделяющуюся при вылете α-частицы.

Решение:

Кинетическая энергия α-частицы $W_1 = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{\frac{2W_1}{m}} = 1{,}52 \cdot 10^7$ м/с. Полная энергия W, выделяющаяся при вылете α-частицы, складывается из кинетической энергии α-частицы W_1 и кинетической энергии остаточного ядра W_2, т. е. $W = W_1 + W_2$ — (1). Кроме того, согласно закону сохранения импульса $m_1 v_1 = m_2 v_2$ — (2). Из (2) получим $(m_1 v_1)^2 = \frac{m_1 v_1^2 2m_1}{2} = W_1 2m_1$; $(m_1 v_1)^2 = (m_2 v_2)^2 = \frac{m_2 v_2^2 2m_2}{2} = 2m_2 W_2$. Из (1) имеем $W = W_1 + \frac{2m_1 W_1}{2m_2} = W_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = W_1 \frac{m_2 + m_1}{m_2}$. Подставляя числовые данные, получим $W = 4{,}87 \cdot 10^6$ эВ.

21.13. Какое количество теплоты Q выделяется при распаде радона активностью $a = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк: а) за время $t = 1$ ч; б) за среднее время жизни τ? Кинетическая энергия вылетающей из радона α-частицы $W = 5{,}5$ МэВ.

Решение:

По закону сохранения энергии количество тепла, которое выделяется при распаде радона, равно $Q = NW$ — (1), где N — число распадов за время t, W — кинетическая энергия α-частицы. Поскольку $N = at$ — (2), где a — активность радона, то, подставляя (2) в (1), получаем $Q = atW$ — (3). а) Если $t = 1$ ч, то из формулы (3) $Q = 117{,}22$ Дж. б) По определению среднее время жизни радона $\tau = \frac{1}{\lambda}$ — (4). Поскольку постоянная распада (см. задачу 21.9) равна $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ — (5), то, подставляя (5) в (4), получаем $\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$ — (6). Учитывая, что $t = \tau$, подставляя (6) в (3), окончательно получаем $Q = \frac{aWT_{1/2}}{\ln 2} = 15{,}5$ кДж.

21.14. Масса $m = 1$ г урана $^{238}_{92}U$ в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность $P = 1{,}07 \cdot 10^{-7}$ Вт. Найти молярную теплоту Q_μ, выделяемую ураном за среднее время жизни τ атомов урана.

Решение:

Мощность, выделяемая при распаде урана $^{238}_{92}U$, равна $P = \frac{Q}{t}$ — (1), где Q — количество тепла, которое выделится при распаде $^{238}_{92}U$ за время t. По условию

$t = \tau = \dfrac{1}{\lambda}$ — (2), где τ — среднее время жизни атомов урана ${}^{238}_{92}\text{U}$, λ — постоянная распада, которая связана с периодом полураспада урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ следующим соотношением: $T_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$, откуда $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$ — (3). Подставляя (3) в (2), получаем $t = \dfrac{T_{1/2}}{\ln 2}$ — (4), затем, подставляя (4) в (1), получим $P = \dfrac{Q \ln 2}{T_{1/2}}$, откуда $Q = \dfrac{P T_{1/2}}{\ln 2}$ — (5). Число молей урана ${}^{238}_{92}\text{U}$, участвующее в распаде $\nu = \dfrac{m}{\mu}$ — (6), где $\mu = 238$ г/моль — молярная масса урана ${}^{238}_{92}\text{U}$. Молярная теплота, выделяемая ураном ${}^{238}_{92}\text{U}$ за среднее время жизни его атомов, равна $Q_\mu = \dfrac{Q}{\nu}$ — (7). Подставляя (5) и (6) в (7), окончательно получаем $Q_\mu = \dfrac{P T_{1/2} \mu}{m \ln 2} = 5{,}21 \cdot 10^{12}$ Дж/моль.

21.15. Найти активность a радона, образовавшегося из массы $m = 1$ г радия за время $t = 1$ ч.

Решение:

Поскольку по условию задачи из радиоактивного изотопа ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ образуется новый радиоактивный изотоп ${}^{222}_{86}\text{Rn}$, то по истечении времени t число ядер изотопа ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ будет определяться по формуле $N_2 = N_{01} \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \times$ $\times \left(exp(-\lambda_1 t) - exp(-\lambda_2 t) \right)$ — (1), где $N_{01} = \dfrac{m_1}{\mu_1} N_A$ — (2) —

начальное число ядер изотопа $^{226}_{88}Ra$, λ_1 и λ_2 — соответственно постоянные распада $^{226}_{88}Ra$ и $^{222}_{86}Rn$. Постоянная распада (см. задачу 21.14) равна $\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}$ — (3).

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем $N_2 = \frac{m_1}{\mu_1} N_A \times$ $\times \frac{T_{1/2(2)}}{T_{1/2(1)} - T_{1/2(2)}} \left[exp\left(-\frac{t\, ln 2}{T_{1/2(1)}} \right) - exp\left(-\frac{t\, ln 2}{T_{1/2(2)}} \right) \right]$ — (4). Активность образовавшегося радона равна $a_2 = -\lambda_2 N_2$ — (5). Подставляя (3) и (4) в (5), окончательно получаем

$$N_2 = \frac{m_1 N_A ln 2}{\mu_1 \left(T_{1/2(1)} - T_{1/2(2)} \right)} \left[exp\left(-\frac{t\, ln 2}{T_{1/2(1)}} \right) - exp\left(-\frac{t\, ln 2}{T_{1/2(2)}} \right) \right];$$

$N_2 = 2{,}85 \cdot 10^8$ Бк.

21.16. В результате распада массы $m_0 = 1$ г радия за время $t = 1$ год образовалась некоторая масса гелия, занимающая при нормальных условиях объем $V = 43$ мм^3. Найти из этих данных постоянную Авогадро N_A.

Решение:

Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории $p = nkT$, откуда $n = \frac{p}{kT}$ — (1), где n — число образовавшихся атомов гелия в единице объема; $p = 101$ кПа и $T = 273$ К — соответственно давление и абсолютная температура при нормальных условиях; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. С другой стороны, $n = \frac{N_0 - N}{V}$ — (2), где $N = N_0 exp(-\lambda t)$ — (3)

Постоянная распада (см. задачу 21.14) равна $\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}$ — (4). Подставляя (4) в (3), получаем $N = N_0 \cdot exp\left(-\frac{t\,ln 2}{T_{1/2}}\right)$ — (5), затем, подставляя (5) в (2), получаем $n = \frac{N_0\left[1 - exp\left(-t\,ln 2 / T_{1/2}\right)\right]}{V}$ — (6). Приравнивая правые части соотношений (1) и (6), получаем $\frac{P}{kT} = \frac{N_0\left[1 - exp\left(-t\,ln 2 / T_{1/2}\right)\right]}{V}$ — (7). Начальное число атомов радия равно $N_0 = \frac{m_0}{\mu} N_A$ — (8). Подставляя (8) в (7), получаем $\frac{P}{kT} = \frac{m_0 N_A\left[1 - exp\left(-t\,ln 2 / T_{1/2}\right)\right]}{\mu V}$, откуда окончательно постоянная Авогадро равна $N_A = \frac{pV\mu}{kTm_0\left[1 - exp\left(-t\,ln 2 / T_{1/2}\right)\right]} = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

21.17. В ампулу помещен препарат, содержащий массу $m_0 = 1{,}5$ г радия. Какая масса m радона накопится в этой ампуле по истечении времени $t = T_{1/2}/2$, где $T_{1/2}$ — период полураспада радона?

Решение:

Поскольку период полураспада изотопа $^{222}_{86}Rn$ значительно меньше периода полураспада изотопа $^{226}_{88}Ra$, то число атомов радона, которое накопится в ампуле по истечении времени t, равно $N_2 = N_{01}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\left(1 - exp\left(-\lambda_2 t\right)\right)$ — (1).

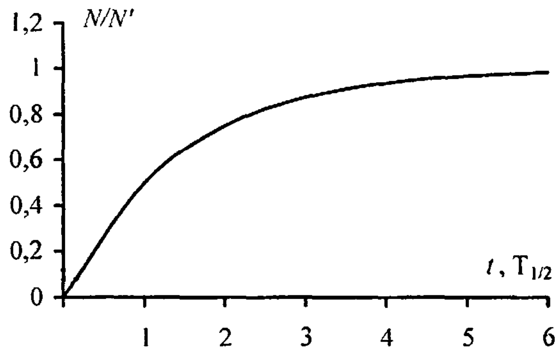
Поскольку постоянная распада (см. задачу 21.14) равна $\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}$ — (2) и по условию $t = \frac{T_{1/2(2)}}{2}$ — (3), то, подставляя (2) и (3) в (1), получаем $N_2 = N_{01}\frac{T_{1/2(2)}}{T_{1/2(1)}}\times$ $\times\left[1-exp\left(-\frac{ln2}{2}\right)\right]$ — (4). Поскольку $N_2 = \frac{m}{\mu_2}N_A$ — (5) и $N_{01} = \frac{m_0}{\mu_1}N_A$ — (6), то, подставляя (5) и (6) в (4), окончательно получаем $m = \frac{m_0\mu_2 T_{1/2(2)}}{\mu_1 T_{1/2(1)}}\left[1-exp\left(-\frac{ln2}{2}\right)\right] = 3\cdot10^{-9}$ кг.

21.18. Некоторое число атомов радия помещено в замкнутый сосуд. Через какое время t число атомов радона N в этом сосуде будет отличаться на 10% от того числа атомов радона N', которое соответствует радиоактивному равновесию радия с радоном в этом сосуде? Построить кривую зависимости изменения $\frac{N}{N'}$ в сосуде от времени t в интервале $0 \le t \le 6T_{1/2}$, принимая за единицу времени период полураспада радона $T_{1/2}$.

Решение:

Число атомов радона, которое накопится в замкнутом сосуде за время t (см. задачу 21.17), равно $N = N_{01}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\times$ $\times\left(1-exp(-\lambda_2 t)\right)$ — (1). При радиоактивном равновесии $\frac{N_{01}}{N'} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, откуда $N' = N_{01}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ — (2). Разделив (1) на (2), получаем $\frac{N}{N'} = \left(1-exp(-\lambda_2 t)\right)$ — (3). По условию $\frac{N-N'}{N} = 0{,}1$ или $\frac{N}{N'} = 0{,}9$ — (4). Приравнивая правые части соотношений (3) и (4), получаем $1-exp\left(-\lambda_2 t\right) = 0{,}9$ или $exp\left(-\lambda_2 t\right) = 0{,}1$ — (5). Логарифмируя соотношение (5), получаем $-\lambda_2 t = ln\,0{,}1$ или $t = -\dfrac{ln\,0{,}1}{\lambda_2}$ — (6). Поскольку постоянная распада равна $\lambda = \dfrac{ln\,2}{T_{1/2}}$ — (7), то, подставляя (7) в (6), получаем $t = -\dfrac{T_{1/2(2)}\,ln\,0{,}1}{ln\,2} = 12{,}69$ суток. Подставляя (7) в (3), получаем $\dfrac{N}{N'} = \left[1 - exp\left(-\dfrac{t\,ln\,2}{T_{1/2(2)}}\right)\right]$. Подставляя в полученную формулу числовые данные, составим таблицу и построим график:

t	0	$T_{1/2}$	$2T_{1/2}$	$3T_{1/2}$	$4T_{1/2}$	$5T_{1/2}$	$6T_{1/2}$
N/N'	0	0.5	0,75	0,875	0,9375	0,96875	0.9844



21.19. Некоторое число атомов радона N' помещено в замкнутый сосуд. Построить кривую зависимости изменения числа атомов радона $\dfrac{N}{N'}$ в сосуде от времени в интервале $0 \le t \le 20$ сут через каждые 2 сут. Постоянная распада радона $\lambda = 0{,}181$ сут$^{-1}$ Из кривой $\dfrac{N}{N'} = f(t)$ найти период полураспада $T_{1/2}$ радона.

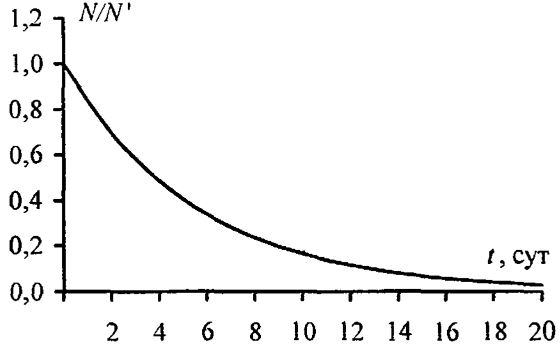
Решение:

Имеем $N = N'e^{-\lambda t}$, отсюда $\frac{N}{N'} = e^{-\lambda t} = exp(-0{,}181t)$. Для заданного интервала значений t составим таблицу и построим график. Период полураспада найдем как абсциссу точки кривой, ордината которой равна 0,5. По графику найдем $T_{1/2} = 3{,}8$ сут.

t, сут	0	2	4	6	8	10
N/N'	1	0,696	0,485	0,338	0,235	0,164

Продолжение

t, сут	12	14	16	18	20
N/N'	0,114	0,079	0,055	0,038	0,027



21.20. В нижеследующей таблице приведены результаты измерения зависимости активности a некоторого радиоактивного элемента от времени t. Найти период полураспада $T_{1/2}$ элемента.

t, ч	0	3	6	9	12	15
a, $3{,}7 \cdot 10^7$ Бк	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

Решение:

Как видно из таблицы, измерение активности радиоактивного изотопа производилось через равные промежутки времени $\tau = 3$ часа. По определению активность $a = |-\lambda N|$ — (1), где N — число распавшихся ядер к моменту времени t. По закону радиоактивного распада $N = N_0 \, exp(-\lambda t)$ — (2), где N_0 — начальное число ядер. Начальная активность из формулы (1) равна $a_0 = \lambda N_0$ — (3), а к моменту времени t она станет равной $a(t) = \lambda N(t)$ — (4). Подставляя (2) в (4), получаем $a(t) = \lambda N_0 \, exp(-\lambda t)$ — (5). Сопоставляя формулы (3) и (5), нетрудно заметить, что закон изменения активности имеет вид: $a(t) = a_0 \, exp(-\lambda t)$ — (6). Подставим в формулу (6) любое значение активности из таблицы, например для $t = 4\tau$, тогда $a_4 = a_0 \, exp(-4\tau\lambda)$, откуда $exp(4\tau\lambda) = \dfrac{a_0}{a_4}$ — (7). Логарифмируя выражение (7), получаем $4\tau\lambda = ln\dfrac{a_0}{a_4}$, откуда постоянная распада $\lambda = \dfrac{ln(a_0 / a_4)}{4\tau}$ — (8). По определению период полураспада $T_{1/2} = \dfrac{ln 2}{\lambda}$ — (9). Подставляя (7) в (8), окончательно получаем $T_{1/2} = \dfrac{4\tau \, ln 2}{ln(a_0 / a_4)} = 3{,}79$ часа.

21.21. В ампулу помещен радон, активность которого $a_0 = 14{,}8 \cdot 10^9$ Бк. Через какое время t после наполнения ампулы активность радона будет равна $a = 2{,}22 \cdot 10^9$ Бк?

Решение:

В начальный момент времени активность радона в ампуле равна $a_0 = -\lambda N_0$ — (1), а спустя время t она станет равной

$a = -\lambda N$ — (2). Разделив (2) на (1), получаем $\frac{a}{a_0} = \frac{N}{N_0}$ — (3). Поскольку $N = N_0 exp(-\lambda t)$, то отсюда $\frac{N}{N_0} = exp(-\lambda t)$ — (4). Сопоставляя формулы (3) и (4), находим, что $\frac{a}{a_0} = exp(-\lambda t)$, откуда, логарифмируя, получаем $ln\left(\frac{a}{a_0}\right) = -\lambda t$ — (5). Поскольку постоянная распада (см. задачу 21.14) равна $\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}$ — (6), то, подставляя (6) в (5), получаем $ln\left(\frac{a}{a_0}\right) = -\frac{t\, ln 2}{T_{1/2}}$, откуда окончательно находим $t = -\frac{T_{1/2}\, ln(a/a_0)}{ln 2} = 10{,}45$ суток.

21.22. Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из отношения массы урана в руде к массе свинца в ней можно определить возраст руды. Найти возраст t урановой руды, если известно, что на массу $m_{ур} = 1$ кг урана $^{238}_{82}U$ в этой руде приходится масса $m_{св} = 320$ г свинца $^{206}_{82}Pb$.

Решение:

Имеем $N_{св} = N_{ур}\left[1 - exp\left(-\frac{0{,}693t}{T_{1/2}}\right)\right]$;

$\frac{m_{св}}{A_{св}} = \frac{m_{ур}}{A_{ур}}\left[1 - exp\left(-\frac{0{,}693t}{T_{1/2}}\right)\right]$, где $T_{1/2}$ — период полураспада урана, $A_{св}$ и $A_{ур}$ — молярные массы свинца и урана. Отсюда $t = 3 \cdot 10^9$ лет.

21.23. Зная периоды полураспада $T_{1/2}$ радия и урана, найти число атомов урана, приходящееся на один атом радия в природной урановой руде. Указание: учесть, что радиоактивность природного урана обусловлена в основном изотопом ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$.

Решение:
В природной урановой руде атомы урана и радия находятся в радиоактивном равновесии, поэтому $\frac{N_1}{N_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ — (1). Поскольку постоянная распада (см. задачу 21.14) равна $\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ — (2), то, подставляя (2) в (1), получаем $\frac{N_1}{N_2}=\frac{T_{1/2(1)}}{T_{1/2(2)}}$, откуда $N_2=\frac{N_1 T_{1/2(2)}}{T_{1/2(1)}}$, где $T_{1/2(1)}$ и $T_{1/2(2)}$ — соответственно периоды полураспада радия и урана. Учитывая, что радиоактивность природного урана обусловлена в основном изотопом ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$, то принимаем $T_{1/2(2)}=4{,}5\cdot 10^9$ лет. Поскольку $N_1=1$, то $N_2=\frac{T_{1/2(2)}}{T_{1/2(1)}}=$ $=2{,}83\cdot 10^6$ лет.

21.24. Из какой наименьшей массы m руды, содержащей 42% чистого урана, можно получить массу $m_0=1$ г радия?

Решение:
В природной урановой руде (см. задачу 21.23) соотношение атомов радия и урана $\frac{N_1}{N_2}=\frac{T_{1/2(1)}}{T_{1/2(2)}}$ — (1). Количество атомов радия и урана соответственно равно $N_1=\frac{m_0}{\mu_1}N_A$ — (2) и $N_2=\frac{0{,}42m}{\mu_2}N_A$ — (3), поскольку по условию руда содержит 42% чистого урана. Разделив (2)

на (3), получаем $\frac{N_1}{N_2}=\frac{m_0\mu_2}{0{,}42m\mu_1}$ — (4). Приравнивая правые части соотношений (4) и (1), получаем $\frac{m_0\mu_2}{0{,}42m\mu_1}=\frac{T_{1/2(2)}}{T_{1/2(1)}}=7{,}09\cdot10^3$ кг.

21.25. α-частицы из изотопа радия вылетают со скоростью $v=1{,}5\cdot10^7$ м/с и ударяются о флуоресцирующий экран. Считая, что экран потребляет на единицу силы света мощность $P_I=0{,}25$ Вт/кд, найти силу света I экрана, если на него падают все α-частицы, испускаемые массой $m=1$ мкг радия.

Решение:
Из теории относительности известно, что кинетическая энергия α-частицы зависит от скорости ее движения следующим образом: $W_к=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right)$ — (1), где $\beta=\frac{v}{c}$ — (2) — относительная скорость α-частицы. Подставляя (2) в (1), получаем $W_к=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}-1\right)$ — (3). Полная энергия всех α-частиц, испускаемых радием, равна $W=aW_к$ — (4), где $a=\left|-\lambda N\right|$ — (5) — активность радия, $N=\frac{m}{\mu}N_A$ — (6) — число атомов радия, $\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ — (7) — постоянная распада радия. Подставляя (6) и (7) в (5), получаем $a=\frac{mN_A\ln 2}{\mu T_{1/2}}$ — (8). Подставляя (3) и (8) в (4), получаем $W=\frac{m_0c^2mN_A\ln 2}{\mu T_{1/2}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}-1\right)$ — (9). Мощ-

ность, потребляемая экраном на единицу силы света, равна $P_I = \frac{P}{I}$, откуда сила света $I = \frac{P}{P_I}$ — (10). По определению мощность $P = \frac{W}{t}$ — (11), причем в нашем случае $t = 1$ с. Подставляя (11) в (10), получаем $I = \frac{W}{P_I t}$ — (12). Подставляя (9) в (12), окончательно получаем $I = \frac{m_0 c^2 m N_A \ln 2}{\mu T_{1/2} P_I t}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right)$. Подставляя числовые данные, получим $I = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ Кд.

21.26. Какая доля первоначальной массы радиоактивного изотопа распадается за время жизни этого изотопа?

Решение:

Число атомов радиоактивного изотопа, которое распадается за время t, равно $N = N_0(1 - exp(-\lambda t))$, где N_0 — начальное число атомов, λ — постоянная распада. Отсюда доля первоначальной массы радиоактивного изотопа, которая распадается за время t, равна $\frac{N}{N_0} = 1 - exp(-\lambda t)$ — (1). Среднее время жизни радиоактивного атома $\tau = \frac{1}{\lambda}$, по условию $t = \tau$ — (3). Подставляя (2), с учетом (3), в (1), получаем $\frac{N}{N_0} = 1 - e^{-1} = 0{,}632$ или $\frac{N}{N_0} = 63.2\%$.

21.27. Найти активность a массы $m = 1$ мкг полония $^{210}_{84}Po$.

Решение:

Активность радиоактивного изотопа равна $a = |-\lambda N|$ — (1). Постоянная распада (см. задачу 21.14) равна

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$ — (2). Число атомов полония $^{210}_{84}Po$ равно $N = \dfrac{m}{\mu} N_A$ — (3). Подставляя (2) и (3) в (1), получаем $a = \dfrac{m N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}} = 1{,}67 \cdot 10^8$ Бк.

21.28. Найти удельную активность a_m искусственно полученного радиоактивного изотопа стронция $^{90}_{38}Sr$.

Решение:

Удельная активность радиоактивного изотопа $a_m = \dfrac{a}{m}$ — (1), где a — активность радиоактивного изотопа, которая (см. задачу 21.27) равна $a = \dfrac{m N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}}$ — (2). Подставляя (2) в (1), получаем $a_m = \dfrac{N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}}$ Бк/кг.

21.29. К массе $m_1 = 10$ мг радиоактивного изотопа $^{45}_{20}Ca$ добавлена масса $m_2 = 30$ мг нерадиоактивного изотопа $^{40}_{20}Ca$. На сколько уменьшилась удельная активность a_m радиоактивного источника?

Решение:

Первоначальная удельная активность изотопа $^{45}_{20}Ca$ равна $a_{m1} = \dfrac{\Delta N}{m_1 \Delta t} = \dfrac{\lambda N}{m_1} = \dfrac{\ln 2 N_A m_1}{T_{1/2} A_1 m_1} = \dfrac{\ln 2 N_A}{T_{1/2} A_1}$ — (1). После добавления изотопа $^{40}_{20}Ca$ удельная активность стала равна $a_{m2} = \dfrac{\Delta N}{(m_1 + m_2)\Delta t} = \dfrac{\ln 2 N_A m_1}{T_{1/2} A_1 (m_1 + m_2)}$ — (2), где A_1 — молярная масса радиоактивного изотопа. Вычитая (2) из (1), получим $\Delta a_m = \frac{ln 2 N_A}{T_{1/2} A_1}\left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = \frac{ln 2 N_A m_2}{T_{1/2} A_1 (m_1 + m_2)}$. Подставляя числовые данные, получим $\Delta a_m = 4{,}9 \cdot 10^{17}$ Бк/кг

21.30. Какую массу m_2 радиоактивного изотопа $^{210}_{83}Bi$ надо добавить к массе $m_1 = 5$ мг нерадиоактивного изотопа $^{209}_{83}Bi$, чтобы через время $t = 10$ сут после этого отношение числа распавшихся атомов к числу нераспавшихся было равно 50%? Постоянная распада изотопа $^{210}_{83}Bi$ равна $\lambda = 0{,}14$ сут$^{-1}$

Решение:

Поскольку распадается только радиоактивный изотоп $^{210}_{83}Bi$, то число распавшихся атомов будет равно $N_p = \frac{m_2}{\mu_2} N_A (1 - exp(-\lambda t))$ — (1), а число нераспавшихся будет складываться из атомов нерадиоактивного изотопа $^{209}_{83}Bi$ и нераспавшихся атомов изотопа $^{210}_{83}Bi$ и будет равно $N_н = \frac{m_1}{\mu_1} N_A + \frac{m_2}{\mu_2} N_A\, exp(-\lambda t)$ — (2). Разделив (1) на (2), получаем $\frac{N_p}{N_н} = \frac{m_2 \mu_1 (1 - exp(-\lambda t))}{m_1 \mu_2 + m_2 \mu_1 exp(-\lambda t)}$, откуда масса радиоактивного изотопа $^{210}_{83}Bi$ равна

$m_2 = \frac{m_1 \mu_2 N_p}{N_н \mu_1 (1 - exp(-\lambda t)(1 + N_p / N_н))}$. Подставляя числовые данные, получим $m_2 = 4$ мг.

21.31. Какой изотоп образуется из $^{232}_{90}Th$ после четырех α-распадов и двух β-распадов?

Решение:

При α-распаде массовое число радиоактивного изотопа уменьшается на 4, а заряд на 2 единицы. В общем виде уравнение α-распада можно записать как ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A-4}_{Z-2}K_2 + {}^{4}_{2}\alpha$ — (1). При β-распаде испускается электрон, поэтому заряд ядра возрастает на единицу, а массовое число не изменяется. Таким образом, уравнение β-распада имеет следующий вид: ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A}_{Z+1}K_2 + {}^{0}_{-1}e$ — (2). Для N распадов уравнения (1) и (2) перепишутся следующим образом: ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A-4N}_{Z-2N}K_2 + N{}^{4}_{2}\alpha$ — (3) и ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A}_{Z+N}K_2 + N{}^{0}_{-1}e$ — (4). Для $N_\alpha = 4$ из уравнения (3) для радиоактивного изотопа ${}^{232}_{90}Th$ имеем ${}^{232}_{90}Th \to {}^{216}_{82}K_2 + 4{}^{4}_{2}\alpha$. Для $N_\beta = 2$ из уравнения (4) для радиоактивного изотопа ${}^{216}_{82}K_1$ имеем ${}^{216}_{82}K_1 \to {}^{216}_{84}K_2 + 2{}^{0}_{-1}e$. Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп ${}^{216}_{84}Po$.

21.32. Какой изотоп образуется из ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ после трех α-распадов и двух β-распадов?

Решение:

Для N α-распадов и β-распадов (см. задачу 21.31) уравнения соответственно имеют вид ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A-4N}_{Z-2N}K_2 + N{}^{4}_{2}\alpha$ — (1) и ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A}_{Z+N}K_2 + N{}^{0}_{-1}e$ — (2). Для $N_\alpha = 3$ из уравнения (1) для радиоактивного изотопа ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ имеем ${}^{238}_{92}U \to {}^{226}_{86}K_2 + 3{}^{4}_{2}\alpha$. Для $N_\beta = 2$ из уравнения (2) для радиоактивного изотопа ${}^{226}_{86}K_1$ имеем ${}^{226}_{86}K_1 \to {}^{226}_{88}K_2 + 2{}^{0}_{-1}e$. Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

21.33. Какой изотоп образуется из ${}^{239}_{92}\mathrm{U}$ после двух β-распадов и одного α-распада?

Решение:
Для N β-распадов и одного α-распада (см. задачу 21.31) уравнения соответственно имеют вид ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A}_{Z+N}K_2 + N{}^{0}_{-1}e$ — (1) и ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A-4}_{Z-2}K_2 + {}^{4}_{2}\alpha$ — (2). Для $N_\beta = 2$ из уравнения (1) для радиоактивного изотопа ${}^{239}_{92}\mathrm{U}$ имеем ${}^{239}_{92}U \to {}^{239}_{94}K_2 + 2{}^{0}_{-1}e$. Из уравнения (2) для радиоактивного изотопа ${}^{239}_{94}K_1$ имеем ${}^{239}_{94}K_1 \to {}^{235}_{92}K_2 + {}^{4}_{2}\alpha$. Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$.

21.34. Какой изотоп образуется из ${}^{8}_{3}\mathrm{Li}$ после одного β-распада и одного α-распада?

Решение:
Для одного β-распада и одного α-распада (см. задачу 21.31) уравнения соответственно имеют вид ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A}_{Z+1}K_2 + {}^{0}_{-1}e$ — (1) и ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A-4}_{Z-2}K_2 + {}^{4}_{2}\alpha$ — (2). Из уравнения (1) для радиоактивного изотопа ${}^{8}_{3}\mathrm{Li}$ имеем ${}^{8}_{3}Li \to {}^{8}_{4}K_2 + {}^{0}_{-1}e$. Из уравнения (2) для радиоактивного изотопа ${}^{8}_{4}K_1$ имеем ${}^{8}_{4}K_1 \to {}^{4}_{2}K_2 + {}^{4}_{2}\alpha$. Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$.

21.35. Какой изотоп образуется из ${}^{133}_{51}\mathrm{Sb}$ после четырех β-распадов?

Решение:
Для N β-распадов (см. задачу 21.31) уравнение имеет вид ${}^{A}_{Z}K_1 \to {}^{A}_{Z+N}K_2 + N{}^{0}_{-1}e$. Для $N_\beta = 4$ для радиоактивного

изотопа $^{133}_{51}Sb$ имеем $^{133}_{51}Sb \to ^{133}_{55}K_2 + 4^{0}_{-1}e$. Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп $^{235}_{92}U$.

21.36. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома полония $^{214}_{84}Po$ при радиоактивном распаде, $W_к = 7{,}68$ МэВ. Найти: а) скорость v α-частицы; б) полную энергию W, выделяющуюся при вылете α-частицы; в) число пар ионов N, образуемых α-частицей, принимая, что на образование одной пары ионов в воздухе требуется энергия $W_0 = 34$ эВ; г) ток насыщения $I_н$ в ионизационной камере от всех α-частиц, испускаемых полонием. Активность полония $a = 3{,}7 \cdot 10^4$ Бк.

Решение:

Из теории относительности известно, что кинетическая энергия α-частицы зависит от скорости ее движения следующим образом: $W_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$ — (1), где $\beta = \frac{v}{c}$ — (2) — относительная скорость α-частицы. а) Из формулы (1) относительная скорость равна $\beta = \frac{\sqrt{W_к(W_к + 2m_0c^2)}}{W_к + m_0c^2}$ — (3). Приравнивая правые части соотношений (2) и (3), находим скорость α-частицы: $v = \frac{c\sqrt{W_к(W_к + 2m_0c^2)}}{W_к + m_0c^2}$ м/с. б) Полная энергия W, выделяющаяся при вылете α-частицы, равна сумме кинетической энергии $W_{к1}$ α-частицы и кинетической энергии $W_{к2}$ остаточного ядра: $W = W_{к1} + W_{к2}$ — (4). Кроме того, имеет место закон сохранения импульса. Поскольку до распада импульс системы был равен нулю, то после распада

$m_1v_1 = m_2v_2$ — (5). Из (5) нетрудно получить $(m_1v_1)^2 = \frac{m_1v_1^2 2m_1}{2} = W_{к1}2m_1 = (m_2v_2)^2 = \frac{m_2v_2^2 2m_2}{2} = W_{к2}2m_2$.

Тогда из (4) имеем $W = W_{к1} + \frac{2m_1W_{к1}}{2m_2} = W_{к1}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) =$

$= W_{к1}\frac{m_1 + m_2}{m_2}$. Подставляя числовые данные, получим $W = 7{,}83$ МэВ. в) Число пар ионов, образуемых α-частицей, равно $N = \frac{W_{к1}}{W_0} = 2{,}26 \cdot 10^5$. г) Ток насыщения в ионизационной камере от всех α-частиц, испускаемых полонием, равен $I_н = aN|e|$, где N — число пар ионов, образуемых полонием, a — активность полония, e — элементарный заряд. Подставляя числовые данные, находим $I_н = 1{,}34 \cdot 10^{-9}$ А.