§ 22. Ядерные реакции

В этом разделе используются данные таблиц 3 и 21 из приложения. В задачах 22.22, 22.31 дан авторский вариант решения.

22.1. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: а) ${}^{24}_{12}Mg$; б) ${}^{25}_{12}Mg$; в) ${}^{26}_{12}Mg$.

Решение:

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: ${}^{A}_{Z}X$, где X — символ химического элемента; Z — зарядовое число (атомный номер, число протонов в ядре); A — массовое число (число нуклонов в ядре). Число нейтронов в ядре $N = A - Z$. С учетом сказанного найдем: а) ядро ${}^{24}_{12}Mg$ содержит 12 протонов и 12 нейтронов; ядро ${}^{25}_{12}Mg$ содержит 12 протонов и 13 нейтронов; ядро ${}^{26}_{12}Mg$ содержит 12 протонов и 14 нейтронов.

22.2. Найти энергию связи W ядра изотопа лития ${}^{7}_{3}Li$.

Решение:

Энергия связи ядра любого изотопа определяется соотношением $W = c^2\Delta m$, где Δm —разность между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра. Очевидно, $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я$, где m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона, $m_я$ — масса ядра изотопа. Т. к. $m_я = m_A - Zm_e$, где m_e — масса электрона, m_A — масса изотопа, то $\Delta m = Zm_{{}^1H} + (A - Z)m_n - m_A$. С помощью таблицы 21 найдем $\Delta m = (3 \cdot 1{,}00783 + 4 \cdot 1{,}00867 - 7{,}01600) = 0{,}04217$ а.е.м. Массе 1 а.е.м. соответствует энергия 931МэВ (см. задачу 17.20), энергия связи ядра ${}^{7}_{3}Li$ будет равна $W = 0{,}04217 \cdot 931 = 39{,}3$ МэВ. Эту энергию надо затратить, чтобы расщепить ядро ${}_{3}^{7}Li$ на нуклоны.

22.3. Найти энергию связи W ядра атома гелия ${}_{2}^{4}He$.

Решение:

Энергия связи ядра любого изотопа определяется соотношением $W = c^2 \Delta m$ — (1), где $\Delta m = Zm_p + (A - Z) \times \times m_n - m_я$ — (2) — разность между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра, Z — порядковый номер изотопа, A — массовое число, m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона, $m_я$ — масса ядра изотопа. Поскольку $m_я = m_a - Zm_e$ — (3), где m_a — масса изотопа и m_e — масса электрона, то, подставляя (3) в (2), получаем $\Delta m = Zm_{{}_{1}^{1}H} + (A - Z)m_n - m_a$ — (4). Подставляя (4) в (1), окончательно получаем $W = c^2\left[Zm_{{}_{1}^{1}H} + (A - Z)m_n - m_a\right]$. Для гелия ${}_{2}^{4}He$: $A = 4$, $Z = 2$, $m_a = 4{,}0026$ а.е.м. Кроме того, $m_{{}_{1}^{1}H} = 1{,}0078$ а.е.м. и $m_n = 1{,}0087$ а.е.м. Подставляя числовые значения, получаем $W = 28{,}6$ МэВ.

22.4. Найти энергию связи W ядра атома алюминия ${}_{13}^{27}Al$.

Решение:

Энергия связи ядра любого изотопа (см. задачу 22.3) равна $W = c^2\left[Zm_{{}_{1}^{1}H} + (A - Z)m_n - m_a\right]$. Для алюминия ${}_{13}^{27}Al$: $A = 27$, $Z = 13$ и $m_a = 26{,}9815$ а.е.м. Подставляя числовые данные, получим $W = 227$ МэВ.

22.5. Найти энергию связи W ядер: а) ${}^3_1H$; б) ${}^3_2He$. Какое из этих ядер более устойчиво?

Решение:

Энергия связи ядра любого изотопа (см. задачу 22.3) равна $W = c^2\left[Zm_{{}^1_1H} + (A-Z)m_n - m_a\right]$. а) Для ядра ${}^3_1H$: $A = 3$, $Z = 1$ и $m_a = 3.0161$ а.е.м. Подставляя числовые данные, получим $W = 8{,}52$ МэВ. б) Для ядра ${}^3_2He$: $A = 3$, $Z = 2$ и $m_a = 3.0160$ а.е.м. Подставляя числовые данные, получим $W = 7{,}81$ МэВ. Поскольку энергия связи ядра ${}^3_1H$ больше, чем ядра ${}^3_2He$, следовательно, ядро ${}^3_1H$ более устойчивое.

22.6. Найти энергию связи W_0, приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода ${}^{16}_8O$.

Решение:

Энергия связи ядра любого изотопа (см. задачу 22.3) равна $W = c^2\left[Zm_{{}^1_1H} + (A-Z)m_n - m_a\right]$ — (1). Энергия связи, приходящаяся на один нуклон в ядре, равна $W_0 = \frac{W}{A}$ — (2). Подставляя (1) в (2), получаем $W_0 = \frac{c^2}{A}\left[Zm_{{}^1_1H} + (A-Z)m_n - m_a\right]$. Для кислорода ${}^{16}_8O$: $A = 16$, $Z = 8$ и $m_a = 15{,}9994$ а.е.м. Подставляя числовые данные, получим $W_0 = 7.78$ МэВ.

22.7. Найти энергию связи W ядра дейтерия ${}^2_1H$.

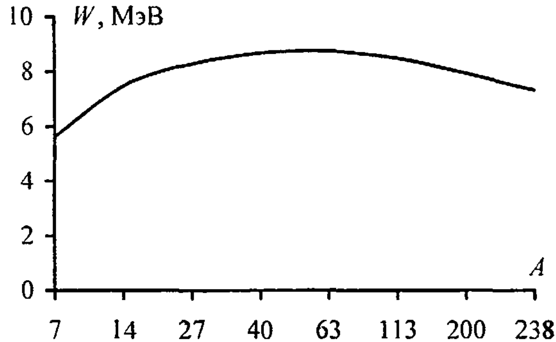
Решение:

Энергия связи ядра любого изотопа (см. задачу 22.3) равна $W = c^2\left[Zm_{{}^1_1H} + (A-Z)m_n - m_a\right]$. Для дейтерия ${}^2_1H$: $A = 2$,

$Z = 1$ и $m_a = 2{,}0141$ а.е.м. Подставляя числовые данные, получим $W = 2{,}25$ МэВ.

22.8. Найти энергию связи W_0, приходящуюся на один нуклон в ядрах: а) ${}^{7}_{3}Li$; б) ${}^{14}_{7}N$; в) ${}^{27}_{13}Al$; г) ${}^{40}_{20}Ca$; д) ${}^{63}_{29}Cu$; е) ${}^{113}_{48}Cd$; ж) ${}^{200}_{80}Hg$; з) ${}^{238}_{92}U$. Построить зависимость $W_0 = f(A)$, где A — массовое число.

Решение:



Между энергией и массой любого вещества существует связь, которая дается уравнением Эйнштейна $W = mc^2$, где $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме. Под энергией связи понимают энергию, которая высвобождается в процессе образования из нуклонов атомного ядра, т. е. $W_{св} = \Delta mc^2$, где $\Delta m = \left[Zm_p + (A - Z)m_n - m_Я\right]$ — дефект массы этого ядра, Z — атомарный номер, A — массовое число. Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, $W_0 = \frac{W_{св}}{A} = \frac{(Zm_p + (A - Z)m_n - m_я)c^2}{A}$.

а) $W_0 = \frac{(3\cdot 1{,}67 + 4\cdot 1{,}68 - 7\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{7} =$

$$= 0{,}089\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 5.62\ \text{МэВ}.$$

б) $W_0 = \frac{(7\cdot 1{,}67 + 7\cdot 1{,}68 - 14\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{14} =$

$$= 0{,}12\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 7{,}53\ \text{МэВ}.$$

в) $W_0 = \frac{(13\cdot 1{,}67 + 14\cdot 1{,}68 - 27\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{27} =$

$$= 0{,}134\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 8{,}35\ \text{МэВ}.$$

г) $W_0 = \frac{(20\cdot 1{,}67 + 20\cdot 1{,}68 - 40\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{40} =$

$$= 0{,}137\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 8{,}55\ \text{МэВ}.$$

д) $W_0 = \frac{(29\cdot 1{,}67 + 34\cdot 1{,}68 - 63\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{63} =$

$$= 0{,}141\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 8{,}75\ \text{МэВ}.$$

е) $W_0 = \frac{(48\cdot 1{,}67 + 65\cdot 1{,}68 - 113\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{113} =$

$$= 0{,}135\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 8{,}48\ \text{МэВ}.$$

ж) $W_0 = \frac{(80\cdot 1{,}67 + 120\cdot 1{,}68 - 200\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{200} =$

$$= 0{,}127\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 7{,}93\ \text{МэВ}.$$

з) $W_0 = \frac{(92\cdot 1{,}67 + 146\cdot 1{,}68 - 238\cdot 1{,}66)\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}}{238} =$

$$= 0{,}0122\cdot 10^{-11}\ \text{Дж} = 7.62\ \text{МэВ}.$$

22.9. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + {}^{2}_{2}He$.

Решение:

Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2 \times \times \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$ — (1). Сумма масс исходных частиц $\sum m_1 = (7{,}01600 + 1{,}00783) = 8{,}02383$ а.е.м. Сумма масс образовавшихся частиц $\sum m_2 = (4{,}00260 + 4{,}00260) = = 8{,}00520$ а.е.м. Таким образом, дефект масс $\Delta m = 0{,}01863$ а.е.м. Тогда из (1) найдем $Q = 17{,}3 \cdot 10^6$ эВ.

22.10. Найти энергию Q, поглощенную при реакции ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{17}_{8}O$.

Решение:

Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2 \times \times \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$, где $\sum m_1$ — сумма масс частиц до реакции, $\sum m_2$ — сумма масс частиц после реакции. В нашем случае $\sum m_1 = m_{{}^{14}_{7}N} + m_{{}^{4}_{2}He} = 18{,}0057$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^{1}_{1}H} + + m_{{}^{17}_{8}O} = 18{,}0069$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 < \sum m_2$, то реакция идет с поглощением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q = 1{,}13$ МэВ.

22.11. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакциях а) ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{3}_{1}H$; б) ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{0}n$.

Решение:

Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2 \times \times \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$ (см. задачу 22.10). а) $\sum m_1 = m_{{}^{2}_{1}H} + m_{{}^{2}_{1}H} = = 4{,}0566$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^{1}_{1}H} + m_{{}^{3}_{1}H} = 4{,}0239$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим

$Q = 3{,}11$ МэВ. б) $\sum m_1 = m_{{}^1_1H} + m_{{}^2_1H} = 4{,}0566$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^3_2He} + m_{{}^1_0n} = 4{,}0247$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q = 3{,}01$ МэВ.

22.12. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакциях: а) ${}^2_1H + {}^3_2He \to {}^1_1H + {}^4_2He$: б) ${}^6_3Li + {}^2_1H \to {}^4_2He + {}^4_2He$;

в) ${}^6_3Li + {}^1_1H \to {}^3_2He + {}^4_2He$.

Решение:

Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2 \times \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$ (см. задачу 22.10). а) $\sum m_1 = m_{{}^2_1H} + m_{{}^3_2He} = 5{,}0301$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^1_1H} + m_{{}^4_2He} = 5{,}0104$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q = 18{,}5$ МэВ. б) $\sum m_1 = m_{{}^6_3Li} + m_{{}^2_1H} = 8{,}0292$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^4_2He} + m_{{}^4_2He} = 8{,}0052$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q = 22{,}5$ МэВ. в) $\sum m_1 = m_{{}^6_3Li} + m_{{}^1_1H} = 7{,}0229$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^3_2He} + m_{{}^4_2He} = 7{,}0186$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q = 4{,}04$ МэВ.

22.13. Какую массу M воды можно нагреть от $0°$ С до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при реакции ${}^7_3Li(p,\alpha)$, при полном разложении массы $m = 1$ г лития?

Решение:

Напишем уравнение реакции ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}p \to {}^{4}_{2}\alpha + {}^{4}_{2}\alpha$. Количество тепла, выделяемое при распаде одного ядра, $Q_1 = c^2\left(\sum m_1 + \sum m_2\right)$. Полная энергия, выделенная при распаде, $Q = NQ_1$ — где $N = \dfrac{m}{\mu}N_A$ — число ядер ${}^{3}_{7}Li$; $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро. Количество тепла, необходимое для нагревания воды, $Q = c_в M(t_2 - t_1)$. По условию все тепло, выделенное при реакции, идет на нагревание воды, поэтому $\dfrac{m}{\mu}N_A c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right) = c_в M(t_2 - t_1)$. Отсюда $M = \dfrac{mN_A c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)}{\mu c_в(t_2 - t_1)}$. Подставляя числовые данные, получим $M = 563$ т.

22.14. Написать недостающие обозначения в реакциях: а) ${}^{27}_{13}Al(n,\alpha)x$; б) ${}^{19}_{9}F(p,x){}^{16}_{8}O$; в) ${}^{55}_{25}Mn(x,n){}^{55}_{26}Fe$; г) ${}^{27}_{13}Al(\alpha,p)x$; д) ${}^{14}_{7}N(n,x){}^{14}_{6}C$; е) $x(p,\alpha){}^{22}_{11}Na$.

Решение:

а) Запишем уравнение реакции ${}^{27}_{13}Al + {}^{1}_{0}n \to {}^{24}_{11}x + {}^{4}_{2}\alpha$. Зная заряд ядра, по таблице Менделеева найдем, что x — Na — натрий, отсюда окончательно ${}^{27}_{13}Al(n,\alpha){}^{24}_{11}Na$.

б) Запишем уравнение реакции ${}^{19}_{9}F + {}^{1}_{1}p \to {}^{16}_{8}O + {}^{4}_{2}x$. Следовательно, x — ${}^{4}_{2}\alpha$, отсюда окончательно ${}^{19}_{9}F(p,\alpha){}^{16}_{8}O$.

в) Запишем уравнение реакции ${}^{55}_{25}Mn + {}^{1}_{1}x \to {}^{55}_{26}Fe + {}^{1}_{0}n$. Следовательно, x — ${}^{1}_{1}p$, отсюда окончательно ${}^{55}_{25}Mn(p,n){}^{55}_{26}Fe$.

г) Запишем уравнение реакции ${}^{27}_{13}Al+{}^{4}_{2}\alpha\to{}^{30}_{14}x+{}^{1}_{1}p$. Зная заряд ядра, по таблице Менделеева найдем, что x — Si — кремний, отсюда окончательно ${}^{27}_{13}Al(\alpha,p){}^{30}_{14}Si$.

д) Запишем уравнение реакции ${}^{14}_{7}N+{}^{1}_{0}n\to{}^{14}_{6}C+{}^{1}_{1}x$. Следовательно, x — ${}^{1}_{1}p$, отсюда окончательно ${}^{14}_{7}N(n,p){}^{14}_{6}C$.

е) Запишем уравнение реакции ${}^{25}_{12}x+{}^{1}_{1}p\to{}^{22}_{11}Na+{}^{4}_{2}\alpha$. Зная заряд ядра, по таблице Менделеева найдем, что x — Mg — марганец, отсюда окончательно ${}^{27}_{13}Mg(p,\alpha){}^{22}_{11}Na$.

22.15. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{7}_{3}Li+{}^{2}_{1}H\to{}^{8}_{4}Be+{}^{1}_{0}n$.

Решение:

Изменение энергии при ядерной реакции $Q=c^2\times\times\left(\sum m_1-\sum m_2\right)$ (см. задачу 22.10). В нашем случае $\sum m_1=m_{{}^{7}_{3}Li}+m_{{}^{2}_{1}H}=9{,}0301$ а.е.м., а $\sum m_2=m_{{}^{8}_{4}Be}+m_{{}^{1}_{0}n}==9{,}0140$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1>\sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q=15{,}12$ МэВ.

22.16. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^{9}_{4}Be+{}^{2}_{1}H\to{}^{10}_{5}Be+{}^{1}_{0}n$.

Решение:

Изменение энергии при ядерной реакции $Q=c^2\times\times\left(\sum m_1-\sum m_2\right)$ (см. задачу 22.10). В нашем случае $\sum m_1=m_{{}^{9}_{4}Be}+m_{{}^{2}_{1}H}=11{,}0263$ а.е.м., а $\sum m_2=m_{{}^{10}_{5}Be}+m_{{}^{1}_{0}n}=$

$= 11{,}0216$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением тепла. Подставляя числовые данные, получим $Q = 4{,}42$ МэВ.

22.17. При бомбардировке изотопа азота ${}^{14}_{7}N$ нейтронами получается изотоп углерода ${}^{14}_{6}C$, который оказывается β-активным. Написать уравнения обеих реакций.

Решение:

По условию уравнение первой реакции имеет вид ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}x$. Следовательно, x — есть ${}^{1}_{1}p$ и первое уравнение окончательно запишется в виде ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}p$ или ${}^{14}_{7}N(n,p){}^{14}_{6}C$. По условию изотоп ${}^{14}_{6}C$ оказывается β-радиоактивным, т. е. испускает электроны, поэтому ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{14}_{7}x$. По заряду ядра из таблицы Менделеева найдем, что x — N — азот, отсюда уравнение второй реакции имеет вид ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{14}_{7}N$.

22.18. При бомбардировке изотопа алюминия ${}^{27}_{13}Al$ α-частицами получается радиоактивный изотоп фосфора ${}^{30}_{15}P$, который затем распадается с выделением позитрона. Написать уравнения обеих реакций. Найти удельную активность a_m изотопа ${}^{30}_{15}P$, если его период полураспада $T_{1/2} = 130$ с.

Решение:

По условию уравнение первой реакции имеет вид ${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{30}_{15}p + {}^{1}_{0}x$. Следовательно, x — есть ${}^{1}_{0}n$ и первое уравнение окончательно запишется в виде ${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{30}_{15}p + {}^{1}_{0}n$ или ${}^{27}_{13}Al(\alpha,n){}^{30}_{15}p$. По условию изотоп ${}^{30}_{15}p$ оказывается радиоактивным и распадается с излучением позитрона, поэтому ${}^{30}_{15}p \to {}^{0}_{+1}e + {}^{30}_{16}x$. По заряду ядра из таблицы Менделеева найдем, что x — S — сера, отсюда уравнение второй реакции имеет вид ${}^{30}_{15}p \to {}^{0}_{+1}e + {}^{30}_{16}S$. Период полураспада определяется как $T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$, отсюда $\lambda = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$ — постоянная распада. Активностью вещества называется физическая величина $A = \lambda N$, где $N = \frac{m}{\mu} N_A$ — число делящихся ядер. Тогда $A = \frac{0{,}693 m N_A}{T_{1/2}\mu}$. Удельная активность $a_m = \frac{A}{m} = \frac{0{,}689 N_A}{T_{1/2}\mu} =$ $= 1{,}07 \cdot 10^{23}$ Бк/кг.

22.19. При бомбардировке изотопа ${}^{23}_{11}Na$ дейтонами образуется β-радиоактивный изотоп ${}^{24}_{11}Na$. Счетчик β-частиц установлен вблизи препарата, содержащего радиоактивный ${}^{24}_{11}Na$. При первом измерении счетчик дал 170 отбросов за 1мин, а через сутки — 56 отбросов за 1мин. Написать уравнения обеих реакций. Найти период полураспада $T_{1/2}$ изотопа ${}^{24}_{11}Na$.

Решение:

По условию уравнение первой реакции имеет вид ${}^{23}_{11}Na + {}^{2}_{1}d \to {}^{24}_{11}Na + {}^{1}_{1}x$. Следовательно, x — есть ${}^{1}_{1}p$ и первое уравнение окончательно запишется в виде ${}^{23}_{11}Na + {}^{2}_{1}d \to {}^{24}_{11}Na + {}^{1}_{1}p$ или ${}^{23}_{11}Nf(d,p){}^{24}_{11}Na$. По условию изотоп ${}^{24}_{11}Na$ оказывается β-радиоактивным, т. е. испускает электроны, поэтому ${}^{24}_{11}Na \to {}^{0}_{-1}e + {}^{24}_{10}x$. По заряду ядра из таблицы Менделеева найдем, что x — Ne —

неон, отсюда уравнение второй реакции имеет вид $^{24}_{11}Na \to ^{0}_{-1}e + ^{24}_{10}Ne$. По закону радиоактивного распада $N = \frac{N_0}{2t/T_{1/2}}$, отсюда $2\frac{t}{T_{1/2}} = \frac{N_0}{N}$; $\frac{t}{T_{1/2}} = log_2\left(\frac{N_0}{N}\right) = \frac{ln(N_0/N)}{ln2} = \frac{ln(N_0/N)}{0{,}693}$. Тогда период полураспада $T_{1/2} = \frac{t\,ln2}{ln(N_0/N)} = 14.97$ ч.

22.20. Какая энергия Q_1 выделится, если при реакции $^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \to ^{30}_{14}Si + ^{1}_{1}H$ подвергаются превращению все ядра, находящиеся в массе $m = 1$ г алюминия? Какую энергию Q_2 надо затратить, чтобы осуществить это превращение, если известно, что при бомбардировке ядра алюминия α-частицами с энергией $W = 8$ МэВ только одна α-частица из $n = 2\cdot10^6$ частиц вызывает превращение?

Решение:

Энергия, выделяемая при превращении одного ядра алюминия, $Q_0 = c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. Число ядер алюминия, участвующих в реакции, $N = \frac{m}{\mu}N_A$. Тогда полная энергия, выделяемая при превращении всех ядер, $Q_1 = Q_0 N = \frac{m}{\mu}N_A c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. Подставляя числовые данные и учитывая, что энергетический эквивалент атомной единицы массы $(1\,а.е.м.)c^2 = 931{,}5$ МэВ, получим: $Q_1 = 5{,}3\cdot10^{22}$ МэВ. Т. к. превращение может осуществлять только одна из n частиц, то энергия, необходимая для осуществления превращения всех ядер, $Q_2 = WNn = \frac{WmN_A n}{\mu} = 3{,}57\cdot10^{29}$ МэВ. Таким образом,

$\frac{Q_2}{Q_1} = 5{,}71 \cdot 10^6$, т. е. чтобы осуществить это превращение, надо затратить энергии приблизительно в 6 млн раз больше, чем выделится при этой реакции.

22.21. При бомбардировке изотопа лития ${}_3^6Li$ дейтонами (ядрами дейтерия ${}_1^2H$) образуются две α-частицы. При этом выделяется энергия $Q = 22{,}3$ МэВ. Зная массы дейтона d и α-частицы, найти массу m изотопа лития ${}_3^6Li$.

Решение:

Запишем уравнение реакции ${}_3^6Li + {}_1^2d \to {}_2^4\alpha + {}_2^4\alpha$. Количество выделенной энергии $Q = c^2\left[(m_{Li} + m_d) - 2m_\alpha\right]$; $m_{Li} = \frac{Q}{c^2} - m_d + 2m_\alpha = 6{,}015$ а.е.м.

22.22. Источником энергии солнечного излучения является энергия образования гелия из водорода по следующей циклической реакции: ${}_6^{12}C + {}_1^1H \to {}_7^{13}N \to {}_6^{13}C + {}_{-1}^0e$, ${}_6^{13}C + {}_1^1H \to {}_7^{14}N$, ${}_7^{14}N + {}_1^1H \to {}_8^{15}O \to {}_7^{15}N + {}_{-1}^0e$, ${}_7^{15}N + {}_1^1H \to {}_6^{12}C + {}_2^4He$. Какая масса m_t водорода в единицу времени должна превращаться в гелий? Солнечная постоянная $K = 1{,}37$ кВт/м^2. Принимая, что масса водорода составляет 35% массы Солнца, подсчитать, на какое время t хватит запаса водорода, если излучение Солнца считать постоянным.

Решение:

В результате проведенного цикла четыре ядра водорода превращаются в одно ядро гелия. Углерод, ведущий себя как химический катализатор, может использоваться снова.

Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2 \times \times \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. Для цикла реакций $\sum m_1 = 4m_{^1_1H} = 4{,}0312$ а.е.м., а $\sum m_2 = 4m_{^4_2He} = 4{,}0026$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q = 268{,}66$ МэВ $= 4{,}29 \cdot 10^{-12}$ Дж. С другой стороны, энергия, излучаемая Солнцем в единицу времени, $W_t = 4\pi \langle R \rangle^2 K$ — (1), где $\langle R \rangle = 1{,}495 \cdot 10^{11}$ м — среднее расстояние от Земли до Солнца, K — солнечная постоянная. Число атомов водорода, необходимое для излучения энергии W_t, равно $N = \dfrac{4W_t}{Q}$ — (2). Подставляя (1) в (2), получаем $N = 16\pi \langle R \rangle^2 K$ — (3), тогда необходимая масса водорода в единицу времени равна $M_{Ht} = m_{^1_1H} N = \dfrac{16\pi \langle R \rangle^2 K m_{^1_1H}}{Q} = 6{,}03 \cdot 10^{11}$ кг. По условию $M_H = 0{,}35 M_C$ — (4), где $M_C = 2 \cdot 10^{30}$ кг — масса Солнца. Тогда время, на которое хватит запаса водорода, равно $t = \dfrac{M_H}{M_{Ht}}$ — (5). Подставляя (4) в (5), окончательно получаем $t = \dfrac{0{,}35 M_C}{M_{Ht}} = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ лет.

22.23. Реакция разложения дейтона γ-лучами: $^2_1H + h\nu \to {}^1_1H + {}^1_0n$. Найти массу m нейтрона, если известно, что энергия γ-квантов $W_1 = 2{,}66$ МэВ, а энергия вылетающих протонов, измеренная по производимой ими ионизации, оказалась равной $W_2 = 0{,}22$ МэВ. Энергию нейтрона считать равной энергии протона. Массы дейтона и протона считать известными.

Решение:

Запишем уравнение реакции ${}_1^2d + h\nu \to {}_1^1p + {}_0^1n$. Количество тепла, выделенное при реакции, $Q = c^2 \times \times\left(m_d - \left(m_p + m_n\right)\right)$. По закону сохранения энергии $W_1 = 2W_2 - Q$. Подставим Q в закон сохранения энергии $W_1 = 2W_2 - c^2\left(m_d\left(m_p + m_n\right)\right)$, откуда $m_n = m_d - m_p - -\dfrac{2W_2 - W_1}{c^2}$; $m_n = 1{,}0087$ а.е.м.

22.24. Написать недостающие обозначения в реакциях:
а) ${}_{13}^{27}Al(\gamma,x)_{12}^{26}Mg$; б) ${}_{13}^{27}Al(\gamma,n)x$; в) ${}_{29}^{63}Cu(\gamma,x)_{29}^{62}Cu$; г) $x(\gamma,n)_{74}^{181}W$.

Решение:

а) Уравнение реакции будет иметь следующий вид ${}_{13}^{27}Al + h\nu \to {}_{12}^{26}Mg + {}_1^1x$, следовательно, ${}_1^1x$ — есть ${}_1^1p$, тогда ${}_{13}^{27}Al(\gamma,p)_{12}^{26}Mg$. б) Уравнение реакции имеет вид ${}_{13}^{27}Al + h\nu \to {}_{13}^{26}x + {}_0^1n$. По заряду ядра с помощью таблицы Менделеева находим, что x — алюминий, тогда ${}_{13}^{27}Al(\gamma,n)_{13}^{26}Al$. в) Т. к. порядковый номер элемента не изменился, то и не изменился заряд ядра, поэтому x — есть ${}_0^1n$, значит, ${}_{29}^{63}Cu(\gamma,n)_{29}^{62}Cu$. г) При излучении нейтрона заряд ядра не меняется (см. б и в), поэтому ${}_{74}^{182}W(\gamma,n)_{74}^{181}W$.

22.25. Выход реакции образования радиоактивных изотопов можно охарактеризовать либо числом k_1 — отношением числа происшедших актов ядерного превращения к числу бомбардирующих частиц, либо числом k_2 [Бк] — отношением активности полученного продукта к числу единиц, бомбардирующих мишень. Как связаны между собой величины k_1 и k_2?

Решение:

Пусть N_1 — число происшедших актов ядерного превращения, N_2 — число бомбардирующих частиц. Тогда $k_1 = \frac{N_1}{N_2}$ — (1); $k_2 = \frac{a}{N_2} = \frac{\lambda N_1}{N_2} = \frac{\ln 2 N_1}{T_{1/2} N_2}$ — (2). Сравнивая выражения (1) и (2), получим $k_2 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} k_1$.

22.26. При бомбардировке ${}^7_3Li$ протонами образуется радиоактивный изотоп бериллия ${}^7_4Be$ с периодом полураспада $T_{1/2} = 4{,}67 \cdot 10^6$ с. Найти выход реакции k_1 (см. задачу 22.25), если известно, что бомбардирующие протоны общим зарядом $q = 1$ мкА·ч вызывают активность полученного препарата $a = 6{,}51 \cdot 10^6$ Бк.

Решение:

По определению $k_1 = \frac{N_1}{N_2}$ — (1), где N_1 — число происшедших актов ядерного превращения за некоторый промежуток времени, N_2 — число частиц, бомбардирующих мишень за этот промежуток времени, а $k_2 = \frac{a}{N_2}$ — (3), где a — активность полученного продукта. Суммарный заряд протонов, бомбардирующих мишень, равен $q = eN_2$, откуда $N_2 = \frac{q}{e}$ — (3). Подставляя (3) в (1) и (2), соответственно получаем $k_1 = \frac{N_1 e}{q}$ — (4) и $k_2 = \frac{ae}{q}$ — (5).

Величины k_1 и k_2 связаны между собой соотношением: $k_2 = \frac{ln 2}{T_{1/2}} k_1$, где $T_{1/2}$ — период полураспада полученного продукта. тогда $k_1 = \frac{T_{1/2}}{ln 2} k_2$ — (6). Подставляя (5) в (6), окончательно получаем $k_1 = \frac{aeT_{1/2}}{q\,ln 2} = 2 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{500}$, значит, только один протон из 500 вызывает реакцию.

22.27. В результате ядерной реакции $^{56}_{26}Fe(p,n)$ образуется радиоактивный изотоп кобальта $^{56}_{27}Co$ с периодом полураспада $T_{1/2} = 80$ сут. Найти выход реакции k_1 (см. задачу 22.25), если известно, что бомбардирующие протоны общим зарядом $q = 20$ мкА·ч вызывают активность полученного препарата $a = 5{,}2 \cdot 10^7$ Бк.

Решение:

Выход реакции (см. задачу 22.26) выражается соотношением $k_1 = \frac{aeT_{1/2}}{q\,ln 2} = 1{,}15 \cdot 10^{-3}$.

22.28. Источником нейтронов является трубка, содержащая порошок бериллия $^{9}_{4}Be$ и газообразный радон. При реакции α-частиц радона с бериллием возникают нейтроны. Написать реакцию получения нейтронов. Найти массу m радона, введенного в источник при его изготовлении, если известно, что этот источник дает через время $t = 5$ сут после его изготовления число нейтронов в единицу времени $a_2 = 1{,}2 \cdot 10^6$ с$^{-1}$. Выход реакции $k_1 = 1/4000$, т. е. только одна α-частица из $n = 4000$ вызывает реакцию.

Решение:

Сразу после изготовления источник дает в единицу времени число распадов $a_1 = \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_1 = \lambda N_1$. Через время t число распадов в единицу времени $a_2 = \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_2 = \lambda N_2$, где $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$. По условию только одна α-частица из $n = 4000$ вызывает реакцию, тогда число атомов радона, введенного в источник, $N' = nN_1 = \frac{nN_2}{e^{-\lambda t}} = nN_2 e^{\lambda t}$. Тогда масса радона $m = \frac{\mu N'}{N_A} = \frac{\mu}{N_A} nN_2 e^{\lambda t} = \frac{\mu n e^{\lambda t} a_2}{N_A \lambda}$. Подставляя числовые данные, получим $m = 2{,}1 \cdot 10^{-9}$ кг.

22.29. Источником нейтронов является трубка, описанная в задаче 22.28. Какое число нейтронов a_2 в единицу времени создают α-частицы, излучаемые радоном с активностью $a_1 = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк, попадая на порошок бериллия? Выход реакции $k_1 = 1/4000$.

Решение:

По условию выход реакции $k_1 = \frac{1}{4000}$, значит, только одна α-частица из $n = 4000$ вызывает реакцию. Поскольку активность радона равна $a_1 = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк, то число нейтронов в единицу времени, создаваемое α-частицами, равно $a_2 = \frac{a_1}{n} = a_1 k_1 = 9{,}25 \cdot 10^{6}$ с$^{-1}$.

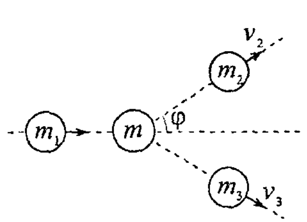
22.30. Реакция образования радиоактивного изотопа углерода ${}^{11}_{6}C$ имеет вид ${}^{10}_{5}B(d,n)$, где d-дейтон (ядро дейтерия ${}^{2}_{1}H$). Период полураспада изотопа ${}^{11}_{6}C$ $T_{1/2} = 20$ мин. Какая энергия Q выделится при этой реакции? Найти выход реакции k_2, если $k_1 = 10^{-8}$ (см. задачу 22.25).

Решение:

Запишем уравнение реакции ${}^{10}_{5}B + {}^{2}_{1}H \to {}^{11}_{6}C + {}^{1}_{0}n$. Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. В нашем случае $\sum m_1 = m_{{}^{10}_{5}B} + m_{{}^{2}_{1}H} = 12{,}0270$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^{11}_{6}C} + m_{{}^{1}_{0}n} = 12{,}0087$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q = 7{,}12$ МэВ. Величины k_1 и k_2 связаны соотношением $k_2 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} k_1$, отсюда $k_2 = 5{,}78 \cdot 10^{-12}$ Бк.

22.31. В реакции ${}^{14}_{7}N(\alpha, p)$ кинетическая энергия α-частицы $W_1 = 7{,}7$ МэВ. Под каким углом φ к направлению движения α-частицы вылетает протон, если известно, что его кинетическая энергия $W_2 = 8{,}5$ МэВ?

Решение:

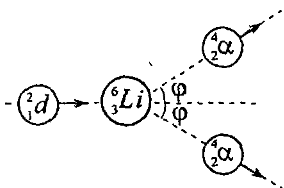


Обозначим m_1, m_2 и m_3 — массы бомбардирующей α-частицы, протона и ядра отдачи (в нашем случае кислорода); W_1, W_2 и W_3 — их кинетические энергии. Если ядро азота (m) неподвижно, то закон сохранения энергии запишется так: $W_1+Q=W_2+W_3$ — (1), где Q — энергия реакции. Закон сохранения импульса в векторной форме имеет вид $\vec{p}_1=\vec{p}_2+\vec{p}_3$ — (2). Из (2) имеем для импульсов $p_3^2=p_1^2+p_2^2-2p_1p_2\cos\varphi$ — (3). Т. к. $p^2=(mv)^2=$ $=\frac{mv^2}{2}2m=2mW$ — (4), то уравнение (3) примет вид $2m_3W_3=2m_1W_1+2m_2W_2-2\cos\varphi\sqrt{2m_1W_1 2m_2W_2}$, или

$$W_3=\frac{m_1}{m_3}W_1+\frac{m_2}{m_3}W_2-\frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}$$ — (5). Исключая из (1) и (5) энергию W_3, получим формулу, связывающую кинетическую энергию бомбардирующих α-частиц с кинетической энергией протонов: $W_1\left(\frac{m_3-m_1}{m_3}\right)+Q=W_2\times$ $\times\left(\frac{m_2+m_3}{m_3}\right)-\frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}$ — (6). Здесь $Q=-1{,}18$ МэВ. Решая (6) относительно $\cos\varphi$ и подставляя числовые данные, найдем $\cos\varphi=\frac{m_2+m_3}{2}\sqrt{\frac{W_2}{m_1m_2W_1}}-\frac{m_3-m_1}{2}\times$ $\times\sqrt{\frac{W_1}{m_1m_2W_2}}-\frac{m_3Q}{2\sqrt{m_1m_2W_1W_2}}=0{,}849$, или $\varphi=32°$.

22.32. При бомбардировке изотопа лития ${}^6_3Li$ дейтонами образуются две α-частицы, разлетающиеся симметрично под углом φ к направлению скорости бомбардирующих дейтонов. Какую кинетическую энергию W_2 имеют образующиеся α-частицы, если известно, что энергия бомбардирующих дейтонов $W_1=0{,}2$ МэВ? Найти угол φ.

Решение:



Запишем уравнение реакции ${}^{6}_{3}Li + {}^{1}_{2}d \to {}^{4}_{2}\alpha + {}^{4}_{2}\alpha$. Т. к. ядра лития покоились, то по закону сохранения энергии $W_1 = 2W_2 - Q$, где $Q = c^2(m_{Li} + m_d - 2m_\alpha)$. Тогда $2W_2 = W_1 + c^2(m_{Li} + m_d - 2m_\alpha)$, отсюда $W_2 = \frac{W_1 + c^2(m_{Li} + m_d - 2m_\alpha)}{2} = 11{,}31$ МэВ. Из механики кинетическая энергия $W_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$, откуда $p^2 = 2mW_к$ или импульс $p = \sqrt{2mW_к}$. Импульсы дейтона и α-частиц будут соответственно равны $p_1 = \sqrt{2m_dW_1}$ и $p_2 = \sqrt{2m_\alpha W_2}$. По закону сохранения импульса $p_1 = 2p_2\cos\varphi$; $\cos\varphi = \frac{p_1}{2p_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_dW_1}{m_\alpha W_2}} = 0{,}047$, отсюда $\varphi = \arccos(0{,}047) \approx 87{,}3°$.

22.33. Изотоп гелия ${}^{3}_{2}He$ получается бомбардировкой ядер трития ${}^{3}_{1}H$ протонами. Написать уравнение реакции. Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Найти порог реакции, т. е. минимальную кинетическую энергию бомбардирующей частицы, при которой происходит эта реакция. Указание: учесть, что при пороговом значении кинетической энергии бомбардирующей частицы относительная скорость частиц, возникающих в реакции, равна нулю.

Решение:

Запишем уравнение реакции ${}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}p \to {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n$. Энергия, выделяемая при реакции, $Q = c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. Подставляя числовые данные и учитывая, что энергетический эквивалент атомной единицы массы $(1 а.е.м.)c^2 = 931{,}5$ МэВ, получим $Q = 931{,}5 \cdot ((3{,}01605 + 1{,}0078) - (3{,}01603 + 1{,}00867)) = -0{,}79$ МэВ. Т. к. $Q < 0$, то реакция эндотермическая, т. е. идет с поглощением энергии и обладает порогом. Если частицы покоятся друг относительно друга, то такая реакция не пойдет. Необходимо, чтобы энергия относительного движения частиц была не меньше $|Q|$, поэтому пороговая энергия определяется соотношением $W_{пор} = \dfrac{p_1^2}{2(m_1 + m_2)} + |Q|$, где p_1 — импульс центра инерции системы. С другой стороны, по определению $W_{пор}$ равна кинетической энергии протона: $W_{пор} = \dfrac{p_1^2}{2m_2}$, откуда $p_1^2 = 2m_2 W_{пор}$. Значит, $W_{пор} = \dfrac{2m_2 W_{пор}}{2(m_1 + m_2)} + |Q|$, откуда $W_{пор}\left(1 - \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}\right) = |Q|$ или $W_{пор} = \dfrac{|Q|(m_1 + m_2)}{m_1} = 1{,}04$ МэВ.

22.34. Найти порог W ядерной реакции ${}^{14}_{7}N(\alpha, p)$.

Решение:

Порог ядерной реакции, т. е. минимальная кинетическая энергия бомбардирующей частицы, при которой происходит эта реакция (см. задачу 22.33), выражается соотношением $W = \dfrac{|Q|(m_1 + m_2)}{m_1}$. В нашем случае $m_1 = m_{{}^{14}_{7}N} = 14{,}0031$ а.е.м. — масса покоящегося ядра, $m_2 = m_{{}^{4}_{2}He} = 4{,}0026$ а.е.м. — масса бомбардирующей частицы. Запишем уравнение реакции: ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \to {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}p$. Изменение энергии при ядерной реакции $Q=c^2\left(\sum m_1-\sum m_2\right)$. В нашем случае $\sum m_1=m_{^{14}_{7}N}+m_{^{4}_{2}He}=18{,}0057$ а.е.м., а $\sum m_2=m_{^{17}_{8}O}+m_{^{1}_{1}p}=18{,}0069$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1<\sum m_2$, то реакция идет с поглощением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q=-1{,}13$ МэВ и $W=1{,}45$ МэВ.

22.35. Найти порог W ядерной реакции $^{7}_{3}Li(p,n)$.

Решение:

Порог ядерной реакции, т. е. минимальная кинетическая энергия бомбардирующей частицы, при которой происходит эта реакция (см. задачу 22.33), выражается соотношением $W=\frac{|Q|(m_1+m_2)}{m_1}$. В нашем случае $m_1=m_{^{7}_{3}Li}=7{,}0160$ а.е.м. — масса покоящегося ядра, $m_2=m_{^{1}_{1}p}=1{,}0078$ а.е.м. — масса бомбардирующей частицы. Запишем уравнение реакции: $^{7}_{3}Li+^{1}_{1}p\rightarrow^{7}_{4}Be+^{1}_{0}n$. Изменение энергии при ядерной реакции $Q=c^2\left(\sum m_1-\sum m_2\right)$. В нашем случае $\sum m_1=m_{^{7}_{3}Li}+m_{^{1}_{1}p}=$ $=8{,}0238$ а.е.м., а $\sum m_2=m_{^{7}_{4}Be}+m_{^{1}_{0}n}=8{,}0256$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1<\sum m_2$, то реакция идет с поглощением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q=-1{,}69$ МэВ и $W=1{,}93$ МэВ.

22.36. Искусственный изотоп азота $^{13}_{7}N$ получается бомбардировкой ядер углерода $^{12}_{6}C$ дейтонами. Написать уравнение реакции. Найти количество теплоты Q, поглощенное при этой реакции, и порог W этой реакции. Какова суммарная кинетическая энергия W' продуктов этой реакции при пороговом значении кинетической энергии дейтонов? Ядра углерода считать неподвижными.

Решение:

Запишем уравнение реакции ${}^{12}_{6}C + {}^{2}_{1}d \to {}^{13}_{7}N + {}^{1}_{0}n$. Найдем количество тепла $Q = c^2\left[(m_C + m_d) - (m_N + m_n)\right]$;

$Q = 9 \cdot 10^{16}\left[(12 + 2{,}0141) - (13{,}00574 + 1{,}0087)\right] \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$;

$Q = -0{,}00507 \cdot 10^{-11}$ Дж $= -0{,}00317 \cdot 10^{-8}$ эВ $= -0{,}317$ МэВ.

Т. к. $Q < 0$, то реакция эндотермическая, т. е. она не пойдет, если частицы покоятся друг относительно друга. Необходимо, чтобы энергия относительного движения частиц была не меньше $|Q|$. Поэтому порог определяется соотношением $W = \dfrac{p_d^2}{2(m_d + m_C)} + |Q|$. С другой стороны, по определению этот порог равен кинетической энергии дейтона, т. е. $W = \dfrac{p_d^2}{2m_d}$; $\dfrac{p_d^2}{2(m_d + m_C)} + |Q| = \dfrac{p_d^2}{2m_d}$. Т. к. импульс $p_d^2 = 2m_d W$ (см. задачу 22.32), то

$$\frac{2m_d W}{2m_d} - \frac{2m_d W}{2(m_d + m_C)} = |Q|;$$

$$W - \frac{m_d W}{m_d + m_C} = W\left(1 - \frac{m_d}{m_d + m_C}\right) = |Q|;$$

$$W = \frac{|Q|}{1 - m_d/(m_d + m_C)} = \frac{|Q|(m_d + m_C)}{m_d + m_C - m_d} = |Q|\left(\frac{m_d}{m_C} + 1\right)$$ — пороговая энергия. $W = 0{,}317\left(\dfrac{2{,}0141}{12} + 1\right) = 0{,}37$ МэВ. Суммарная кинетическая энергия продуктов реакции $W' = W + Q = 0{,}37 - 0{,}317 = 0{,}053$ МэВ.

22.37. Реакция ${}^{10}_{5}B(n,\alpha)$ идет при бомбардировке бора нейтронами, скорость которых очень мала (тепловые нейтроны). Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Пренебрегая скоростями нейтронов, найти скорость v и кинетическую энергию W α-частицы. Ядра бора считать неподвижными.

Решение:

Запишем уравнение реакции ${}^{10}_{5}B+{}^{1}_{0}n \to {}^{7}_{3}Li+{}^{4}_{2}\alpha$. Количество тепла, выделенного при реакции, $Q=c^2[(m_B+m_n)+$ $+(m_{Li}+m_\alpha)]$;

$Q=9\cdot 10^{16}[(10{,}01294+1{,}0087)-(7{,}016+4{,}0026)]\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}=$ $=0{,}0454\cdot 10^{-11}$ Дж $Q=2{,}83$ МэВ. Т. к. по условию скоростью нейтронов можно пренебречь, то по закону сохранения импульса $m_{Li}v_{Li}=m_\alpha v_\alpha$, отсюда $v_{Li}=\dfrac{m_\alpha v_\alpha}{m_{Li}}$. По закону сохранения энергии $Q=W_{Li}+W_\alpha=\dfrac{m_{Li}v_{Li}^2}{2}+\dfrac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}$;

$2Q=m_\alpha v_\alpha^2\left(\dfrac{m_\alpha}{m_{Li}}+1\right)$, отсюда $v_\alpha=\sqrt{\dfrac{2Q}{m_\alpha(m_\alpha/m_{Li}+1)}}$;

$$v_\alpha=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}0454\cdot 10^{-11}}{4{,}0026\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}(4{,}0026/7{,}016+1)}}=9{,}33\cdot 10^{6}\ \text{м/с}.$$

Кинетическая энергия α-частицы $W_\alpha=\dfrac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}$;

$$W_\alpha=\frac{4{,}0026\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\cdot 9{,}33^2\cdot 10^{12}}{2}=2{,}89\cdot 10^{-13}\ \text{Дж}=$$

$=1{,}806$ МэВ.

22.38. При бомбардировке изотопа лития ${}^{7}_{3}Li$ протонами образуются две α-частицы. Энергия каждой α-частицы в момент их образования $W_2=9{,}15$ МэВ. Какова энергия W_1 бомбардирующих протонов?

Решение:

Запишем уравнение реакции: ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}p \to {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$. Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. В нашем случае $\sum m_1 = m_{{}^{7}_{3}Li} + m_{{}^{1}_{1}p} = 8{,}0238$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^{4}_{2}He} + m_{{}^{4}_{2}He} = 8{,}0052$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q = 17{,}37$ МэВ. По закону сохранения энергии $W_1 + Q = 2W_2$, откуда энергия бомбардирующих протонов $W_1 = 2W_2 - Q = 0{,}93$ МэВ.

22.39. Найти наименьшую энергию γ-кванта, достаточную для осуществления реакции разложения дейтона γ-лучами ${}^{2}_{1}H + h\nu \to {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{0}n$.

Решение:

Количество тепла, поглощаемое при реакции $Q = c^2 \times \left(m_{{}^{2}_{1}H} - \left(m_{{}^{1}_{1}H} + m_n\right)\right) = 9 \cdot 10^{16}\left[2{,}0141 - (1{,}00783 + 1{,}0086)\right] \times 1{,}66 \cdot 10^{-27} = -0{,}035 \cdot 10^{-11}$ Дж $= -2{,}175$ МэВ. Для осуществления расщепления необходимо, чтобы γ-квант имел энергию $h\nu \ge |Q|$. В предельном случае при $h\nu = |Q|$ γ-квант расщепит ядро, но не сможет сообщить образовавшимся частицам кинетическую энергию. Значит, $h\nu_{min} = 2{,}175$ МэВ.

22.40. Найти наименьшую энергию γ-кванта, достаточную для осуществления реакции ${}^{24}_{12}Mg(\gamma, n)$.

Решение:

Запишем уравнение реакции: ${}^{24}_{12}Mg + h\nu \rightarrow {}^{23}_{12}Mg + {}^{1}_{0}n$. Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2 \times \times \left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$. В нашем случае $\sum m_1 = m_{{}^{24}_{12}Mg} = = 23.9850$ а.е.м., т. к. масса покоя γ-кванта равна нулю, а $\sum m_2 = m_{{}^{23}_{12}Mg} + m_{{}^{1}_{0}n} = 24{,}0028$ а.е.м. Поскольку отношение $\sum m_1 < \sum m_2$, то реакция идет с поглощением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q = -16{,}72$ МэВ. Чтобы реакция могла произойти, энергия γ-кванта должна быть больше или равна порогу ядерной реакции, который выражается соотношением $W = \frac{|Q|(m_1 + m_2)}{m_1}$ (см. задачу 22.33). Однако в нашем случае масса покоя γ-кванта $m_2 = 0$, поэтому порог ядерной реакции $W = |Q|$, а следовательно, наименьшая энергия γ-кванта $h\nu = |Q| = 16{,}72$ МэВ.

22.41. Какую энергию W (в киловатт-часах) можно получить от деления массы $m = 1$ г урана ${}^{235}_{92}U$, если при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200$ МэВ?

Решение:

Число делящихся ядер урана ${}^{235}_{92}U$, содержащееся в определенной массе, равно $N = \frac{m}{\mu} N_A$ — (1), где $\mu = 0{,}235$ кг/моль — молярная масса ${}^{235}_{92}U$, $N_A = 6{,}02 \times \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ — постоянная Авогадро. Энергия, которую можно получить при образовании данной массы ${}^{235}_{92}U$, равна $W = QN$ — (2). Подставляя (1) в (2), получим $W = \frac{m}{\mu} N_A Q = 2{,}28$ кВт·ч.

22.42. Какая масса урана $^{235}_{92}U$ расходуется за время $t = 1$ сут на атомной электростанции мощностью $P = 5000$ кВт? К.п.д. принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200$ МэВ.

Решение:

Число распавшихся ядер урана $n = \frac{m}{\mu} N_A$. Полная энергия, выделяемая при распаде массы m урана, $Q_{полн} = Q_0 n = = Q_0 \frac{m}{\mu} N_A$. Тогда полезная энергия $Q_{полез} = \eta Q_{полн} = \eta Q_0 \times \times \frac{m}{\mu} N_A$. Мощность атомной электростанции $p = \frac{Q_{полез}}{t} = = \frac{\eta Q_0 m N_A}{\mu t}$. Отсюда масса распавшегося урана за время t $m = \frac{p \mu t}{\eta Q_0 N_A} = 31$ г.

22.43. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования гелия из дейтерия и трития. Написать уравнение реакции. Найти энергию Q, выделяющуюся при этой реакции. Какую энергию W можно получить при образовании массы $m = 1$ г гелия?

Решение:

Запишем уравнение реакции: $^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n$. Изменение энергии при ядерной реакции $Q = c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$.

В нашем случае $\sum m_1 = m_{{}^2_1H} + m_{{}^3_1H} = 5.0301$ а.е.м., а $\sum m_2 = m_{{}^4_2He} + m_{{}^1_0n} = 5,0113$ а.е.м. Поскольку $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии. Подставляя числовые данные, получим $Q = 17,66$ МэВ. Энергия, которую можно получить при образовании данной массы ${}^4_2He$ (см. задачу 22.41), равна $W = \dfrac{m}{M} N_A Q = 11,8 \cdot 10^4$ кВт·ч.