2.44. Найти работу A, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой $m = 1$ т от $v_1 = 2$ м/с до $v_2 = 6$ м/с на пути $s = 10$ м. На всем пути действует сила трения $F_{тр} = 2$ Н.

Решение:

Часть совершенной работы пойдет на приращение кинетической энергии, а другая часть — на преодоление силы трения. $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} + A_{тр}$, где $A_{тр} = F_{тр} \cdot s$, тогда $A = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} + F_{тр} \cdot s$; $A = 16{,}02$ кДж.

2.45. На автомобиль массой $M = 1$ т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силе тяжести mg. Какую массу m бензина расходует двигатель автомобиля на то, чтобы на пути $s = 0{,}5$ км увеличить скорость от $v_1 = 10$ км/ч до $v_2 = 40$ км/ч? К.п.д. двигателя $\eta = 0{,}2$, удельная теплота сгорания бензина $q = 46$ МДж/кг.

Решение:

Полезная работа, совершаемая двигателем, идет на преодоление силы трения и на приращение кинетической энергии. $A_п = F_{тр} \cdot s + \left(\frac{Mv_2^2}{2} - \frac{Mv_1^2}{2}\right)$ — (1). Затраченная работа равна затраченному количеству теплоты: $A_з = Q_з$; $Q_з = Q \cdot m$ — (2); К.п.д. двигателя $\eta = \frac{A_п}{A_з}$, откуда $A_з = \frac{A_п}{\eta}$ — (3). Подставив (3) в (2), получим: $\frac{A_п}{\eta} = q \cdot m$, отсюда $m = \frac{A_п}{q \cdot \eta}$. Подставив в данное выражение (1), получим $m = \frac{1}{q\eta}\left[F_{тр} \cdot s + \left(\frac{Mv_2^2}{2} - \frac{Mv_1^2}{2}\right)\right]$. Т.к. $F_{тр} = 0{,}1mg$, то $m = \frac{M}{2q\eta}\left[2 \cdot 0{,}1g \cdot s + v_2^2 - v_1^2\right]$. Подставляя числовые данные, получим: $m = 0{,}06$ кг.

2.46. Какую массу m бензина расходует двигатель автомобиля на пути $s = 100$ км, если при мощности двигателя $N = 11$ кВт скорость его движения $v = 30$ км/ч? К.п.д. двигателя $\eta = 0{,}22$, удельная теплота сгорания бензина $q = 46$ МДж/кг.

Решение:

При перемещении автомобиля на расстояние s его двигатель совершает работу $A = \frac{Nt}{\eta} = \frac{Ns}{\eta v}$. При этом затрачивается масса бензина $m = \frac{A}{q} = \frac{Ns}{q\eta v}$; $m = 13$ кг.

2.47. Найти к.п.д. η двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения $v = 40$ км/ч двигатель потребляет объем $V = 13{,}5$ л бензина на пути $s = 100$ км и развивает мощность $N = 12$ кВт. Плотность бензина $\rho = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплота сгорания бензина $q = 46$ МДж/кг.

Решение:

К.п.д двигателя равен $\eta = \frac{A_п}{A_з}$ — (1). Мощность двигателя $N = \frac{A_п}{t}$, где $t = \frac{s}{v}$, тогда $A_п = \frac{Ns}{v}$ — (2); $A_з = qm$, где $m = \rho V$, отсюда $A_з = q\rho V$ — (3). Подставляя (2) и (3) в (1), получим: $\eta = \frac{Ns}{vq\rho V}$; $\eta = 0{,}22$.

2.48. Камень массой $m = 1$ кг брошен вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 9{,}8$ м/с. Построить график зависимости от времени t кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня для интервала $0 \le t \le 2$ с (см. решение 1.11).

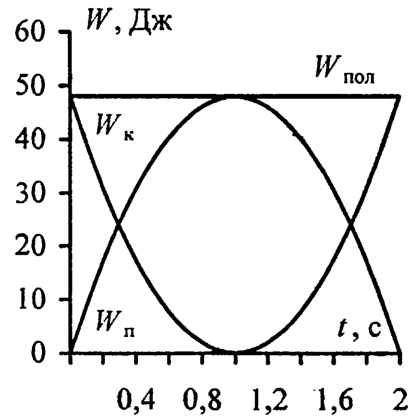
Решение:

$$W_к = \frac{mv^2}{2}; \qquad W_п = mgh; \qquad v = v_0 - gt; \qquad h = \frac{-gt^2}{2} + v_0 t;$$

$$W_к = \frac{m(v_0 - gt)^2}{2}; \quad W_п = mg\left(v_0 t - \frac{gt^2}{2}\right); \quad W_к = \frac{(9{,}8 - 9{,}8t)^2}{2};$$

$W = W_к + W_п = const$; $W_п = 9{,}8(9{,}8t - 4{,}9t^2) = 96t - 48t^2$. Характер зависимости кинетической, потенциальной и полной энергии камня от времени дан на графике.

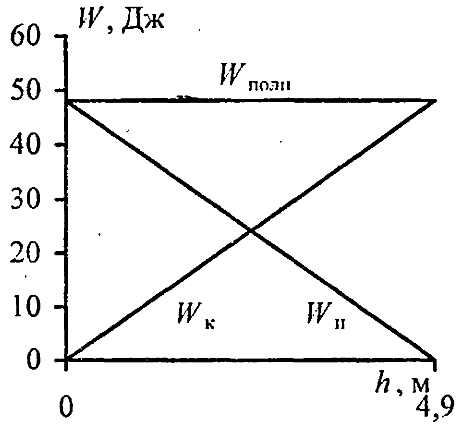
t, с	$W_к$, Дж	$W_п$, Дж
0	48	0
0,2	30,7	17,3
0,4	17,3	30,7
0,6	7,7	40,3
0,8	1,9	46,1
1	0	48
1,2	1,9	46,1
1,4	7,7	40,3
1,6	17,3	30,7
1,8	30,7	17,3
2	48	0



2.49. В условиях предыдущей задачи построить график зависимости от расстояния h кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня.

Решение:

Кинетическая энергия, которой обладал камень в момент броска, будет в дальнейшем убывать за счет увеличения потенциальной энергии. $W_к = \frac{mv_0^2}{2} - mgh$; $W_п = mgh$. Для построения графика подставим числовые данные: $W_п = 9{,}8h$. Максимальную высоту, на которую поднимется камень, найдем из соотношения: $\frac{mv^2}{2} = mgh$, отсюда $h = \frac{v^2}{2g}$; $h = 4{,}9$ м. Построим график при $0 \le h \le 4{,}9$.



h, м	$W_к$, Дж	$W_п$, Дж
0	48	0
2,7	21,6	26,4
4,9	0	48

2.50. Камень падает с некоторой высоты в течение времени $t = 1{,}43$ с. Найти кинетическую $W_к$ и потенциальную $W_п$ энергии камня в средней точке пути. Масса камня $m = 2$ кг.

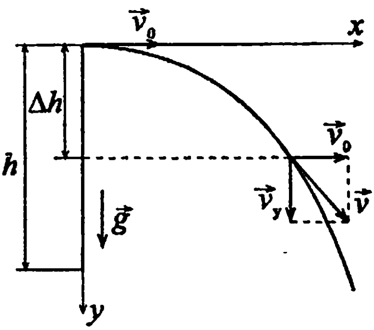
Решение:

В верхней точке камень обладал потенциальной энергией $W_п = mgH$, где $H = \frac{gt^2}{2}$ (t — время падения до земли). Потенциальная энергия камня в средней точке пути $W_п = mgh$, где $h = \frac{H}{2}$. Таким образом $W_п = mg\frac{H}{2} = \frac{mg^2t^2}{4}$;

$W_п = 98$ Дж. Кинетическую энергию камень приобрел за счет убыли потенциальной энергии. В средней точке пути $W_к = W_п = 98$ Дж, так как $mgH - mgh = mg\frac{H}{2} = W_к$.

2.51. С башни высотой $h = 25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найти кинетическую $W_к$ и потенциальную $W_п$ энергии камня через время $t = 1$ с после начала движения. Масса камня $m = 0{,}2$ кг.

Решение:

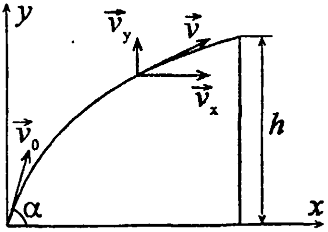


В момент времени t кинетическая энергия камня $W_к = \frac{mv^2}{2}$, а его потенциальная энергия $W_п = mg(h - \Delta h)$. Поскольку $v_y = gt$, то $v^2 = v_0^2 + (gt)^2$. Тогда $W_к = \frac{m\left(v_0^2 + (gt)^2\right)}{2}$; $W_к = 32{,}2$ Дж. Вертикальная составляющая перемещения камня $\Delta h = \frac{gt^2}{2}$, отсюда $W_п = mg\left(h - \frac{gt^2}{2}\right)$; $W_п = 39{,}4$ Дж.

2.52. Камень брошен со скоростью $v_0 = 15$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Найти кинетическую $W_к$, потенциальную $W_п$ и полную W энергии камня: а) через время $t = 1$ с после начала движения; б) в высшей точке траектории. Масса камня $m = 0{,}2$ кг.

Решение:

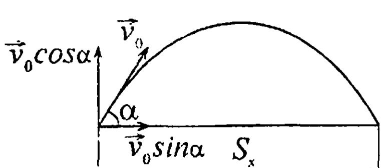
Полная скорость камня $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_x = v_0 \cos\alpha$; $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$. В верхней точке траектории $v_y = 0$,



следовательно, $v_0 \sin\alpha = gt$. Отсюда время подъема камня до верхней точки $t = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$; $t = 1{,}3$ с, следовательно в момент времени $t = 1$ с камень находится на подъеме. Его кинетическая энергия в этот момент $W_к = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{m\left(v_0^2 \cos^2\alpha + (v_0 \sin\alpha - gt)^2\right)}{2}$; $W_к = 6{,}6$ Дж. По закону сохранения энергии $W_{к0} = W_к + W_п$, где $W_{к0}$ — кинетическая энергия камня в начальный момент времени. $W_{к0} = \dfrac{mv_0^2}{2}$. Тогда $W_п = \dfrac{mv_0^2}{2} - W_к$; $W_п = 15{,}9$ Дж. В верхней точке траектории кинетическая энергия камня $W_{к1} = \dfrac{m(v_0 \cos\alpha)^2}{2}$; $W_{к1} = 5{,}6$ Дж. Согласно закону сохранения энергии полная энергия камня останется неизменной, а его потенциальная энергия в верхней точке траектории $W_{п1} = W - W_{к1}$; $W_{п1} = 16{,}9$ Дж.

2.53. На толкание ядра, брошенного под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, затрачена работа $A = 216$ Дж. Через какое время t и на каком расстоянии s_x от места бросания ядро упадет на землю? Масса ядра $m = 2$ кг.

Решение:



Работа, затраченная на толкание ядра, пошла на сообщение ему кинетической энергии. $A = W_к = \dfrac{mv_0^2}{2}$, откуда $v_0 = \sqrt{\dfrac{2A}{m}}$ — (1). Время подъема ядра до верхней точки

$t_1 = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$ (см. задачу 2.52). Полное время полета ядра $t = 2t_1 = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$; подставив (1), получим: $t = \dfrac{2\sin\alpha\sqrt{2A}}{g\sqrt{m}}$; $t = 1{,}5$ с. Расстояние от места бросания, которое пролетит ядро $s_x = t\cos\alpha\sqrt{\dfrac{2A}{m}}$; $s_x = 19{,}1$ м.

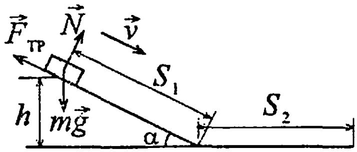
2.54. Тело массой $m = 10$ г движется по окружности радиусом $R = 6{,}4$ см. Найти тангенциальное ускорение a_τ тела, если известно, что к концу второго оборота после начала движения его кинетическая энергия $W_к = 0{,}8$ МДж.

Решение:

Найдем угловое ускорение: $a_\tau = \varepsilon R$ — (1); $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$ — (2). Угловая скорость $\omega = 2\pi n = \dfrac{2\pi N}{t}$, отсюда $t = \dfrac{2\pi N}{\omega}$ — (3). С другой стороны, $\omega = \dfrac{v}{R}$ — (4). Скорость v найдем из уравнения кинетической энергии: $W_к = \dfrac{mv^2}{2}$, отсюда $v = \sqrt{\dfrac{2W_к}{m}}$ — (5). Подставив уравнение (5) в (4), получим $\omega = \sqrt{\dfrac{2W_к}{mR^2}}$ — (6). Подставив уравнение (3) в (2), с учетом (6), найдем: $\varepsilon = \dfrac{\omega^2}{2\pi N} = \dfrac{2W_к}{mR\pi N}$. Тогда из (1): $a_\tau = \dfrac{W_к R}{mR^2\pi N} = \dfrac{W_к}{mR\pi N}$; $a_\tau \approx 0{,}2$ м/с^2.

2.55. Тело массой $m = 1$ кг скользит сначала по наклонной плоскости высотой $h = 1$ м и длиной склона $l = 10$ м, а затем по горизонтальной поверхности. Коэффициент трения на всем пути $k = 0{,}05$. Найти: а) кинетическую энергию $W_к$ тела у основания плоскости; б) скорость v тела у основания плоскости; в) расстояние s, пройденное телом по горизонтальной поверхности до остановки.

Решение:

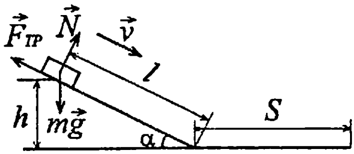


По закону изменения полной механической энергии $\Delta W = A$, где A — работа внешних сил. В нашем случае в верхней точке $W_к = 0$; $W_п = mgh$, у основания $W_к = \frac{mv^2}{2}$; $W_п = 0$, следовательно, $\frac{mv^2}{2} - mgh = A_{тр}$, где $A_{тр}$ — работа сил трения. $\frac{mv^2}{2} - mgh = -F_{тр}l$, отсюда $mgh = \frac{mv^2}{2} + F_{тр}l$, т.е. потенциальная энергия гела при соскальзывании с наклонной плоскости переходит в кинетическую энергию и в работу против сил трения. Но $h = l\sin\alpha$, откуда $\sin\alpha = h/l = 0{,}1$, а $\cos\alpha = 0{,}99$, $F_{тр} = kmg\cos\alpha$, где α — угол наклона плоскости.

а) $W_к = \frac{mv^2}{2}$; $W_к = mgh - F_{тр}l$; $W_к = mgl(\sin\alpha - k\cos\alpha)$; $W_к = 4{,}9$ Дж. б) $v = \sqrt{\frac{2W_к}{m}} = 3{,}1$ м/с. в) Кинетическая энергия, которую тело имеет у основания наклонной плоскости, переходит в работу против силы трения на горизонтальной поверхности, т.е. $W_к = F_{тр}s = kmgs$, откуда найдем $s = \frac{W_к}{kmg}$; $s = 10$ м.

2.56. Тело скользит сначала по наклонной плоскости составляющей угол $\alpha = 8°$ с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти коэффициент трения на всем пути, если известно, что тело проходит по горизонтальной плоскости то же расстояние, что и по наклонной плоскости.

Решение:

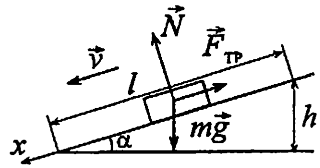


В начальный момент времени тело обладает потенциальной энергией $W_п = mgh$. Когда тело оказалось в нижней точке наклонной плоскости, часть его потенциальной энергии перешла в кинетическую энергию, а оставшаяся часть пошла на работу против сил трения. $W_п = W_к + A_{тр}$; $mgh = \frac{mv^2}{2} + F_{тр}s_1$ — (1). Преобразуя уравнение (1), получим: $mgs_1 \times \sin\alpha = \frac{mv^2}{2} + kmg\cos\alpha s_1$; $2gs_1(\sin\alpha - k\cos\alpha) = v^2$ — (2). На горизонтальном участке пути вся кинетическая энергия тела пошла на совершение работы против сил трения. $W_к = A_{тр}$; $\frac{mv^2}{2} = kmgs_2$, откуда $v^2 = 2kgs_2$ — (3). Решая совместно (2) и (3), получим: $2kgs_2 = 2gs_1(\sin\alpha - \cos\alpha)$; $k = \sin\alpha - k\cos\alpha$, отсюда $k(1+\cos\alpha) = \sin\alpha$; $k = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$;

$k = \frac{0{,}125}{1{,}992} = 0{,}06$.

2.57. Тело массой $m = 3$ кг, имея начальную скорость $v_0 = 0$, скользит по наклонной плоскости высотой $h = 0{,}5$ м и длиной склона $l = 1$ м и приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью $v = 2{,}45$ м/с. Найти коэффициент трения k тела о плоскость и количество теплоты Q, выделенное при трении.

Решение:



В начальный момент времени тело обладает потенциальной энергией $W_п = mgh$. Когда тело оказалось в нижней точке наклонной плоскости, часть его потенциальной энергии перешла в кинетическую энергию, а оставшаяся часть пошла на работу против сил трения. $W_п = W_k + A_{тр}$;

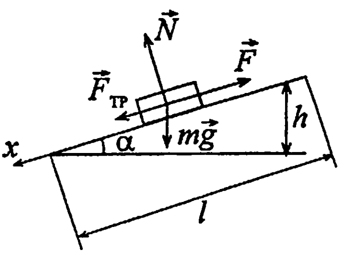
$mgh = \frac{mv^2}{2} + F_{тр}s_1$ — (1). Преобразуя (1), получим:

$kg\cos\alpha l = gh - \frac{v^2}{2} = \frac{2gh - v^2}{2}$, откуда $k = \frac{2gh - v^2}{2g\cos\alpha}$;

$k = 0{,}22$. Количество выделившейся при трении теплоты равно $Q = F_{тр} \cdot l = kmg\cos\alpha \cdot l$; $Q = 5{,}7$ Дж.

2.58. Автомобиль массой $m = 2$ т движется в гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Коэффициент трения $k = 0{,}08$. Найти работу A, совершаемую двигателем автомобиля на пути $s = 3$ км, и мощность N развиваемую двигателем, если известно, что путь $s = 3$ км был пройден за время $t = 4$ мин.

Решение:

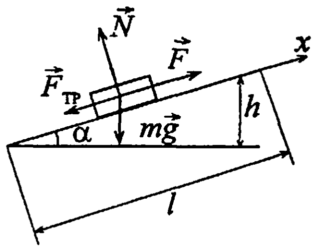


В случае равномерного движения автомобиля $a = 0$, тогда согласно второму закону Ньютона сила тяги двигателя $F = F_{тр} + mg\sin\alpha$ или $F = mg(k\cos\alpha + \sin\alpha)$, где $\sin\alpha = h/l$; $\sin\alpha = 0{,}04$; $\cos\alpha = 0{,}999$. Работа силы $\bar{F}$ на пути s: $A = Fs = mgs(k\cos\alpha + \sin\alpha)$; $A = 7$ МДж. Мощность двигателя $N = A/t$; $N = 29{,}2$ кВт.

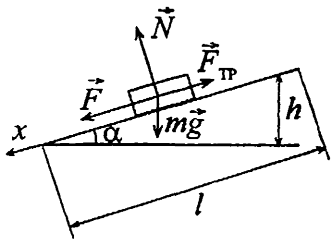
2.59. Какую мощность N развивает двигатель автомобиля массой $m = 1$ т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью $v = 36$ км/ч: а) по горизонтальной дороге; б) в гору с уклоном 5 м на каждые 100 м пути; в) под гору с тем же уклоном? Коэффициент трения $k = 0{,}07$.

Решение:

Требуется найти мощность, развиваемую двигателем автомобиля, т.е. мощность силы F. Выразим F для всех случаев из второго закона Ньютона. а) Т.к. $v = const$, то $F = F_{тр} = kmg$. При движении автомобиля по горизонтальной дороге мощность равна $N = Fv = kmgv = 6{,}9$ кВт.



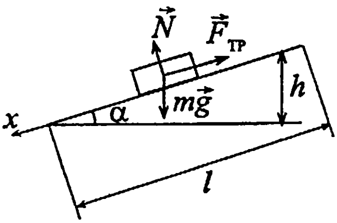
б) При движении в гору сила тяги двигателя $F = mg\sin\alpha + F_{тр}$, где $F_{тр} = kmg\cos\alpha$; следовательно, $F = mg(k\cos\alpha + \sin\alpha)$, тогда мощность $N = mgv(k\cos\alpha + \sin\alpha)$; Угол наклона дороги найдем из соотношения: $\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{5}{100} = 0{,}05$; $\alpha \approx 3°$; $\cos\alpha = 0{,}998$. $N = 11{,}8$ кВт.



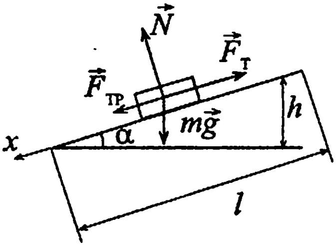
в) При движении под гору сила тяги двигателя $F = F_{тр} - mg\sin\alpha$; где $F_{тр} = kmg\cos\alpha$, тогда получим $F = kmg\cos\alpha - mg\sin\alpha$; $F = mg(k\cos\alpha - \sin\alpha)$, мощность $N = mgv(k\cos\alpha - \sin\alpha)$; $N \approx 2$ кВт.

2.60. Автомобиль массой $m = 1$ т движется при выключенном моторе с постоянной скоростью $v = 54$ км/ч под гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Какую мощность N должен развивать двигатель автомобиля, чтобы автомобиль двигался с той же скоростью в гору?

Решение:



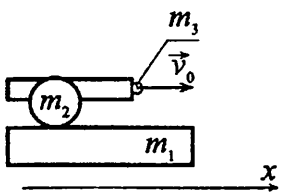
Уравнение движения автомобиля под гору $mg\sin\alpha - F_{тр} = 0$ или $F_{тр} = mg\sin\alpha$. С другой стороны, $F_{тр} = kmg\cos\alpha$, тогда $kmg\cos\alpha = mg\sin\alpha$, откуда $k = tg\alpha$.



При движении автомобиля вверх по второму закону Ньютона сила тяги двигателя $F_т = F_{тр} + mg \times \sin\alpha$; $F_т = mg(k\cos\alpha + \sin\alpha)$. Тогда мощность, развиваемая двигателем: $N = F_т v = mgv \times (k\cos\alpha + \sin\alpha)$; $N = mgv \times \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cos\alpha + \sin\alpha\right)$; $N = 2m \times gv\sin\alpha = 2mgv\frac{h}{l}$; $N = 11{,}8$ кВт.

2.61. На рельсах стоит платформа массой $m_1 = 10$ т. На платформе закреплено орудие массой $m_2 = 5$ т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Масса снаряда $m_3 = 100$ кг; его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ м/с. Найти скорость u платформы в первый момент после выстрела, если: а) платформа стоит неподвижно; б) платформа двигалась со скоростью $v = 18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения.

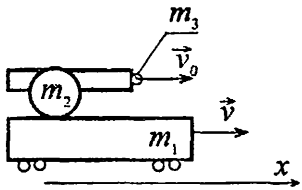
Решение:



а) При неподвижной платформе начальная скорость снаряда относительно земли равна его скорости v_0 относительно орудия. Систему «платформа — орудие — снаряд» можно считать замкнутой в проекции на ось x при условии, что силой трения качения платформы можно пренебречь. Тогда в проекции на ось x импульс системы до выстрела $p_x = (m_1 + m_2 + m_3)\cdot v = 0$, т.к. $v = 0$. Импульс системы после выстрела $p'_x = m_3 v_0 + (m_1 + m_2)\cdot u$. По закону сохранения импульса $p_x = p'_x$ или $0 = m_3 v_0 + (m_1 + m_2)\cdot u$, откуда

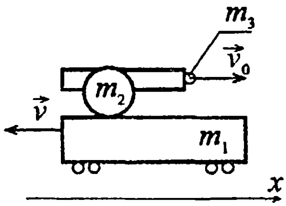
$u = -\dfrac{m_3 v_0}{m_1 + m_2}$; $u = -12$ км/ч. Знак «–» указывает, что платформа стала двигаться в направлении, противоположном направлению движения снаряда.

б) Если выстрел был произведен в направлении движения платформы, то начальная скорость снаряда относительно земли равна $v_0 + v$. На основании закона сохранения импульса имеем: $(m_1 + m_2 + m_3)\cdot v = m_3(v_0 + v) + (m_1 + m_2)\cdot u$ — (2), откуда $u = \dfrac{(m_1 + m_2 + m_3)\cdot v - m_3(v_0 - v)}{m_1 + m_2}$;



$u = 6$ км/ч.

в) Если выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению движения платформы, то при $v_0 > 0$ имеем $v < 0$. Тогда уравнение (2) имеет вид: $-(m_1 + m_2 + m_3)\cdot v = m_3(v_0 - v) + (m_1 + m_2)\cdot u$, откуда



$u = -\dfrac{(m_1 + m_2 + m_3)\cdot v + m_3(v_0 - v)}{m_1 + m_2}$;

$u = -30$ км/ч.

2.62. Из ружья массой $m_1 = 5$ кг вылетает пуля массой $m_2 = 5$ г со скоростью $v_2 = 600$ м/с. Найти скорость v_1 отдачи ружья.

Решение:

Согласно закону сохранения импульса $m_1v_1 - m_2v_2 = 0$, отсюда $v_1 = \frac{m_2v_2}{m_1}$; $v_1 = 0{,}6$ м/с.

2.63. Человек массой $m_1 = 60$ кг, бегущий со скоростью $v_1 = 8$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2 = 80$ кг, движущуюся со скоростью $v_2 = 2{,}9$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью u будет двигаться тележка? С какой скоростью u' будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

Решение:

Система «человек — тележка» замкнута в проекции на горизонтальную ось. а) Человек догоняет тележку. По закону сохранения импульса $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)\cdot u$, откуда $u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$; $u = 5{,}14$ км/ч. б) Человек бежит навстречу тележке. По закону сохранения импульса $m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)\cdot u'$, откуда $u' = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}$; $u' = 1{,}71$ км/ч.

2.64. Снаряд массой $m_1 = 100$ кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью $v_1 = 500$ м/с, попадает в вагон с песком, масса которого $m_2 = 10$ т, и застревает в нем. Какую скорость u получит вагон, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью $v_2 = 36$ км/ч в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался со скоростью $v_2 = 36$ км/ч в направлении, противоположном движению снаряда?

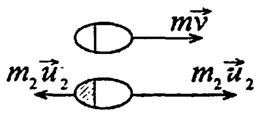
Решение:

а) Будем считать удар абсолютно неупругим, тогда в проекции на горизонтальную ось по закону сохранения импульса: $m_1v_1 = (m_1 + m_2)u$, отсюда $u = \dfrac{m_1v_1}{m_1 + m_2}$; $u \approx 5$ м/с.

б) $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$, следовательно, $u = \dfrac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$; $u \approx 15$ м/с. в) $m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$, следовательно, $u = \dfrac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}$; $u \approx -5$ м/с, т. е. вагон продолжает двигаться в том же направлении, но с меньшей скоростью.

2.65. Граната, летящая со скоростью $v = 10$ м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью $u_1 = 25$ м/с. Найти скорость u_2 меньшего осколка.

Решение:



При взрыве внутренние силы намного превышают внешние. Следовательно, можно считать, что система замкнута и закон сохранения импульса использовать в векторной форме. Импульс системы до разрыва $\vec{p} = m\vec{v}$. Импульс системы после разрыва $\vec{p}' = 0{,}6m\vec{u} + 0{,}4m\vec{u}_2$. В проекции на горизонтальную ось закон сохранения импульса: $mv = m_1u_1 + m_2u_2$ или $mv = 0{,}6m \cdot u_1 + 0{,}4m \cdot u_2$; $v = 0{,}6u_1 + 0{,}4u_2$, откуда $u_2 = \dfrac{v - 0{,}6u_1}{0{,}4} = -12{,}5$ м/с. Полученный результат от массы не зависит. Пусть масса всей гранаты $m = 1$ у.е., масса большего осколка $m_1 = 0{,}6$ у.е., масса меньшего осколка $m_2 = 0{,}4$ у.е. Тогда вектор импульса: всей гранаты — $mv = 10$ у.е.; большего осколка — $m_1u_1 = 15$ у.е.; меньшего осколка — $m_2u_2 = 5$ у.е. Направление векторов показано на рисунке.

2.66. Тело массой $m_1 = 1$ кг, движущееся горизонтально со скоростью $v_1 = 1$ м/с, догоняет второе тело массой $m_2 = 0{,}5$ кг и неупруго соударяется с ним. Какую скорость u получат тела, если: а) второе тело стояло неподвижно; б) второе тело двигалось со скоростью $v_2 = 0{,}5$ м/с в направлении, что и первое тело; в) второе тело двигалось со скоростью $v_2 = 0{,}5$ м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

Решение:

В каждом случае запишем закон сохранения импульса и выразим скорость u. а) $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u$; $u = \dfrac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$; $u = 0{,}67$ м/с. б) $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$; $u = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$; $u = 0{,}87$ м/с. в) $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$; $u = \dfrac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$; $u = 0{,}5$ м/с.

2.67. Конькобежец массой $M = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3$ кг со скоростью $v = 8$ м/с. На какое расстояние s откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $k = 0{,}02$?

Решение:

Движение конькобежца является равнозамедленным, пройденный им путь $s = v_0^2 / 2a$ — (1). По закону сохранения импульса $Mv_0 = mv$, откуда $v_0 = mv / M$ — (2). Ускорение a можно найти по второму закону Ньютона: $F_{тр} = ma$. Т.к. $F_{тр} = kmg$, то $kmg = ma$; $a = kg$ — (3). Подставив (2) и (3) в (1), получим $s = \dfrac{m^2 v^2}{2M^2 kg}$; $s = 0{,}3$ м.