5.105. Молярная энергия, необходимая для ионизации атомов калия, $W_i = 418{,}68$ кДж/моль. При какой температуре T газа 10% всех молекул имеют молярную кинетическую энергию поступательного движения, превышающую энергию W_i?

Решение:

Наиболее вероятная кинетическая энергия молекул $W_в = \frac{mv_в^2}{2} = \frac{m \cdot 2\frac{RT}{\mu}}{2} = \frac{mRT}{\mu} = \nu RT = RT$, т. к. по условию рассматривается молярная энергия, т. е. $\nu = 1$. Отношение $\frac{W_i}{W_в} = \frac{mv^2}{2}\frac{2}{mv_в^2} = \frac{v^2}{v_в^2} = u^2$, где u — относительная скорость.

По таблице 11 $u = 1{,}5$, $\frac{N_x}{N} = 0{,}231$; $u = 2$, $\frac{N_x}{N} = 0{,}046$. В нашем случае $\frac{N_i}{N} = 0{,}1$, тогда из графика $u \approx 1{,}79$ и $u^2 \approx 3{,}2$. Значит, $\frac{W_i}{W_в} = 3{,}2$, отсюда $W_i = 3{,}2W_в = 3{,}2RT$.

Следовательно, $T = \frac{W_i}{3{,}2R}$; $T = 1{,}57 \cdot 10^4$ К.

5.106. Обсерватория расположена на высоте $h = 3250$ м над уровнем моря. Найти давление воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоянной и равной $t = 5°$ С. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль. Давление воздуха на уровне моря $p_0 = 101{,}3$ кПа.

Решение:

Закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести дает барометрическая формула: $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right)$.

Подставив числовые данные, получим $p = 67{,}2$ кПа.

5.107. На какой высоте h давление воздуха составляет 75% от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать постоянной и равной $t = 0°$ C.

Решение:

Закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести дает барометрическая формула: $p = p_0 \, exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$, откуда $\frac{p}{p_0} = exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$. Логарифмируя обе части уравнения, получим $ln\frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g h}{RT}$, откуда $h = -\frac{RT \, ln \, p / p_0}{\mu g} =$ $= -\frac{8{,}31 \cdot 273 \cdot (-0{,}29)}{0{,}029 \cdot 9{,}8}$; $h = 2296$ м.

5.108. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте $h_1 = 8300$ м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабине при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте $h_2 = 2700$ м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Температуру наружного воздуха считать равной $t_1 = 0°$ C.

Решение:

Согласно барометрической формуле $p = p_0 \, exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$, где $p_0 = 10^5$ Па — давление на уровне моря. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тогда $p_1 = p_0 \, exp\left(-\frac{\mu g h_1}{RT_1}\right)$; $p_1 = 35{,}3$ кПа. Температура воздуха в кабине соответствует давлению на высоте $h_2 = 2700$ м, т. е. $T_2 = 273$ К, тогда

$p_2 = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT_2}\right)$; $p_2 = 71{,}3$ кПа. Отсюда $\Delta p = p_2 - p_1$; $\Delta p = 36$ кПа.

5.109. Найти в предыдущей задаче, во сколько раз плотность ρ_2 воздуха в кабине больше плотности ρ_1 воздуха вне ее, если температура наружного воздуха $t_1 = -20°$ С, а температура воздуха в кабине $t_2 = +20°$ С.

Решение:

Согласно барометрической формуле $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h_1}{RT_1}\right)$.

Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu}RT$ имеем $\rho = \frac{p\mu}{RT}$. Тогда отношение плотностей $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \frac{0{,}713 \cdot 253}{0{,}353 \cdot 293} = 1{,}7$.

5.110. Найти плотность ρ воздуха: а) у поверхности Земли; б) на высоте $h = 4$ км от поверхности Земли. Температуру воздуха считать постоянной и равной $t = 0°$ С. Давление воздуха у поверхности Земли $p_0 = 100$ кПа.

Решение:

а) Из уравнения Менделеева — Клапейрона (см. задачу 5.109) $\rho_1 = \frac{p_0 \mu}{RT_1}$; $\rho_1 = 1{,}278$ кг/м^3. б) На высоте $h_2 = 4$ км плотность воздуха $\rho_2 = \frac{p_2 \mu}{RT_2}$. Для нахождения p_2 воспользуемся барометрической формулой $p_2 = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h_2}{RT_2}\right)$.

Тогда $\rho_2 = \frac{p_0 \mu}{RT_2} \exp\left(-\frac{\mu g h_2}{RT_2}\right)$; $\rho_2 = 0{,}774$ кг/м^3.

5.111. На какой высоте h плотность газа вдвое меньше его плотности на уровне моря? Температуру газа считать постоянной и равной $t = 0°$ С. Задачу решить для: а) воздуха, б) водорода.

Решение:

Плотности газа на уровне моря и на высоте h соответственно равны: $\rho_1 = \frac{p_0 \mu}{RT}$ и $\rho_2 = \frac{p_0 \mu}{RT} \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$ (см. задачи 5.109 и 5.110). По условию $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 2$, тогда $\frac{1}{\exp(-\mu g h / RT)} = 2$ или $\exp\left(\frac{\mu g h}{RT}\right) = 2$. Прологарифмируем полученное выражение: $\frac{\mu g h}{RT} = \ln 2$, отсюда $h = \frac{RT}{\mu g} \ln 2$.

а) Для воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $h = 5{,}53$ км. б) Для водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $h = 80{,}23$ км.

5.112. Перрен, наблюдая при помощи микроскопа изменение концентрации взвешенных частиц гуммигута с изменением высоты и применяя барометрическую формулу, экспериментально нашел значение постоянной Авогадро N_A. В одном из опытов Перрен нашел, что при расстоянии между двумя слоями $\Delta h = 100$ мкм число взвешенных частиц гуммигута в одном слое вдвое больше, чем в другом. Температура гуммигута $t = 20° C$. Частицы гуммигута диаметром $\sigma = 0{,}3$ мкм были взвешены в жидкости, плотность которой на $\Delta\rho = 0{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3 меньше плотности частиц. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро N_A.

Решение:

Запишем барометрическую формулу: $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$.

Число частиц в единице объема $n = \frac{p}{kT}$, откуда $p = nkT$. Подставляя последнее выражение в барометрическую формулу, получим $n_1 = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g h_1}{RT}\right)$; $n_2 = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g h_2}{RT}\right)$, отсюда, $\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(\frac{\mu g \Delta h}{RT}\right)$. Прологарифмировав данное выражение, с учетом $\mu = N_A m$, получим $\ln\frac{n_1}{n_2} = \frac{N_A m g \Delta h}{RT}$, откуда, с учетом закона Архимеда, получим $N_A = \frac{RT \cdot \ln(n_1/n_2)}{gV\Delta\rho\Delta h}$; $N_A = 6{,}1 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

5.113. Найти среднюю длину свободного пробега λ молекул углекислого газа при температуре $t = 100° C$ и давлении $p = 13{,}3$ Па. Диаметр молекул углекислого газа $\sigma = 0{,}32$ нм.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул газа $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$, где $\bar{z} = \sqrt{2}\sigma^2 v\pi n$ — среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени. Концентрация молекул $n = \dfrac{p}{kT}$, тогда $\bar{\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\sigma^2 n\pi} = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\sigma^2 p\pi}$;

$$\bar{\lambda} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{\sqrt{2} \cdot 0{,}32^2 \cdot 10^{-18} \cdot 13{,}3 \cdot 3{,}14} = 850 \text{ мкм}.$$

5.114. При помощи ионизационного манометра, установленного на искусственном спутнике Земли, было обнаружено, что на высоте $h = 300$ км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере $n = 10^{15}$ м$^{-3}$. Найти среднюю длину свободного пробега λ частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц газа $\sigma = 0{,}2$ нм.

Решение:

Длина свободного пробега молекул газа $\bar{\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\sigma^2 n\pi}$;

$\bar{\lambda} = 5{,}6$ км.

5.115. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха $\sigma = 0{,}3$ нм.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекулы $\bar{\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$. Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории имеем $p = nkT$, отсюда $n = p / kT$. Тогда $\bar{\lambda} = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$; $\bar{\lambda} = 94{,}2$ нм.

5.116. Найти среднее число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул углекислого газа при температуре $t = 100°$ С, если средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda} = 870$ мкм.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул $\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{z}$, где

$\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя арифметическая скорость молекул.

Тогда $z = \frac{\overline{v}}{\overline{\lambda}} = \frac{\sqrt{8RT/\pi\mu}}{\overline{\lambda}}$; $z = 4{,}87 \cdot 10^5$ с$^{-1}$.

5.117. Найти среднее число столкновений $\overline{z}$ в единицу времени молекул азота при давлении $p = 53{,}33$ кПа и температуре $t = 27°$ С.

Решение:

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории и формулы длины свободного пробега молекул имеем $\overline{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$ (см. задачу 5.115). С другой стороны, $\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{z}$.

Приравняем правые части этих уравнений: $\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p} = \frac{\overline{v}}{z}$,

где $\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$. Следовательно, $z = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cdot \frac{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}{kT}$;

$z = 2{,}43 \cdot 10^9$ с$^{-1}$.

5.118. В сосуде объемом $V = 0{,}5$ л находится кислород при нормальных условиях. Найти общее число столкновений Z между молекулами кислорода в этом объеме за единицу времени.

Решение:

Общее число столкновений $Z = \frac{\overline{z}n}{2}$ — (1), где среднее число столкновений каждой молекулы $\overline{z} = \sqrt{2}\sigma^2 n\overline{v}$ — (2).

Концентрация молекул $n=\dfrac{p}{RT}$ — (3), средняя арифметическая скорость $\bar{v}=\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}$ — (4). Подставляя уравнения (3) и (4) в (2), а затем полученное уравнение в (1), найдем:

$$Z=\frac{\sqrt{2}\sigma^2 p^2\sqrt{8RT}}{2k^2T^2\sqrt{\pi\mu}}=\frac{2\sigma^2 p^2\sqrt{RT}}{k^2T^2\sqrt{\pi\mu}};\ Z=3\cdot10^{31}.$$

5.119. Во сколько раз уменьшится число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул двухатомного газа, если объем газа адиабатически увеличить в 2 раза?

Решение:

Среднее число столкновений молекул в единицу времени $z=\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}\dfrac{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}{kT}$ (см. задачу 5.117). Т. к. в данной формуле все величины, кроме давления p и температуры T, являются постоянными, то $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{p_1}{p_2}\sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}}$. Из уравнения Пуассона для адиабатического процесса имеем $\dfrac{p_1}{p_2}=\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$ и $\dfrac{T_2}{T_1}=\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$, где $\gamma=\dfrac{c_p}{c_V}$ — показатель адиабаты. Поскольку теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме равны соответственно $c_p=\dfrac{i+2}{2}\dfrac{R}{\mu}$ и $c_V=\dfrac{i}{2}\dfrac{R}{\mu}$ и для двухатомного газа число степеней свободы $i=5$, то показатель адиабаты $\gamma=\dfrac{c_p}{c_V}=\dfrac{i+2}{2}\dfrac{R}{\mu}\dfrac{2}{i}\dfrac{\mu}{R}$; $\gamma=1{,}4$. Тогда $\dfrac{z_1}{z_2}=\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}\sqrt{\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$.

По условию задачи $\frac{V_2}{V_1} = 2$. Подставляя числовые значения, получим $\frac{z_1}{z_2} = 2,34$.

5.120. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул азота при давлении $p = 10$ кПа и температуре $t = 17°$ С.

Решение:

Имеем: $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ — (1). Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории $p = nkT$ найдем концентрацию $n = \frac{p}{kT}$ и подставим в (1): $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$; $\bar{\lambda} = 1$ мкм.

5.121. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ атомов гелия, если известно, что плотность гелия $\rho = 0,021$ кг/м^3.

Решение:

Среднюю длину свободного пробега молекул можно выразить как $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$ (см. задачу 5.120). Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu}RT$ выразим плотность $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$. Отсюда давление $p = \frac{\rho RT}{\mu}$. Тогда $\bar{\lambda} = \frac{kT\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 \rho RT} = \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 \rho N_A}$; $\bar{\lambda} = 1,78$ мкм.

5.122. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул водорода при давлении $p = 0,133$ Па и температуре $t = 50°$ С.

Решение:
Исходя из основного уравнения МКТ и формулы длины свободного пробега молекул, можно получить для $\bar{\lambda}$ следующее выражение (см. задачу 5.120): $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$; $\bar{\lambda} = 14{,}2$ см.

5.123. При некотором давлении и температуре $t = 0°$ С средняя длина свободного пробега молекул кислорода $\bar{\lambda} = 95$ нм. Найти среднее число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул кислорода, если при той же температуре давление кислорода уменьшить в 100 раз.

Решение:
Среднее число столкновений молекул в единицу времени $\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}_2}$, где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ и $\bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_1 \frac{p_1}{p_2}$. Т. к. $\frac{p_1}{p_2} = 100$, то $\bar{z} = \frac{\sqrt{8RT/\pi\mu}}{\bar{\lambda}_1 p_1 / p_2}$; $\bar{z} = 4{,}5 \cdot 10^7$ с$^{-1}$.

5.124. При некоторых условиях средняя длина свободного пробега молекул газа $\bar{\lambda} = 160$ нм; средняя арифметическая скорость его молекул $\bar{v} = 1{,}95$ км/с. Найти среднее число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул этого газа, если при той же температуре давление газа уменьшить в 1,27 раза.

Решение:
По определению, средняя длина свободного пробега молекул $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{z}$ — (1). С другой стороны (см. задачу 5.120), $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$ — (2). Т. к. по условию $T = const$, то из (2)

имеем $\frac{\overline{\lambda}_1}{\overline{\lambda}_2}=\frac{p_1}{p_2}$, отсюда $\overline{\lambda}_2=\frac{p_1}{p_2}\overline{\lambda}_1=1{,}27\overline{\lambda}_1$. Средняя арифметическая скорость молекул $\overline{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$, и т. к. $T=const$, то $\overline{v}_1=\overline{v}_2$. Тогда $z=\frac{\overline{v}_1}{\overline{\lambda}_2}=\frac{\overline{v}_2}{1{,}27\overline{\lambda}_1}$; $z=9{,}6\cdot10^9\ \text{с}^{-1}$.

5.125. В сосуде объем $V=100\ \text{см}^3$ находится масса $m=0{,}5\ \text{г}$ азота. Найти среднюю длину свободного пробега $\overline{\lambda}$ молекул азота.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.120) $\overline{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV=\frac{mRT}{\mu V}$, тогда $\overline{\lambda}=\frac{k\mu V}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 mR}$; $\overline{\lambda}=23{,}2\ \text{нм}$.

5.126. В сосуде находится углекислый газ, плотность которого $\rho=1{,}7\ \text{кг/м}^3$. Средняя длина свободного пробега его молекул $\overline{\lambda}=79\ \text{нм}$. Найти диаметр σ молекул углекислого газа.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.121) $\overline{\lambda}=\frac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2\rho N_A}$. Молярная масса углекислого газа $\mu=\mu_C+2\mu_0$; $\mu=44\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль}$. Из формулы для $\overline{\lambda}$: $\sigma=\sqrt{\frac{\mu}{\sqrt{2}\pi\rho N_A\overline{\lambda}}}$; $\sigma=0{,}35\ \text{нм}$.

5.127. Найти среднее время $\bar{\tau}$ между двумя последовате ными столкновениями молекул азота при давлении $p = 133$ Г температуре $t = 10°$ С.

Решение:

Имеем $\tau = \frac{\lambda}{v}$, где $v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя арифметичес скорость молекул, $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma^2 p\pi}$ — средняя дл свободного пробега молекул (см. задачу 5.113). Отск

$$\tau = \frac{kT \cdot \sqrt{\pi\mu}}{\sqrt{2}\sigma^2 p\pi\sqrt{8RT}} = \frac{k\sqrt{\mu T}}{4\sigma^2 p\sqrt{\pi R}}; \ \tau = 1{,}6 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

5.128. Сосуд с воздухом откачан до давле $p = 1{,}33 \cdot 10^{-4}$ Па. Найти плотность ρ воздуха в сосуде, чи молекул n в единице объема сосуда и среднюю дл свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул. Диаметр молекул возд $\sigma = 0{,}3$ нм. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/мо Температура воздуха $t = 17°$ С.

Решение:

Основное уравнение молекулярно-кинетической тео $p = nkT$. Отсюда концентрация $n = \frac{p}{kT}$; $n = 3{,}32 \cdot 10^{16}$ м

Средняя длина свободного пробега молекул $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2}$

$\bar{\lambda} = 75{,}33$ м. Из уравнения Менделеева — Клапейр $pV = \frac{m}{\mu}RT$ плотность $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$; $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-9}$ кг/м^3.

5.129. Какое предельное число n молекул газа должно на диться в единице объема сферического сосуда, чтобы молек не сталкивались друг с другом? Диаметр молекул г $\sigma = 0{,}3$ нм, диаметр сосуда $D = 15$ см.

Решение:

Чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, средняя длина свободного пробега должна быть не меньше диаметра данного сосуда. $\bar{\lambda} \ge D \ge \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$, отсюда $n \le \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 D} = 1{,}7 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$.

5.130. Какое давление p надо создать внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, если диаметр сосуда: а) $D = 1$ см; б) $D = 10$ см; в) $D = 100$ см? Диаметр молекул газа $\sigma = 0{,}3$ нм.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.120) $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, необходимо, чтобы $x \ge D$. Рассмотрим предельный случай, когда $D = \bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$, откуда давление $p = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 D}$. а) При $D = 1$ см; $p = 942$ МПа; б) при $D = 10$ см; $p = 94{,}2$ МПа; в) при $D = 100$ см; $p = 9{,}42$ МПа.

5.131. Расстояние между катодом и анодом в разрядной трубке $d = 15$ см. Какое давление p надо создать в разрядной трубке, чтобы электроны не сталкивались с молекулами воздуха на пути от катода к аноду? Температура воздуха $t = 27°$ C. Диаметр молекул воздуха $\sigma = 0{,}3$ нм. Средняя длина свободного пробега электрона в газе приблизительно в 5,7 раза больше средней длины свободного пробега молекул самого газа.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул воздуха $\overline{\lambda}_{воз} = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$ (см. задачу 5.120). Чтобы электроны не стакивались с молекулами воздуха, необходимо, чтобы средняя длина свободного пробега электронов была не меньше расстояния между катодом и анодом, т. е. $\overline{\lambda}_{эл} \ge d$. По условию $\overline{\lambda}_{эл} = 5{,}7\overline{\lambda}_{воз}$, отсюда $d \le \dfrac{5{,}7kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Тогда давление должно быть $p \le \dfrac{5{,}7kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 d}$; $p \le 394$ мПа.

5.132. В сферической колбе объемом $V = 1$ л находится азот. При какой плотности ρ азота средняя длина свободного пробега молекул азота больше размеров сосуда?

Решение:

Т. к. колба сферическая, то ее объем $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi \times$ $\times \left(\dfrac{D}{2}\right)^3 = \dfrac{\pi D^3}{6}$. Отсюда диаметр колбы $D = \sqrt[3]{\dfrac{6V}{\pi}}$. Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.121) $\overline{\lambda} = \dfrac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 \rho N_A}$. По условию $\overline{\lambda} > D$, следовательно, $\sqrt[3]{\dfrac{6V}{\pi}} < \dfrac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 \rho N_A}$. Значит, плотность должна быть $\rho < \dfrac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N_A \sqrt[3]{6V/\pi}}$; $\rho < 9{,}38 \cdot 10^{-7}$ кг/м^3.

5.133. Найти среднее число столкновений $\overline{z}$ в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега $\overline{\lambda} = 5$ мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\overline{v^2}} = 500$ м/с.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул $\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{z}$. Тогда среднее число столкновений в единицу времени $z = \frac{\overline{v}}{\overline{\lambda}}$. Поскольку средняя квадратичная скорость молекул $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{3}\sqrt{\frac{kT}{m}}$, то $\sqrt{\frac{kT}{m}} = \frac{\sqrt{\overline{v^2}}}{\sqrt{3}}$. Средняя арифметическая скорость молекул $\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}}\sqrt{\overline{v^2}}$. Тогда $z = \frac{\sqrt{8/3\pi}\sqrt{\overline{v^2}}}{\overline{\lambda}}$; $z = 9{,}21 \cdot 10^7$ сек$^{-1}$.

5.134. Найти коэффициент диффузии D водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега $\overline{\lambda} = 0{,}16$ мкм.

Решение:

По определению коэффициент диффузии $D = \frac{1}{3}\overline{v}\overline{\lambda}$, где $\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя арифметическая скорость молекул. Тогда коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях $D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$; $D = 9{,}06 \cdot 10^{-5}$ м^2/с.

5.135. Найти коэффициент диффузии D гелия при нормальных условиях.

Решение:

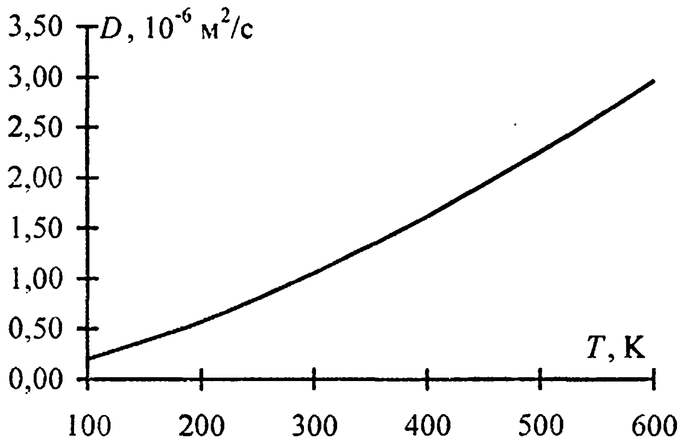
Коэффициент диффузии (см. задачу 5.134) $D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$.

Длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.120) $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Тогда коэффициент диффузии гелия

$$D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p};\ D = 8{,}25\cdot10^{-5}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

5.136. Построить график зависимости коэффициента диффузии D водорода от температуры T в интервале $100 \le T \le 600$ К через каждые 100 К при $p = const = 100$ кПа.

Решение:



Коэффициент диффузии определяется следующим соотношением $D = \frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}$; $D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Подставив числовые данные, получим $D = 2\cdot10^{-10}T^{\frac{3}{2}}$. Характер зависимости коэффициента диффузии D от температуры T дан на графике.