5.173. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема $V_1 = 1$ л до $V_2 = 2$ л. Найти работу A, совершенную газом при расширении, и количество теплоты Q, сообщенное газу.

Решение:
Работа, совершаемая при изотермическом изменении объема газа, $A = RT\frac{m}{\mu}ln\frac{V_2}{V_1}$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV_1 = \frac{m}{\mu}RT$, тогда работа $A = pV_1\, ln\frac{V_2}{V_1}$; $A = 70$ Дж. согласно первому закону термодинамики $Q = \Delta W + A$, но т. к. $T = const$, то изменение внутренней энергии $\Delta W = 0$, поэтому здесь $Q = A$; $Q = 70$ Дж.

5.174. При изобарическом расширении газа, занимавшего объем $V = 2$ м^3, давление его меняется от $p_1 = 0{,}5$ МПа до $p_2 = 0{,}4$ МПа. Найти работу A, совершенную при этом.

Решение:
Работа, совершаемая при изотермическом расширении газа, $A = \nu RT\, ln\frac{V_2}{V_1}$ (см. задачу 5.172). Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $p_1V_1 = \nu RT$; $p_2V_2 = \nu RT$, откуда $T = \frac{p_1V_1}{\nu R}$; $V_2 = \frac{\nu RT}{p_2}$. Тогда $A = \nu R\frac{p_1V_1}{\nu R}ln\frac{\nu Rp_1V_1}{V_1p_2\nu R}$; $A = p_1V_1\, ln\frac{p_1}{p_2}$; $A = 223$ кДж.

5.175. До какой температуры t_2 охладится воздух, находящийся при $t_1 = 0°$ С, если он расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 2V_1$?

ешение:

Воздух в первом приближении можно считать азотом, т.е. число степеней свободы $i = 5$. Показатель адиабаты $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$, где $c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu}$ и $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}$, тогда $\gamma = \frac{i+2}{2}$; $\gamma = 1{,}4$. Из уравнения Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$. Т. к. по условию $V_2 = 2V_1$, то $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{2V_1}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 2^{0.4}$. Отсюда $T = 206{,}89$ К.

5.176. Объем $V_1 = 7{,}5$ л кислорода адиабатически сжимается до объема $V_2 = 1$ л, причем в конце сжатия установилось давление $p_2 = 1{,}6$ МПа. Под каким давлением p_1 находится газ до сжатия?

Решение:

Согласно уравнению Пуассона $pV^\gamma = const$, где показатель адиабаты $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$, для кислорода $\gamma = 1{,}4$;

$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$, откуда $p_1 = p_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$; $p_1 = 95$ кПа.

5.177. При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания давление изменится от $p_1 = 0{,}1$ МПа до $p_1 = 3{,}5$ МПа. Начальная температура воздуха $t = 40°$ С. Найти температуру воздуха в конце сжати

Решение:

Показатель адиабаты для воздуха (см. задачу 5.175) $\gamma = 1{,}4$. Из уравнения Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, где $T_1 = 273$ К. Тогда $T_2 = \frac{T_1}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$; $T_2 = 862{,}86$ К.

5.178. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

Решение:

Показатель адиабаты (см. задачу 5.175) $\gamma = \frac{i+2}{i}$. Из уравнения Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$. По условию $\frac{T_1}{T_2} = 1{,}32$ и $\frac{V_2}{V_1} = 2$, тогда $2^{\gamma-1} = ln\,1{,}32$ или $\left(\frac{i+2}{i} - 1\right) \cdot ln\,2 = ln\,1{,}32$. Отсюда $\frac{i+2-i}{i} = \frac{2}{i} = \frac{ln\,1{,}32}{ln\,2} = 0{,}4$. Тогда $i = \frac{2}{0{,}4} = 5$.

5.179. Двухатомный газ, находящийся при давлении $p_1 = 2$ МПа и температуре $t_1 = 27°$ С, сжимается адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 0{,}5V_1$. Найти температуру t_2 и давление p_2 газа после сжатия.

Решение:

Показатель адиабаты для двухатомного газа $\gamma = 1{,}4$ (см. задачу 5.175). Из уравнения Пуассона $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$ или $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$. По условию $\frac{V_2}{V_1} = 0{,}5$, тогда $\frac{p_1}{p_2} = 0{,}5^{1,4}$, $p_2 = 5{,}28$ МПа; $T_1 / T_2 = 0{,}5^{1,4-1}$, $T_2 = 395{,}85\ \text{К} = 122{,}85°\ \text{C}$.

5.180. В сосуде под поршнем находится гремучий газ, занимающий при нормальных условиях объем $V_1 = 0{,}1$ л. При быстром сжатии газ воспламеняется. Найти температуру T воспламенения гремучего газа, если известно, что работа сжатия $A = 46{,}35$ Дж.

Решение:

Процесс быстрого сжатия гремучего газа в первом приближении можно считать адиабатическим. Гремучий газ представляет из себя смесь водорода и кислорода, а т. к. оба газа двухатомные, то показатель адиабаты (см. задачу 5.175) $\gamma = 1{,}4$. Работа, совершаемая над газом при адиабатическом сжатии, $A = \frac{p_1 V_1 (T_2 - T_1)}{(\gamma - 1) T_1}$. Отсюда $T_2 - T_1 = \frac{A T_1 (\gamma - 1)}{p_1 V_1}$ тогда температура воспламенения гремучего газа $T_2 = \frac{A T_1 (\gamma - 1)}{p_1 V_1} + T_1 = T_1 \left[\frac{A(\gamma - 1)}{p_1 V_1} + 1\right]$; $T_2 = 774{,}13$ К.

5.181. В сосуде под давлением находится газ при нормальных условиях. Расстояние между дном сосуда и дном поршня $h = 25$ см. Когда на поршень положили груз массой $m = 20$ кг, поршень опустится на $\Delta h = 13{,}4$ см. Считая сжатие адиабатическим, найти для данного газа отношение c_p / c_V. Площадь поперечного сечения поршня $S = 10\,\text{см}^2$. Массой поршня пренебречь.

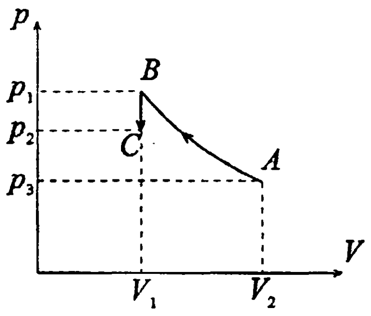
Решение:

Т. к. по условию сжатие адиабатическое, то $\frac{c_p}{c_V} = \gamma$ — показатель адиабаты. Из уравнения Пуассона $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$. Когда на поршень положили груз, давление стало равным $p_2 = p_1 + \frac{mg}{S}$. Начальный и конечный объемы соответственно равны $V_1 = Sh$ и $V_2 = S(h - \Delta h)$, тогда $\frac{V_2}{V_1} = \frac{h - \Delta h}{h}$. Следовательно, $\frac{p_1}{p_1 + mg / S} = \left(\frac{h - \Delta h}{h}\right)^{\gamma}$ или $\frac{p_1}{p_1 S + mg} = \left(\frac{h - \Delta h}{h}\right)^{\gamma}$. Чтобы выразить γ, прологарифмируем полученное выражение $ln\left(\frac{p_1 S}{p_1 S + mg}\right) = \gamma\, ln\left(\frac{h - \Delta h}{h}\right)$, откуда $\frac{c_p}{c_V} = \gamma = \frac{ln(p_1 S / (p_1 S + mg))}{ln((h - \Delta h) / h)} = \frac{ln(p_1 S) - ln(p_1 S + mg)}{ln(h - \Delta h) - ln\, h}$.

Подставив числовые значения, получим $\frac{c_p}{c_V} = 1{,}4$.

5.182. Двухатомный газ занимает объем $V_1 = 0{,}5$ л при давлении $p = 50$ кПа. Газ сжимается адиабатически до некоторого объема V_2 и давления p_2. Затем он охлаждается при $V_2 = const$ до первоначальной температуры, причем его давление становится равным $p_0 = 100$ кПа. Начертить график этого процесса. Найти объем V_2 и давление p_2.

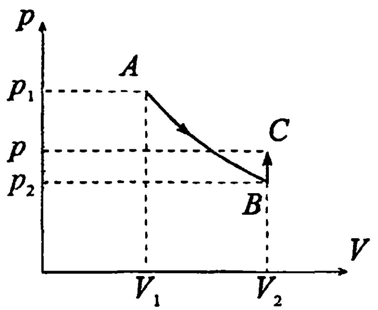
Решение:



Для двухатомного газа (см. задачу 5.175) $\gamma = 1{,}4$. Из уравнения Пуассона $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$ или $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$. Т. к. $V_2 = const$, то $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_0}{T_1}$, откуда $\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_0}{p_2}$. Тогда имеем $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$ — (1) и $\frac{p_0}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$ — (2). Разделим (1) на (2), тогда $\frac{p_1}{p_0} = \frac{(V_2/V_1)^{\gamma}}{(V_2/V_1)^{\gamma-1}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{[\gamma-(\gamma-1)]} = \frac{V_2}{V_1}$. Отсюда $V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_0} = 0{,}25$ л. Из (1) $p_2 = \frac{p_1}{(V_2/V_1)^{\gamma}} = 132$ кПа.

5.183. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от $p_1 = 200$ кПа до $p_2 = 100$ кПа. Затем он нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление становится равным $p = 122$ кПа. Найти отношение c_p / c_V для этого газа. Начертить график этого процесса.

Решение:



Из уравнения Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. Т. к. $V = const$, то $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p}{T_1}$ или $\frac{T_1}{T_2} = \frac{p}{p_2}$. Тогда

$\frac{p}{p_2}=\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. Прологарифмируем полученное выражение

$ln\left(\frac{p}{p_2}\right)=ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ или $ln\left(\frac{p}{p_2}\right)=\frac{\gamma-1}{\gamma}ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$. Отсюда

$\frac{\gamma-1}{\gamma}=\frac{ln(p/p_2)}{ln(p_1/p_2)}$ или $\frac{1}{\gamma}=1-\frac{ln(p/p_2)}{ln(p_1/p_2)}$. Окончательно

получим $\gamma=\frac{1}{1-(ln(p/p_2)/ln(p_1/p_2))}=1{,}4$.

5.184. Количество $\nu=1$ кмоль азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2=5V_1$. Найти изменение ΔW внутренней энергии газа и работу A, совершенную газом при расширении.

Решение:

Изменение внутренней энергии при адиабатическом процессе $\Delta W=-A$ или $\Delta W=\frac{i}{2}\nu R(T_2-T_1)$. Из уравнения Пуассона найдем $T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$. Для азота количество степеней свободы $i=5$. Тогда $\Delta W=\frac{5}{2}\nu RT_1\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-1\right)$;

$\Delta W=-2{,}69$ МДж; $A=2{,}69$ МДж.

5.185. Необходимо сжать воздух от объема $V_1=10$ л до $V_2=2$ л. Как выгоднее его сжимать (адиабатически или изотермически)?

Решение:

Работа, совершаемая при адиабатическом сжатии, $A_1 = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right)$, где $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$. Работа, совершаемая при изотермическом сжатии, $A_2 = RT\frac{m}{\mu} ln\frac{V_2}{V_1}$. Отсюда $\frac{A_1}{A_2} = \frac{1 - (V_1 / V_2)^{\gamma - 1}}{(\gamma - 1) ln(V_2 / V_1)}$; $\frac{A_1}{A_2} = 1{,}4$. Следовательно, выгоднее сжимать воздух изотермически.

5.186. При адиабатическом сжатии количества $\nu = 1$ кмоль двухатомного газа была совершена работа $A = 146$ кДж. На сколько увеличилась температура газа при сжатии?

Решение:

Для двухатомного газа (см. задачу 5.175) $\gamma = 1{,}4$. Работа над газом при адиабатическом сжатии $A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu} \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \nu \frac{T_1 - T_2}{T_1}$; $A = \frac{R\nu(T_1 - T_2)}{\gamma - 1} = \frac{R\nu\Delta T}{\gamma - 1}$. Отсюда $\Delta T = \frac{A(\gamma - 1)}{R\nu}$; $\Delta T \approx 7$ К.

5.187. Во сколько раз уменьшится средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа при адиабатическом увеличении объема газа в два раза?

Решение:

Для двухатомного газа (см. задачу 5.175) $\gamma = 1{,}4$. Средняя квадратичная скорость молекул $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$, тогда

$\dfrac{\sqrt{\overline{v_1^2}}}{\sqrt{\overline{v_2^2}}} = \dfrac{\sqrt{3RT_1/\mu}}{\sqrt{3RT_2/\mu}} = \sqrt{\dfrac{3RT_1}{\mu}\dfrac{\mu}{3RT_2}} = \sqrt{\dfrac{T_1}{T_2}}$. Из уравнения Пуассона $T_1/T_2 = (V_2/V_1)^{\gamma-1}$, отсюда $\dfrac{\sqrt{\overline{v_1^2}}}{\sqrt{\overline{v_2^2}}} = \sqrt{\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$; $\dfrac{\sqrt{\overline{v_1^2}}}{\sqrt{\overline{v_2^2}}} = 1{,}15$.

5.188. Масса $m = 10$ г кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема $V_2 = 1{,}4$ л. Найти давление p_2 и температуру t_2 кислорода после сжатия, если кислород сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу A сжатия в каждом из этих случаев.

Решение:

а) При изотермическом сжатии газа $T = const$, поэтому $T_2 = T_1 = 273$ К. Из уравнения Менделеева — Клапейрона $p_2V_2 = \dfrac{m}{\mu}RT_1$, давление $p_2 = \dfrac{mRT_1}{\mu V_2}$; $p_2 = 506{,}39$ кПа. Работа при изотермическом сжатии $A = RT\dfrac{m}{\mu}\ln\dfrac{V_2}{V_1}$. Из закона Бойля — Мариотта $p_1V_1 = p_2V_2$ имеем $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{p_1}{p_2}$, тогда $A = RT_1\dfrac{m}{\mu}\ln\dfrac{p_1}{p_2}$; $A = -1{,}14$ кДж. б) Поскольку кислород двухатомный газ, то $\gamma = 1{,}4$ (см. задачу 5.175). Из уравнения Пуассона $\dfrac{p_1}{p_2} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$ — (1) или $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$ — (2).

Разделим (1) на (2) $\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{[g-(\gamma-1)]} = \frac{V_2}{V_1}$ или $V_1 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 T_2}$. Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2$, тогда $V_1 = \frac{(m/\mu) R T_2 T_1}{p_1 T_2} = \frac{mRT_1}{\mu p_1}$. Подставим в (1) $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2 \mu p_1}{mRT_1}\right)^{\gamma}$, откуда $p_2 = \frac{p_1}{(V_2 \mu p_1 / (mRT_1))^{\gamma}}$; $p = 965$ кПа. Подставим в (2) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2 \mu p_1}{RT_1}\right)^{\gamma-1}$, откуда $T_2 = \frac{T_1}{(V_2 \mu p_1 / (mRT_1))^{\gamma-1}}$; $T_2 = 520$ К. Работа при адиабатическом сжатии $A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$; $A = -1{,}605$ кДж.

5.189. Масса $m = 28$ г азота, находящегося при температуре $t_1 = 40°$ С и давлении $p_1 = 100$ кПа, сжимается до объема $V_2 = 13$ л. Найти температуру t_2 и давление p_2 азота после сжатия, если азот сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу A сжатия в каждом из этих случаев.

Решение:

а) При изотермическом сжатии газа (см. задачу 5.188) температура $T_2 = T_1 = 313$ К $= 40°$ С, давление $p_2 = \frac{mRT_1}{\mu V_1}$; $p_2 = 200$ кПа, работа $A = RT_1 \frac{m}{\mu} ln \frac{p_1}{p_2}$; $A = -1{,}8$ кДж.

б) Давление $p_2 = \frac{p_1}{(V_2 \mu p_1 / (mRT_1))^{\gamma}}$; $p_2 = 264$ кПа. Температура $T_2 = \dfrac{T_2}{\left(V_2 \mu p_1 / (mRT_1)\right)^{\gamma-1}}$; $T_2 = 413$ К. Работа $A = \dfrac{RT_1}{\gamma - 1}\dfrac{m}{\mu}\left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right)$; $A = -2{,}08$ кДж.

5.190. Во сколько раз возрастает длина свободного пробега молекул двухатомного газа, если его давление падает в двое при расширении газа: а) изотермически; б) адиабатически?

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.120) $\lambda = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Тогда $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = \dfrac{T_2}{T_1}\dfrac{p_1}{p_2}$. а) При изотермическом расширении $T = const$, поэтому $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = \dfrac{p_1}{p_2} = 2$.

б) При адиабатическом расширении из уравнения Пуассона имеем $\dfrac{T_2}{T_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, тогда $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\dfrac{p_1}{p_2}$, где $\gamma = 1{,}4$; т. к. газ двухатомный (см. задачу 5.175). Следовательно, $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1{,}64$.

5.191. Два различных газа, из которых один одноатомный, а другой двухатомный, находятся при одинаковых температурах и занимают одинаковые объемы. Газы сжимаются адиабатически так, что объем их уменьшается вдвое. Какой из газов нагреется больше и во сколько раз?

Решение:

Показатель адиабаты (см. задачу 5.120) $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$. У одноатомного газа число степеней свободы $i_1 = 3$, поэтому

$\gamma_1 = \dfrac{5}{3} = 1{,}67$, а у двухатомного $\gamma = 1{,}4$. Из уравнения Пуассона имеем $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$, откуда $T_2 = \dfrac{T_1}{(V_2/V_1)^{\gamma-1}}$. По условию $\dfrac{V_2}{V_1} = 0{,}5$, следовательно, отношение температур $k = \dfrac{T_{2_1}}{T_{2_2}} = \dfrac{0{,}5^{\gamma_1-1}}{0{,}5^{\gamma_2-1}}$; $k = 0{,}5^{\gamma_1-\gamma_2} = 1{,}2$. Значит, больше нагреется одноатомный газ в 1,2 раза.

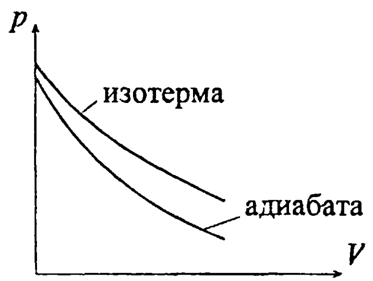
5.192. Масса $m = 1$ кг воздуха, находящегося при давлении $p_1 = 150$ кПа и температуре $t_1 = 30°$ C, расширяется адиабатически и давление при этом падает до $p_2 = 100$ кПа. Во сколько раз увеличился объем воздуха? Найти конечную температуру t_2 и работу A, совершенную газом при расширении.

Решение:

Воздух в первом приближении можно считать двухатомным газом, поэтому показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$. Из уравнения Пуассона $\dfrac{p_1}{p_2} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$, откуда $\dfrac{V_2}{V_1} = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$; $\dfrac{V_2}{V_1} = 1{,}34$. Кроме того, уравнение Пуассона может быть записано в виде: $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, откуда $T_2 = \dfrac{T_1}{(p_1/p_2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$; $T_2 = 720$ К. работа расширения газа при адиабатическом процессе $A = \dfrac{RT_1}{\gamma-1}\dfrac{m}{\mu}\left[1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$; $A = 24$ кДж.

5.193. Количество $\nu = 1$ кмоль кислорода находится при нормальных условиях, а затем объем его увеличивается до $V = 5V_0$. Построить график зависимости $p = f(V)$, приняв за единицу по оси абсцисс значение V_0, если кислород расширяется: а) изотермически; б) адиабатически. Значения давления p найти для объемов, равных: $V_0, 2V_0, 3V_0, 4V_0$ и $5V_0$.

Решение:



а) При изотермическом процессе по закону Бойля — Мариотта $p_0V_0 = pV$, откуда $p = \dfrac{p_0V_0}{V}$.

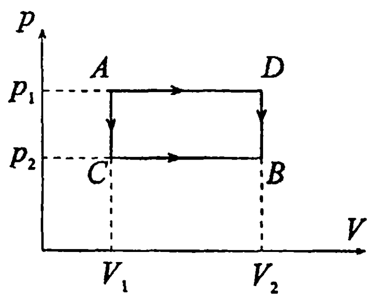
б) При адиабатическом процессе из уравнения Пуассона следует, что $\dfrac{p_0}{p} = \left(\dfrac{V}{V_0}\right)^\gamma$,

откуда $p = \dfrac{p_0}{(V/V_0)^\gamma}$.

V	V_0	$2V_0$	$3V_0$	$4V_0$	$5V_0$
p, кПа (изотерма)	101,300	38,386	21,759	14,545	10,643
p, кПа (адиабата)	101,300	50,650	33,767	25,325	20,260

5.194. Некоторая масса кислорода занимает объем $V_1 = 3$ л при температуре $t_1 = 27°$ С и давлении $p_1 = 820$ кПа. В другом состоянии газ имеет параметры $V_2 = 4{,}5$ л и $p_2 = 600$ кПа. Найти количество теплоты Q, полученное газом, работу A, совершенную газом при расширении, и изменение ΔW внутренней энергии газа при переходе газа из одного состояния в другое: а) по участку ACB; б) по участку ADB.

Решение:



а) По участку ACB: Участок AC — изохора, т. е. $A_1 = 0$, поскольку $\Delta V = 0$. Следовательно, $Q_1 = \Delta W_1 = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$. Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$ — (1) и $p_2V_1 = \frac{m}{\mu}RT_2$ — (2). Вычтем уравнение (2) из (1), тогда $(p_1 - p_2)V_1 = \frac{m}{\mu}R\Delta T$. Отсюда $Q_1 = \Delta W_1 = \frac{5}{2}(p_1 - p_2)V_1$; $Q_1 = 1{,}65$ кДж. Участок CB — изобара, следовательно, $A_2 = p_2(V_2 - V_1)$; $A_2 = 0{,}9$ кДж. Изменение внутренней энергии $\Delta W_2 = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$. Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $p_2V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$ — (3) и $p_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_2$ — (4). Вычтем (3) из (4), тогда $p_2(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R\Delta T$. Отсюда $\Delta W_2 = \frac{5}{2}p_2(V_2 - V_1)$; $\Delta W_2 = 2{,}25$ кДж. Таким образом, на всем участке ACB: работа $A = A_2 = 0{,}9$ кДж; изменение внутренней энергии $\Delta W = \Delta W_2 - \Delta W_1 = 0{,}6$ кДж. Согласно первому началу термодинамики количество тепла $Q = \Delta W + A = 1{,}5$ кДж. б) Аналогично на участке ADB: работа $A = A_1 = p_1(V_2 - V_1) = 1{,}23$ кДж; изменение внутренней энергии $\Delta W = \Delta W_1 - \Delta W_2 = \frac{5}{2}p_1(V_2 - V_1) - \frac{5}{2}(p_1 - p_2)\times$ $\times V_2 = 0{,}6$ кДж; количество тепла $Q = \Delta W + A = 1{,}83$ кДж.

5.195. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2{,}512$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Найти работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

Решение:

Работа, совершаемая тепловой машиной, определяется выражением $A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1$, где Q_1 — количество теплоты, полученное машиной от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отдаваемое холодильнику, η — к. п. д. машины. $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 0{,}25$. Отсюда $A = 630$ Дж; $Q_2 = Q_1 - A = 1{,}88$ кДж.

5.196. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 2{,}94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты $Q_2 = 13{,}4$ кДж. Найти к.п.д. η цикла.

Решение:

К.п.д. цикла Карно $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$ — (1), где Q_1 — количество тепла, подведенного к рабочему телу. Т. к. по условию машина является идеальной, то $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ — (2). Сравнивая выражения (1) и (2), получим $A = Q_1 - Q_2$, откуда $Q_1 = A + Q_2$. Тогда $\eta = \dfrac{A}{A + Q_2}$; $\eta = 18\%$.

5.197. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 73{,}5$ кДж. Температура нагревателя $t_1 = 100° C$, температура холодильника $t_2 = 0° C$. Найти к. п. д. η цикла, количество теплоты Q_1, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отдаваемое за один цикл холодильнику

Решение:

К. п. д. идеального цикла Карно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$; $\eta = 26{,}8\,\%$. С другой стороны, $\eta = \frac{A}{Q_1}$, откуда $Q_1 = \frac{A}{\eta}$; $Q_1 = 274$ кДж. Т. к. машина идеальная, то количество тепла, отданное холодильнику $Q_2 = Q_1 - A$; $Q_2 = 200$ кДж.

5.198. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% количества теплоты, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Машина получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 6{,}28$ кДж. Найти к. п. д. η цикла и работу A, совершаемую за один цикл.

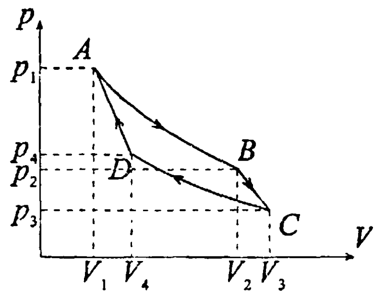
Решение:

Поскольку $\frac{Q_2}{Q_1} = 0{,}8$, то $Q_2 = 0{,}8 Q_1 = 5{,}024$ кДж. По условию, машина идеальная, значит, $A = Q_2 - Q_1$; $A = 1{,}256$ кДж и $\eta = \frac{A}{Q_1}$; $\eta = 20\,\%$.

5.199. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Воздух при давлении $p_1 = 708$ кПа и температуре $t_1 = 127° C$ занимает объем $V_1 = 2$ л. После изотермического расширения воздух занял объем $V_2 = 5$ л; после адиабатического расширения объем стал равным $V_3 = 8$ л. Найти: а) координаты пересечения изотерм и адиабат; б) работу A, совершаемую на каждом участке цикла; в) полную работу A, совершаемую за весь цикл; г) к. п. д. η цикла; д) количество теплоты Q_1, полученное от нагревателя за один цикл; е) количество теплоты Q_2, отданное холодильнику за один цикл.

Решение:

а) Запишем уравнение изотермы AB: $pV = \frac{m}{\mu}RT_1$ — (1). Поскольку точка A принадлежит AB, то $p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$, откуда $\frac{m}{\mu} = \nu = \frac{p_1V_1}{RT_1}$; $\nu = 0{,}427$ моль



Тогда (1) можно записать в виде $pV = 0{,}427RT_1 = 1{,}42$ кДж. По закону Бойля — Мариотта для точки B $p_2 = \frac{pV}{V_2} = 284$ кПа. Точки B и C принадлежат адиабате BC, следовательно, $p_2V_2^{\gamma} = p_3V_3^{\gamma}$, откуда $p_3 = p_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma} = 146$ кПа. Уравнение изотермы CD имеет вид $pV = \nu RT_2 = p_3V_3$, отсюда $T_2 = \frac{p_3V_3}{\nu R}$; $T_2 = 330$ К. Координаты точек D и A удовлетворяют уравнению адиабаты DA, следовательно, $\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}$, откуда $V_4 = 3{,}2$ л. Кроме того, $\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{p_1}{p_4}$, откуда $p_4 = p_1\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma} = 365$ кПа. Таким образом, координаты искомых точек: $A(2;708)$, $B(5;284)$, $C(8;146)$, $D(3{,}2;365)$, здесь объем измеряется в литрах, давление — в килопаскалях.

б) Работа на участке AB (изотерма): $A_1 = RT_1 \frac{m}{\mu} ln \frac{V_2}{V_1} = 1300$ Дж. Работа на участке BC (адиабата): $A_2 = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 620$ Дж. Работа на участке CD (изотерма): $A_3 = RT_2 \frac{m}{\mu} ln \frac{V_4}{V_3} = -1070$ Дж. Работа на участке DA (адиабата): $A_4 = \frac{RT_2}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = -620$ Дж.

в) Работа за полный цикл $A = A_1 + A_2 + A_2 + A_4 = 230$ Дж.

г) К. п. д. цикла $\eta = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} = 0,175$.

д) Количество теплоты, полученное от нагревателя за один цикл, $Q = \frac{A}{\eta} = 1300$ Дж.

е) Количество теплоты, отданное холодильнику за один цикл $Q_2 = Q_1 - A = 1070$ Дж.

5.200. Количество $\nu = 1$ кмоль идеального газа совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от $V_1 = 25\ м^3$ до $V_2 = 50\ м^3$ и давление изменяется от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 200$ кПа. Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем увеличился в 2 раза?

Решение:

Работа, совершаемая при цикле из двух изобар и двух изохор, $A_1 = p_1(V_2 - V_1) - p_2(V_2 - V_1) = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1)$; $A_1 = -2500$ кДж. Работа, совершаемая по циклу Карно,

$A_2 = A_{1из} + A_{1ад} + A_{2из} + A_{2ад}$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$ имеем $T = \dfrac{pV}{\nu R}$. Тогда температура при изотермическом расширении и сжатии соответственно $T_1 = \dfrac{p_1V_1}{\nu R}$ и $T_2 = \dfrac{p_2V_2}{\nu R}$. Значит, работа при изотермическом расширении и сжатии $A_{1из} = RT_1\nu\, ln 2 = p_1V_1\, ln 2$; $A_{2из} = RT_2\nu\, ln 0{,}5 = p_2V_2\, ln 0{,}5$. Идеальный газ является одноатомным, поэтому показатель адиабаты $\gamma = 1{,}67$ (см. задачу 5.191). Тогда работа при адиабатическом расширении и сжатии $A_{1ад} = \dfrac{RT_1}{\gamma - 1}\nu\left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right) = \dfrac{p_1V_1}{\gamma - 1} \times$ $\times\left(1 - \dfrac{p_2V_2}{p_1V_1}\right)$ и $A_{2ад} = \dfrac{RT_2}{\gamma - 1}\nu\left(1 - \dfrac{T_1}{T_2}\right) = \dfrac{p_2V_2}{\gamma - 1}\left(1 - \dfrac{p_1V_1}{p_2V_2}\right)$, отсюда $A_2 = p_2V_2\left[ln 0{,}5 + \left(1 - \dfrac{p_1V_1}{p_2V_2}\right)\right] + p_1V_1\left[ln 2 + \left(1 - \dfrac{p_2V_2}{p_1V_1}\right)\right]$. Подставляя числовые данные, получим: $A_2 = -5198$ кДж, тогда $\dfrac{A_2}{A_1} = 2{,}1$.

5.201. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 37$ кДж. При этом она берет тепло от тела с температурой $t_2 = -10°$ С и передает тепло телу с температурой $t_1 = 17°$ С. Найти к. п. д. η цикла, количество теплоты Q_2, отнятое у холодного тела за один цикл, и количество теплоты Q_1, переданное более горячему телу за один цикл.

Решение:

Поскольку холодильная машина работает по обратному циклу, то для перехода тепла от менее нагретого тела к более нагретому необходимо, чтобы внешние силы совершили положительную работу. Количество теплоты Q_2, отнятое у холодного тела, вместе с работой внешних сил A равно количеству теплоты Q_1, переданному более нагретому телу, $Q_2 = Q_1 - A = \frac{A}{\eta} = \frac{1-\eta}{\eta} A$. Поскольку $\eta = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} = 0{,}093$, то $Q_2 = 360$; $Q_1 = Q_2 + A = 379$ кДж. Таким образом холодильная машина за каждый цикл передает более горячему телу количество теплоты 397кДж, из которых 37кДж за счет механической работы, а 360кДж от холодного тела.

5.202. Идеальная холодильная машина работает как тепловой насос по обратному циклу Карно. При этом она берет тепло от воды с температурой $t_2 = 2°$ C и передает его воздуху с температурой $t_1 = 27°$ C. Найти: а) коэффициент η_1 — отношение количества теплоты, переданного воздуху за некоторый промежуток времени, к количеству теплоты, отнятому за это же время от воды; б) коэффициент η_2 — отношение количества теплоты, отнятого за некоторый промежуток времени от воды, к затраченной на работу машины энергии за этот же промежуток времени (коэффициент η_2 называется холодильным коэффициентом машины); в) коэффициент — η_3 отношение затраченной на работу машины энергии за некоторый промежуток времени к количеству теплоты, переданному за это же время воздуху (коэффициент η_3 — к. п. д. цикла). Найти соотношение между коэффициентами η_1, η_2 и η_3.

Решение:

Согласно условию задачи $\eta_1 = \frac{Q_1}{Q_2}$ — (1); $\eta_2 = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$ — (2); $\eta_3 = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ — (3). Кроме того, к. п. д. цикла $\eta_3 = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 0{,}083$. Из (3) имеем $Q_2 = \dfrac{Q_1}{(1-\eta_3)}$. Тогда из (1) $\eta_1 = \dfrac{1}{1-\eta_3} = 1{,}09$. Из (2) имеем $\dfrac{1}{\eta_2} = \eta_1 - 1 = \dfrac{1}{1-\eta_3} - 1$, откуда $\eta_2 = \dfrac{1-\eta_3}{\eta_3} = 11$.

5.203. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $t_2 = 0°$ C кипятильнику с водой при температуре $t_1 = 100°$ C. Какую массу m_2 воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар массу $m_1 = 1$ кг воды в кипятильнике?

Решение:

К. п. д. идеальной холодильной машины $\eta = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2} = 2{,}73$.

Количество тепла, отдаваемое холодильнику $Q_2 = \lambda m_2$, где $\lambda = 335$ кДж/кг — удельная теплота плавления льда. Количество тепла, принимаемое кипятильником $Q_1 = rm_1$, где $r = 2{,}26$ МДж/кг — удельная теплота парообразования воды. С другой стороны, $\eta = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$, откуда $\eta = (Q_1 - Q_2) = Q_2$ или $\eta Q_1 - \eta Q_2 = Q_2$. Отсюда $Q_1 = \dfrac{Q_2(1+\eta)}{\eta}$ или $rm_1 = \dfrac{\lambda m_2(1+\eta)}{\eta}$. Окончательно $m_2 = \dfrac{rm_1\eta}{\lambda(1+\eta)}$; $m_2 = 4{,}94$ кг.

5.204. Помещение отапливается холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно. Во сколько раз количество теплоты Q, получаемое помещением от сгорания дров в печке, меньше количества теплоты Q', переданного помещению холодильной машиной, которая приводится в действие тепловой машиной, потребляющей ту же массу дров? Тепловой двигатель работает между температурами $t_1 = 100°$ С и $t_2 = 0°$ С. Помещение требуется поддерживать при температуре $t_1' = 16°$ С. Температура окружающего воздуха $t_2' = -10°$ С.

Решение:

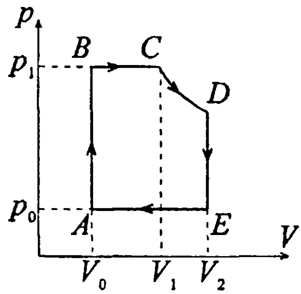
Пусть к. п. д. тепловой машины $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, а к. п. д. холодильной машины $\eta' = \frac{T_1' - T_2'}{T_1'}$. Тогда за счет количества тепла Q совершается работа $A = \eta Q$, а помещению передается количество теплоты $Q' = \frac{A}{\eta'}$. Отсюда $\frac{Q'}{Q} = \frac{\eta A}{\eta' A} = \frac{(T_1 - T_2)T_1'}{(T_1' - T_2')T_1} \frac{Q'}{Q} = 3$. Т. е. от сгорания дров в печке помещение получит в три раза меньше тепла, чем при отоплении его холодильной машиной.

5.205. Рабочий цикл идеальной паровой машины изображен на рисунке. В начале доступа пара из котла в цилиндр давление в нем возрастает при $V_0 = const$ от p_0 до p_1 (ветвь AB). При дальнейшем поступлении пара до объема V_1 поршень движется слева направо при $p_1 = const$ (ветвь BC). При дальнейшем движении поршня вправо доступ пара из котла в цилиндр прекращается, происходит адиабатическое расширение пара до объема V_2 (ветвь CD). При крайнем правом положении поршня пар из цилиндра выходит в холодильник — давление падает при $V_2 = const$ до давления p_0 (ветвь DE). При обратном движении поршень выталкивает оставшийся пар при $p_0 = const$; объем при этом уменьшается от V_2 до V_0 (ветвь EA). Найти работу A этой машины, совершаемую за каждый цикл, если $V_0 = 0{,}5$ л,

$V_1 = 1{,}5$ л, $V_2 = 3$ л, $p_0 = 0{,}1$ МПа, $p_1 = 1{,}2$ МПа и показатель адиабаты $\gamma = c_p / c_V = 1{,}33$.

Решение:

Из рисунка видно, что работа за один цикл равна $A = A_{BC} + A_{CD} - A_{EA}$ или



$$A = p_1(V_1 - V_0) + \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right] -$$

$-p_0(V_2 - V_0)$, подставляя числовые данные, получим $A = 1{,}92$ кДж.

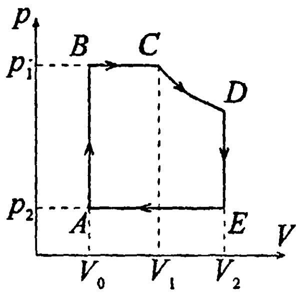
5.206. Паровая машина мощностью $P = 14{,}7$ кВт потребляет за время $t = 1$ ч работы массу $m = 8{,}1$ кг угля с удельной теплотой сгорания $q = 33$ МДж/кг. Температура котла $t_1 = 200°$ С, температура холодильника $t_2 = 58°$ С. Найти фактический к. п. д. η машины и сравнить его с к. п. д. η' идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.

Решение:

Работа, совершаемая паровой машиной, $A = Pt$. Теплота, выделяемая при сгорании угля, $Q = qm$. Фактический к. п. д. машины $\eta = \dfrac{A}{Q} = \dfrac{Pt}{qm}$; $\eta = 19{,}8$ %. К. п. д. идеальной тепловой $\eta' = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 30$ %.

5.207. Паровая машина мощностью $P = 14{,}7$ кВт имеет площадь поршня $S = 0{,}02$ м^2; ход поршня $h = 45$ см. Изобарический процесс BC (рис.) происходит при движении поршня на одну треть его хода. Объемом V_0, по сравнению с объемами

V_1 и V_2, пренебречь. Давление пара в котле $p_1 = 1{,}6$ МПа, давление пара в холодильнике $p_2 = 0{,}1$ МПа. Сколько циклов за время $t = 1$ мин делает машина, если показатель адиабаты $\gamma = 1{,}3$?

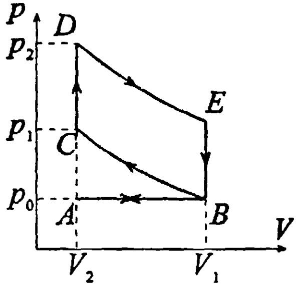


Решение:
На изохорных участках работа $A_{AB} = A_{DE} = 0$, т. к. $\Delta V = 0$. На изобарном участке $A_{BC} = \frac{1}{3} p_1 Sh$, т. к. по условию поршень проходит $\frac{1}{3}$ хода. На адиабатном участке (см. задачу 5.200) $A_{CD} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$, где $V_1 = \frac{2}{3} Sh$. Из уравнения Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ или $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, тогда $A_{CD} = \frac{2}{3} p_1 Sh \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$. На изобарном участке $A_{EA} = p_2 Sh$, тогда полная работа одного цикла $A_1 = A_{BC} + A_{CD} - A_{EA} = \frac{1}{3} p_1 Sh + \frac{2}{3} p_1 Sh \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] - p_2 Sh$; $A_1 = 8{,}43$ кДж. Работа, совершаемая за время t: $A_t = Pt = 882$ кДж, число циклов $n = \frac{A_t}{A_1} = 104{,}6$.

5.208. Цикл карбюраторного и газового четырехтактного двигателя внутреннего сгорания изображен на рисунке. При первом ходе поршня в цилиндр всасывается горючее (в карбюраторных двигателях горючая смесь представляет собой смесь паров бензина с воздухом, приготовляемую в карбюраторах, в газовых двигателях рабочая смесь «газ — воздух» поступает из газогенераторной установки), при этом $p_0 = const$ и объем увеличивается от V_2 до V_1 (ветвь AB). При втором ходе поршня горючее адиабатически сжимается от V_1 до V_2, при этом температура повышается от T_0 до T_1 и давление — от p_0 до p_1 (ветвь BC). Далее происходит зажигание (взрыв) горючего от искры; при этом давление возрастает от p_1 до p_2 при $V_2 = const$ и температура возрастает от T_1 до T_2 (ветвь CD). Третий ход поршня — адиабатическое расширение горючего от V_2 до V_1, температура падает до T_3 (ветвь DE — рабочий ход). При крайнем положении поршня (точка E) открывается выпускной клапан, давление падает при $V_1 = const$ до p_0 (ветвь EB). Четвертый ход поршня — изобарическое сжатие (ветвь BA — выталкивание отработанного газа). Найти к. п. д. η цикла, если степень сжатия $V_1/V_2 = 5$ и показатель адиабаты $\gamma = 1{,}33$.

Решение:

К. п. д. цикла $\eta = \dfrac{A}{Q}$, где A — полная работа за весь цикл и Q — количество теплоты, выделяющееся при сгорании горючего. Т. к. $A_{AB} = -A_{BA}$ и $A_{CD} = A_{EB} = 0$, то $A = A_{BC} - A_{DE} =$ $= \dfrac{m}{\mu}\dfrac{R(T_0 - T_3)}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$ — (1). Но



величина $\dfrac{R}{(\gamma-1)}=C_V$ и $\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\dfrac{T_1}{T_0}=\dfrac{T_2}{T_3}$; поэтому (1) можно записать как $A=\dfrac{m}{\mu}C_V(T_0-T_3)\left(1-\dfrac{T_2}{T_3}\right)$. Т. к.

$Q=\dfrac{m}{\mu}C_V(T_2-T_1)$, то $\eta=\dfrac{A}{Q}=\dfrac{(T_0-T_3)\left(1-\dfrac{T_2}{T_3}\right)}{T_2-T_1}=\dfrac{T_2-T_3}{T_2}$;

$$\eta=1-\frac{T_3}{T_2}=1-\frac{1}{\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}=0{,}412=41{,}2\%.$$

5.209. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически до $V_2=V_1/6$. Начальное давление $p_1=90$ кПа, начальная температура $t_1=127°$ С. Найти давление p_2 и температуру t_2 газа в цилиндрах после сжатия. Показатель политропы $n=1{,}3$.

Решение:

Уравнение политропического процесса $p_1V_1^n=p_2V_2^n$. По условию $V_2=\dfrac{V_1}{6}$, следовательно, $p_1V_1^n=p_2\left(\dfrac{V_1}{6}\right)^n$, откуда $p_2=p_1\cdot 6^n=934$ кПа. Из уравнения политропического процесса $T_1V_1^{n-1}=T_2V_2^{n-1}$ или $T_1V_1^{n-1}=T_2\left(\dfrac{V_1}{6}\right)^{n-1}$, откуда $T_2=T_1\cdot 6^{n-1}=684{,}7$ К.

5.210. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически так, что после сжатия температура газа становится равной $t_2=427°$ С. Начальная температура $t_1 = 140°$ С газа. Степень сжатия $V_2 / V_1 = 5 8$. Найти показатель политропы n.

Решение:
Из уравнения политропического процесса (см. задачу 5.209): $T_2 = T_1 \cdot 5{,}8^{n-1}$ или $\frac{T_2}{T_1} = 5{,}8^{n-1}$. Прологарифмируем полученное выражение: $ln\frac{T_2}{T_1} = ln\, 5{,}8^{n-1}$ или $ln\frac{T_2}{T_1} = (n-1)\times$ $\times ln\, 5{,}8$, откуда $n = \frac{ln(T_2 / T_1)}{ln\, 5{,}8} + 1$; $n = 1{,}3$.

5.211. Диаметр цилиндра карбюраторного двигателя внутреннего сгорания $D = 10$ см, ход поршня $h = 11$ см. Какой объем V должна иметь камера сжатия, если известно, что начальное давление газа $p_1 = 0{,}1$ МПа, начальная температура газа $t_1 = 127°$ С и давление в камере после сжатия $p_2 = 1$ МПа? Какова будет температура t_2 газа в камере после сжатия? Найти работу A, совершенную при сжатии. Показатель политропы $n = 1{,}3$.

Решение:
Изменение объема в результате сжатия $V_1 - V_2 = Sh$ — (1), где S — площадь сечения цилиндра. Согласно уравнению Пуассона $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$ — (2). Площадь сечения цилиндра $S = \pi \cdot D^2 / 4 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ м^2. Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем $V_2 = \frac{Sh}{\sqrt[\gamma]{\frac{p_2}{p_1}} - 1}$; $V_2 = 176 \cdot 10^{-6}$ м^3. Уравнение Пуассона также можно записать в виде $\frac{T_1}{T_2} = (p_1 / p_2)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$,

откуда $T_2 = 680$ К. Работа при сжатии $A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где $V_1 = Sh + V_2 = 1{,}04 \cdot 10^{-3}$ м^3; $A = 243$ Дж.

5.212. Найти к. п. д. η карбюраторного двигателя внутреннего сгорания, если показатель политропы $n = 1{,}33$ и степень сжатия: а) $\frac{V_1}{V_2} = 4$; б) $\frac{V_1}{V_2} = 6$; в) $\frac{V_1}{V_2} = 8$.

Решение:

К. п. д карбюраторного двигателя внутреннего сгорания $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$. Из уравнения политропического процесса $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_2}\right)^{n-1}$, следовательно, $T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$. Тогда к. п. д.

$$\eta = \frac{T_1 (V_1 / V_2)^{n-1} - T_1}{T_1 (V_1 / V_2)^{n-1}} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}.$$

а) Степень сжатия $\frac{V_1}{V_2} = 4$, тогда $\eta = 36{,}7$ %;

б) Степень сжатия $\frac{V_1}{V_2} = 6$, тогда $\eta = 44{,}6$ %;

в) Степень сжатия $\frac{V_1}{V_2} = 8$, тогда $\eta = 49{,}6$ %.

5.213. Карбюраторный двигатель мощностью $P = 735.5$ Вт потребляет за время $t = 1$ ч минимальную массу $m = 265$ г бензина. Найти потери бензина на трение, теплопроводность и пр. Степень сжатия $V_1 / V_2 = 6{,}2$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 46$ МДж. Показатель политропы $n = 1{,}2$.

Решение:

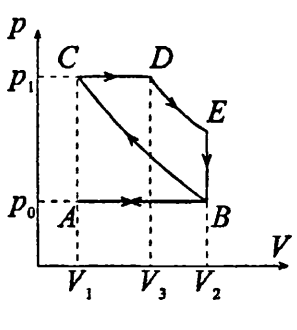
Фактический к. п. д. двигателя $\eta = \frac{Pt}{mq}$; $\eta = 0{,}22 = 22\%$.

Теоретический к. п. д. $\eta' = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}$; $\eta' = 0{,}3 = 30\%$.

Тогда потери бензина составляют 8%.

5.214. Цикл четырехтактного двигателя Дизеля изображен на рисунке. Ветвь AB — в цилиндры засасывается воздух ($p_0 = 0{,}1$ МПа). Ветвь BC — воздух адиабатически сжимается до давления p_1. В конце такта сжатия в цилиндры впрыскивается топливо, которое воспламеняется в горячем воздухе и сгорает, при этом поршень движется вправо, сначала изобарически (ветвь CD), а затем адиабатически (ветвь DE). В конце адиабатического расширения открывается выпускной клапан, давление падает до p_0 (ветвь EB). При движении поршня влево смесь удаляется из цилиндров (ветвь BA). Найти к.п.д. η двигателя Дизеля.

Решение:



Полная работа цикла $A = Q_1 - Q_2$ — (1), где Q_1 — количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива (участок CD), Q_2 — количество теплоты, отданное наружу (участок EB). Участок CD — изобара, следовательно, $Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$ — (2), где T_1 и T_2 — температура в начале и в конце расширения.

Участок EB — изохора, следовательно, $Q_1 = \frac{m}{\mu} C_V (T_3 - T_0)$

— (3), где T_3 и T_0 — температура в начале и в конце процесса. Подставляя (2) и (3) в формулу (1), имеем $A = \frac{m}{\mu} C_V [\gamma(T_2 - T_1) - (T_3 - T_0)]$ — (4), откуда $\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}$ — (5). Кроме того, температуры T_0, T_1 и T_3 можно выразить через T_2. Для изобары CD имеем $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = \beta$ — степень изобарического расширения, и, следовательно, $T_1 = T_2 / \beta$. Для адиабаты DE имеем $\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \delta^{\gamma-1}$, где δ — степень адиабатического расширения; следовательно, $T_3 = \frac{T_2}{\delta^{\gamma-1}}$. Для адиабаты BC имеем $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma-1}$, где ε — степень адиабатического сжатия; следовательно, $T_0 = \frac{T_1}{\delta^{\gamma-1}} = \frac{T_2}{\beta\varepsilon^{\gamma-1}}$. Подставляя полученные значения T_0, T_1 и T_3 в (5) и учитывая, что $\beta = \frac{\varepsilon}{\delta}$, получим $\eta = 1 - \frac{\beta^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1}(\beta - 1)}$.

5.215. Двигатель внутреннего сгорания Дизеля имеет степень адиабатического сжатия $\varepsilon = 16$ и степень адиабатического расширения $\delta = 6{,}4$. Какую минимальную массу m нефти потребляет двигатель мощностью $P = 36{,}8$ кВт за время $t = 1$ ч? Показатель адиабаты $\gamma = 1{,}3$. Удельная теплота сгорания нефти $q = 46$ МДж/кг.

Решение:

К. п. д. двигателя $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Pt}{mq}$ — (1), откуда $m = \frac{Pt}{\eta q}$. С другой стороны, $\eta = 1 - \frac{\beta\gamma - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\beta - 1)}$ — (2) (см. задачу 2.214). В условиях данной задачи $\beta = \frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{16}{6{,}4} = 2{,}5$; $\gamma = 1{,}3$; $\beta\gamma = 3{,}29$; $\beta^{\gamma} - 1 = 2{,}29$; $\varepsilon^{\gamma-1} = 2{,}30$; $\beta - 1 = 1{,}5$. Подставляя эти данные в (2), получим $\eta = 0{,}49 = 49\%$. Тогда $m = 5{,}9$ кг.

5.216. Найти изменение ΔS энтропии при превращении массы $m = 10$ г льда ($t = -20°$ С) в пар ($t_п = 100°$ С).

Решение:

Изменение энтропии при переходе вещества из состояния 1 в состояние 2 $\Delta S = \int\limits_1^2 \frac{dQ}{T}$, где, согласно первому началу термодинамики, $dQ = dU + dA = \frac{m}{\mu} C_V dT + pdV$. Т. к. из уравнения Менделеева — Клапейрона давление $p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$, то $dQ = \frac{m}{\mu} C_V dT + \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V} dV$. При переходе из одного агрегатного состояния в другое, общее изменение энтропии складывается из изменений ее в отдельных процессах. При нагревании льда от T до T_0 (T_0 — температура плавления) $\Delta S_1 = \int\limits_T^{T_0} \frac{mc_л dT}{T} = mc_л \ln\frac{T_0}{T}$, где $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг·К) — удельная теплоемкость льда. При плавлении льда

$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{dQ}{T_0} = \frac{m\lambda}{T_0}$, где $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг — удельная теплота плавления. При нагревании воды от T_0 до $T_п$ $\Delta S_3 = \int_{T_0}^{T_п} \frac{mc_в dT}{T} = mc_в \ln\frac{T_п}{T_0}$, где $c_в = 4{,}19$ кДж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды. При испарении воды при температуре $T_п$ $\Delta S_4 = \int_1^2 \frac{dQ}{T_п} = \frac{mr}{T_п}$, где $r = 2{,}26$ МДж/кг — удельная теплота парообразования. Общее изменение энтропии $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4$; $\Delta S = mc_л \ln\frac{T_0}{T} + \frac{m\lambda}{T_0} + {}$ $+ mc_в \ln\frac{T_п}{T_0} + \frac{mr}{T_п}$; $\Delta S = 88$ Дж/К.

5.217. Найти изменение ΔS энтропии при превращении массы $m = 1$ г воды ($t = 0°$ С) в пар ($t_п = 100°$ С).

Решение:

Общее изменение энтропии ΔS складывается из изменения энтропии ΔS_1 при нагревании массы m воды от температуры T до температуры $T_п$ и изменения энтропии ΔS_2 при испарении массы m воды. $\Delta S_1 = mc \ln\frac{T_п}{T}$, где $c = 4{,}19$ кДж/кг·К — удельная теплоемкость воды. $\Delta S_2 = \frac{mr}{T_п}$, где $r = 2{,}26$ МДж/кг — удельная теплота парообразования. Тогда $\Delta S = m\left(c \ln\frac{T_п}{T} + \frac{r}{T_п}\right)$; $\Delta S = 7{,}4$ Дж/К.