

5.218. Найти изменение ΔS энтропии при плавлении массы $m = 1$ кг льда ($t = 0^\circ \text{C}$).

Решение:

При плавлении массы m льда при температуре T имеем $\Delta S = \frac{m\lambda}{T}$, где $\lambda = 0.33$ МДж/кг — удельная теплота плавления. $\Delta S = 1209$ Дж/кг.

5.219. Массу $m = 640$ г расплавленного свинца при температуре плавления $t_{\text{пл}}$ вылили на лед ($t = 0^\circ \text{C}$). Найти изменение ΔS энтропии при этом процессе.

Решение:

Предположим, что система «свинец — лед» замкнута, т.е. потеря тепла во внешнюю среду не происходит и весь образовавшийся пар сконденсировался и остался внутри системы в виде воды. Тогда изменение энтропии системы ΔS будет складываться из изменения энтропии свинца ΔS_1 при затвердевании, изменения энтропии свинца ΔS_2 при охлаждении до $t = 0^\circ \text{C}$ и изменения энтропии льда при таянии ΔS_3 . Т.е. $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$. Задачу рассматриваем при условии, что льда имеется достаточное количество для поддержания температуры $t = 0^\circ \text{C}$. Обозначим $T_1 = 600$ К — температура плавления свинца, $T_2 = 273$ К — температура льда. Имеем $dS_1 = dQ_1 / T$ или $\Delta S_1 = -\int_1^2 \frac{dQ_1}{T_1} = -\frac{m\lambda}{T_1}$, где $\lambda = 22.6$ кДж/кг — удельная теплота плавления (кристаллизации) свинца. $dS_2 = \frac{dQ_2}{T}$, от-

куда $\Delta S_2 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc_c dT}{T} = mc_c \ln \frac{T_2}{T_1}$, где $c_c = 126$ Дж/(кг·К) —

удельная теплоемкость свинца. $dS_3 = \frac{dQ_3}{T}$ или $\Delta S_3 = \frac{Q_3}{T_2}$.

В соответствии с законом сохранения энергии $Q_3 = Q_1 + Q_2 = \lambda m + cm(T_1 - T_2)$, отсюда $\Delta S_3 = \frac{\lambda m + cm(T_1 - T_2)}{T_2}$.

Следовательно, полное изменение энтропии системы $\Delta S = -\frac{m\lambda}{T_1} + mc_c \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda m + cm(T_1 - T_2)}{T_2}$. Подставляя в

полученную формулу числовые данные, окончательно получаем $\Delta S = -\frac{0,64 \cdot 22,6 \cdot 10^3}{600} + 0,64 \cdot 126 \cdot (-0,79) + \frac{22,6 \cdot 10^3 \cdot 0,64 + 126 \cdot 0,64(600 - 273)}{273} = 62,2$ Дж/К.

5.220. Найти изменение ΔS энтропии при переходе массы $m = 8$ г кислорода от объема $V_1 = 10$ л при температуре $t_1 = 80^\circ \text{C}$ к объему $V_2 = 40$ л при температуре $t_2 = 300^\circ \text{C}$.

Решение:

Изменение энтропии при переходе вещества из состояния 1 в состояние 2 $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$, где, согласно первому началу

термодинамики, $dQ = dU + dA = \frac{m}{\mu} C_V dT + p dV$. Т. к. из

уравнения Менделеева — Клапейрона давление $p = \frac{m}{\mu} \times$

$$\times \frac{RT}{V}, \text{ то } dQ = \frac{m}{\mu} C_1 \cdot dT + \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} dV. \text{ Тогда } \Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu} C_1 \cdot dT +$$

$$+ \int_1^2 \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} dV; \Delta S = \frac{m}{\mu} C_1 \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 5.4 \text{ Дж/кг.}$$

5.221. Найти изменение ΔS энтропии при переходе массы $m = 6$ г водорода от объема $V_1 = 20$ л под давлением $p_1 = 150$ кПа к объему $V_2 = 60$ л под давлением $p_2 = 100$ кПа.

Решение:

Имеем $\Delta S = \frac{m}{\mu} C_1 \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$ (см. задачу 5.220). Т. к.

из уравнения Менделеева — Клапейрона $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$, то

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}; \Delta S = \frac{m}{\mu} C_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} +$$

$$+ \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1}; \Delta S = 71 \text{ Дж/К.}$$

5.222. Масса $m = 6,6$ г водорода расширяется изобарически от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение ΔS энтропии при этом расширении.

Решение:

В предыдущей задаче мы выразили изменение энтропии через параметры p и V : $\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1}$.

При $p = const$ первое слагаемое обращается в ноль, тогда

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} = 66.3 \text{ Дж/К.}$$

5.223. Найти изменение ΔS энтропии при изобарическом расширении массы $m = 8$ г гелия от объема $V_1 = 10$ л до объема $V_2 = 25$ л.

Решение:

Изменение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$, где $dQ = c_p m dT$, т. к.

$p = const$. Теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}, \quad \text{тогда} \quad \Delta S = \int_1^2 c_p m \frac{dT}{T} = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \ln T \Big|_1^2 =$$

$$= \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad \text{Т. к. гелий — одноатомный газ, то число}$$

степеней свободы $i = 3$, и т. к. $p = const$, то $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ или

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{следовательно, } \Delta S = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad \Delta S = 38,1 \text{ Дж/К.}$$

5.224. Найти изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении массы $m = 6$ г водорода от давления $p_1 = 100$ кПа до давления $p_2 = 50$ кПа.

Решение:

$$\text{Имеем } \Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (\text{см. задачу 5.220}). \quad \text{Т. к.}$$

при изотермическом процессе $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$, а $\ln \frac{T_2}{T_1} = 0$, то

изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_1}{p_2} = 17,3 \text{ Дж/К.}$$

5.225. Масса $m = 10,5$ г азота изотермически расширяется от объема $V_1 = 2$ л до объема $V_2 = 5$ л. Найти изменение ΔS энтропии при этом процессе.

Решение:

Изменение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$, где $dQ = pdV$. Из

уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ давле-

ние $p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$, тогда $dQ = \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}$, а изменение энтро-

пии $\Delta S = \frac{m}{\mu} R \int_1^2 \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$; $\Delta S = 2,85$ Дж/К.

5.226. Масса $m = 10$ г кислорода нагревается от температуры $t_1 = 50^\circ \text{C}$ до температуры $t_2 = 150^\circ \text{C}$. Найти изменение ΔS энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

Решение:

а) При изохорическом нагревании $dQ = c_v m dT$, тогда из-

менение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = c_v m \int_1^2 \frac{dT}{T} = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}$. Т. к.

кислород — двухатомный газ, то число степеней свободы

$i = 5$ и изменение энтропии $\Delta S = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}$;

$\Delta S = 1,75$ Дж/К. б) При изобарическом расширении (см.

задачу 5.223), изменение энтропии $\Delta S = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}$;

$\Delta S = 2,45$ Дж/К.

5.227. При нагревании количества $\nu = 1$ кмоль двухатомного газа его термодинамическая температура увеличивается от T_1 до $T_2 = 1,5T_1$. Найти изменение ΔS энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

Решение:

Г. к. по условию газ двухатомный, то число степеней свободы $i = 5$. а) При изохорическом нагревании (см. задачу

5.226) изменение энтропии $\Delta S = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{2} \nu R \ln \frac{T_2}{T_1}$;

$\Delta S = 8,5$ кДж/К. б) При изобарическом нагревании измене-

ние энтропии $\Delta S = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{7}{2} \nu R \ln \frac{T_2}{T_1}$; $\Delta S = 11,8$ кДж/К.

5.228. В результате нагревания массы $m = 22$ г азота его термодинамическая температура увеличилась от T_1 до $T_2 = 1,2T_1$, а энтропия увеличилась на $\Delta S = 4,19$ Дж/К. При каких условиях производилось нагревание азота (при постоянном объеме или при постоянном давлении)?

Решение:

Изменение энтропии (см. задачу 5.226) $\Delta S = \frac{x}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}$,

причем если $x = 7$, то $p = const$, а если $x = 5$, то $V = const$.

Тогда $x = \frac{2\mu\Delta S}{mR \ln(T_2/T_1)}$; $x = 7$, значит, нагревание произ-

водилось при постоянном давлении.

5.229. Найти изменение ΔS энтропии при переходе газа из состояния A в состояние B в условиях задачи 5.194, если переход совершается: а) по участку ACB ; б) по участку ADB .

Решение:

а) По участку ACB , изменение энтропии $\Delta S = \Delta S_{AC} + \Delta S_{CB}$, где при $V_1 = \text{const}$ (см. задачу 5.226)

$$\Delta S_{AC} = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}, \text{ а при давлении}$$

$$p_2 = \text{const} \quad \Delta S_{CB} = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \times$$

$\times \ln \frac{T_2}{T_1}$. Тогда на всем участке

$$ACB \quad \Delta S = 7 \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}. \text{ Из уравнения Менделеева — Кла-$$

пейрона $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$ имеем $\frac{m}{\mu} R = \frac{p_1 V_1}{T_1}$, следовательно,

$$\Delta S = \frac{7 p_1 V_1}{T_1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \text{ Учитывая, что } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ или}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}, \text{ окончательно находим } \Delta S = \frac{7 p_1 V_1}{T_1} \ln \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1};$$

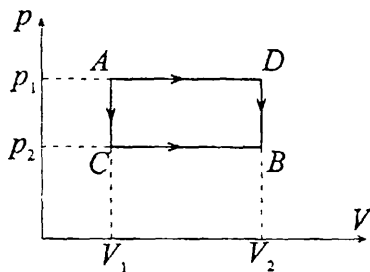
$\Delta S = 5,4 \text{ Дж/К}$. б) По участку ADB , изменение энтропии

$$\Delta S = \Delta S_{AD} + \Delta S_{DB}, \quad \text{где} \quad \Delta S_{AD} = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \text{и}$$

$$S_{DB} = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{отсюда,} \quad \Delta S = 7 \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{7 p_1 V_1}{T_1} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{или} \quad \Delta S = \frac{7 p_1 V_1}{T_1} \ln \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}; \quad \Delta S = 5,4 \text{ Дж/К}. \text{ Таким образом,}$$

изменение энтропии ΔS не зависит от того, каким образом осуществляется переход газа из одного состояния в другое.



5.230. Объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ воздуха, находящегося при температуре $t_1 = 0^\circ \text{ С}$ и давлении $p_1 = 98 \text{ кПа}$, изотермически расширя-

ется от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение ΔS энтропии при этом процессе.

Решение:

При изотермическом расширении изменение энтропии (см. задачу 5.225) $\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$. Из уравнения Менделеева —

Клапейрона $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$ имеем $\frac{m}{\mu} R = \frac{p_1 V_1}{T_1}$, тогда изме-

нение энтропии $\Delta S = \frac{p_1 V_1}{T_1} \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \ln \frac{2V_1}{V_1} = 500 \text{ Дж/К}$.

5.231. Изменение энтропии на участке между двумя адiabатами в цикле Карно $\Delta S = 4,19 \text{ кДж/К}$. Разность температур между двумя изотермами $\Delta T = 100 \text{ К}$. Какое количество теплоты Q превращается в работу в этом цикле?

Решение:

Изменение энтропии $\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T_1}$, откуда $T_1 = \frac{Q}{\Delta S}$ —

температура нагревателя. К. п. д. цикла Карно

$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{\Delta T \Delta S}{Q}$. С другой стороны, $\eta = \frac{A}{Q}$, тогда

$\frac{\Delta T \Delta S}{Q} = \frac{A}{Q}$, откуда $A = \Delta S \Delta T$; $A = 419 \text{ кДж}$.