§ 6. Реальные газы

При решении задач этого раздела используются данные таблиц 3,6,7,8,10 из приложения, кроме того, следует учесть указание к § 5. В задаче 6.8 дан авторский вариант решения.

6.1. В каких единицах системы СИ выражаются постоянные ***a*** **и** ***b***, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса?

Решение:

Постоянные a и b из уравнения Ван-дер-Ваальса выражаются соотношениями $a = \dfrac{27T_к^2R^2}{64p_к}$; $b = \dfrac{T_кR}{8p_к}$. Подставив единицы измерения величин, входящих в данные уравнения, получим $[a] = \left[\dfrac{Па \cdot м^6}{моль^2}\right]$; $[b] = \left[\dfrac{м^3}{моль}\right]$.

6.2. Пользуясь данными о критических величинах $T_к$ и $p_к$ для некоторых газов (смотри таблицу), найти для них постоянные a и b, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Решение:

Постоянные a и b из уравнения Ван-дер-Ваальса выражаются соотношениями $a = \dfrac{27T_к^2R^2}{64p_к}$; $b = \dfrac{T_кR}{8p_к}$. Воспользовавшись данными о критических величинах $T_к$ и $p_к$ из таблицы 7, составим следующую таблицу:

Вещество	a, Па·м^6/моль^2	b, 10^{-5} м^3/моль
Водяной пар	0.556	3.06
Углекислый газ	0.364	4.26
Кислород	0.136	3.16
Аргон	0.136	3.22
Азот	0.136	3.85
Водород	0.0244	2.63
Гелий	0.00343	2.34

6.3. Какую температуру T имеет масса $m = 2$ г азота, занимающего объем $V = 820\ \text{см}^3$ при давлении $p = 0{,}2$ МПа? Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный.

Решение:

а) Идеальные газы подчиняются уравнению Менделеева — Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu}RT$, откуда $T = \frac{\mu pV}{mR} = 280$ К.

б) Реальные газы подчиняются уравнению Ван-дер-Ваальса $\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT$, следовательно, температура $T = \frac{\mu}{mR}\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = 280$ К. Таким образом, при данном давлении газ ведет себя как идеальный.

6.4. Какую температуру T имеет масса $m = 3{,}5$ г кислорода занимающего объем $V = 90\ \text{см}^3$ при давлении $p = 2{,}8$ МПа? Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный.

Решение:

Если рассматривать кислород в данных условиях как идеальный газ, то его состояние описывается уравнением Менделеева — Клапейрона: $pV = \frac{m}{\mu}RT$, откуда $T = \frac{\mu pV}{mR}$,

$T = \frac{0.032 \cdot 2{,}8 \cdot 10^6 \cdot 90 \cdot 10^{-6}}{3{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31} = 277$ К. Если рассматривать газ как реальный, то его состояние описывается уравнением Ван-дер-Ваальса: $\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT$. Воспользовавшись полученными в задаче 6.2 константами a и b, выразим из последнего уравнения температуру $T = \frac{\mu\left(p + \left(m^2/\mu^2\right)\left(a/V^2\right)\right)\left(V - bm/\mu\right)}{mR}$. Подставляя в полученное выражение числовые данные, найдем

$$T=\frac{0{,}032\left(2{,}8\cdot10^{6}+\frac{3{,}5^{2}\cdot10^{-6}}{0{,}032^{2}}\frac{0{,}136}{90^{2}\cdot10^{-12}}\right)}{3{,}5\cdot10^{-3}\cdot8{,}31}\times$$

$$\times\frac{\left(90\cdot10^{-6}-\frac{3{,}5\cdot10^{-3}}{0{,}032}3{,}16\cdot10^{-5}\right)}{3{,}5\cdot10^{-3}\cdot8{,}31}=285{,}7\text{ К}.$$

6.5. Масса $m=10$ г гелия занимает объем $V=100$ см^3 при давлении $p=100$ МПа. Найти температуру T газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.

Решение:

Идеальный газ подчиняется уравнению Менделеева — Клапейрона: $pV=\frac{m}{\mu}RT$, откуда $T=\frac{\mu pV}{mR}$; $T=482$ К.

Состояние реального газа описывается уравнением Ван-дер-Ваальса, откуда выразим температуру $T=\frac{\mu\left(p+\left(m^{2}/\mu^{2}\right)\left(a/V^{2}\right)\right)\left(V-bm/\mu\right)}{mR}$ (см. задачу 6.4). Значения постоянных a и b были получены в задаче 6.2. Подставив числовые данные, найдем $T=204$ К.

6.6. Количество $\nu=1$ кмоль углекислого газа находится при температуре $t=100°$ С. Найти давление p газа, считая его: а) реальным; б) идеальным. Задачу решить для объемов $V_1=1$ м^3 и $V_2=0{,}05$ м^3.

Решение:

а) Для реального газа, согласно уравнению Ван-дер-Ваальса, $\left(p+\nu^{2}\frac{a}{V^{2}}\right)\left(V-\nu b\right)=\nu RT$, откуда $p=\frac{\nu RT}{V-\nu b}-\nu^{2}\frac{a}{V^{2}}$. В таблице из задачи 6.2 найдем для углекислого газа:

$a = 0{,}364\ Па\cdot м^6/моль^2$; $b = 4{,}26\cdot 10^{-5}\ м^3/моль$. Подставив числовые данные, получим $p_1 = 2{,}87$ МПа ; $p_2 = 277$ МПа.

б) Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$, откуда $p = \dfrac{\nu RT}{V}$. Подставив числовые данные, получим $p_1 = 3{,}09$ МПа ; $p_2 = 61{,}8$ МПа.

6.7. В закрытом сосуде объемом $V = 0{,}5\ м^3$ находится количество $\nu = 0{,}6$ кмоль углекислого газа при давлении $p = 3$ МПа. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое.

Решение:

Из уравнения Ван-дер-Ваальса $T_1 = \dfrac{\mu}{mR}\left(p + \dfrac{m^2}{\mu^2}\dfrac{a}{V^2}\right)\times \left(V - \dfrac{m}{\mu}b\right)$; $T_2 = \dfrac{\mu}{mR}\left(2p + \dfrac{m^2}{\mu^2}\dfrac{a}{V^2}\right)\left(V - \dfrac{m}{\mu}b\right)$ (см. задачу 6.3). Тогда $\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{2p + p_i}{p + p_i}$, где $p_i = \dfrac{\nu^2 a}{V^2}$; $\dfrac{T_2}{T_1} = 1{,}85$.

6.8. Количество $\nu = 1$ кмоль кислорода находится при температуре $t = 27°$ С и давлении $p = 10$ МПа. Найти объем V газа, считая, что кислород при данных условиях ведет себя как реальный газ.

Решение:

Чтобы найти объем из уравнения Ван-дер-Ваальса, необходимо решить уравнение третьей степени. В результате мы получили бы три корня, один из которых соответствует газообразному состоянию вещества. Его можно найти более простым методом последовательных приближений. Из уравнения Ван-дер-Ваальса для некоторого количества ν

кислорода имеем $V=\dfrac{\nu RT}{p+\nu^2 a/V^2}+\nu b=\dfrac{\nu RT}{p+p_i}+\nu b$ — (1).

В качестве первого приближения возьмем объем, получаемый из уравнения Менделеева — Клапейрона $V_1=\dfrac{\nu RT}{p}=0{,}24\,\text{м}^3$. Тогда $p_i=\dfrac{\nu^2 a}{V_1^2}=2{,}4\,\text{МПа}$. Подставляя p_i в (1), получим второе приближение $V_2=0{,}232\,\text{м}^3$. Тогда $p_i=\dfrac{\nu^2 a}{V_2^2}=2{,}53\,\text{МПа}$, откуда третье приближение $V_3=0{,}231\,\text{м}^3$. Далее $p_i=\dfrac{\nu^2 a}{V_3^2}=2{,}55\,\text{МПа}$; $V_4=0{,}231\,\text{м}^3$. Таким образом, искомый объем $V=231$ л.

6.9. Количество $\nu=1$ кмоль азота находится при температуре $t=27°$ С и давлении $p=5$ МПа. Найти объем V газа, считая, что азот при данных условиях ведет себя как реальный газ.

Решение:

Решая задачу аналогично задаче 6.8, найдем $V=490$ л

6.10. Найти эффективный диаметр σ молекулы кислорода, считая известными для кислорода критические значения $T_к$ и $p_к$.

Решение:

Поскольку $b\approx 4V$, где V — объем всех молекул, $V=V_0N_A$, где V_0 — объем одной молекулы, и, кроме того, $b=\dfrac{T_к R}{8p_к}$, то $4V_0N_A=\dfrac{T_к R}{8p_к}$. Отсюда $V_0=\dfrac{RT_к}{32N_A p_к}=$ $=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{1}{6}\pi\sigma^3$. Отсюда $\sigma=\sqrt[3]{\dfrac{3RT_к}{16\pi N_A p_к}}$; $\sigma=294\cdot10^{-12}$ м.

6.11. Найти эффективный диаметр σ молекулы азота двумя способами: а) по данному значению средней длины свободного пробега молекул при нормальных условиях $\bar{\lambda} = 95$ нм; б) по известному значению постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваальса.

Решение:

а) Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 5.120) $\lambda = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$, следовательно, $\sigma^2 = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi p\lambda}$. Тогда $\sigma = \sqrt{\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi p\lambda}}$; $\sigma = 298 \cdot 10^{-12}$ м. б) Постоянная Ван-дер-Ваальса b, вычисленная по формуле $b = \dfrac{2}{3}N_A\pi\sigma^3$, откуда $\sigma^3 = \dfrac{3b}{2\pi N_A}$. Тогда $\sigma = \sqrt[3]{\dfrac{3b}{2\pi N_A}}$; $\sigma = 313 \cdot 10^{-12}$ м.

6.12. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул углекислого газа при нормальных условиях. Эффективный диаметр σ молекулы вычислить, считая известными для углекислого газа критические значения $T_к$ и $p_к$.

Решение:

Критическое давление и критическая температура соответственно равны: $p_к = \dfrac{a}{27b^2}$ — (1) и $T_к = \dfrac{8a}{27bR}$ — (2).

Из (1) $a = 27b^2 p_к$, подставим в (2) $T_к = \dfrac{8 \cdot 27b^2 p_к}{27bR} = \dfrac{8bp_к}{R}$.

Тогда постоянная Ван-дер-Ваальса $b = \dfrac{T_к R}{8p_к}$. Эффективный диаметр молекулы (см. задачу 6.11(б)) $\sigma = \sqrt[3]{\dfrac{3b}{2\pi N_A}} = \sqrt[3]{\dfrac{3T_к R}{16\pi p_к N_A}} = \sqrt[3]{\dfrac{3T_к k}{16\pi p_к}}$. Тогда средняя длина свободного пробега молекул газа $\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p} =$

$$= \frac{kT}{\sqrt{2}\pi p\left(3T_к k/(16\pi p_к)\right)^{\frac{2}{3}}};\ \lambda = 80\ нм.$$

6.13. Найти коэффициент диффузии D гелия при температуре $t = 17°$ С и давлении $p = 150$ КПа. Эффективный диаметр атома σ вычислить, считая известными для гелия критические значения $T_к$ и $p_к$.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу 6.12) $\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi p\left(3T_к k/(16\pi p_к)\right)^{\frac{2}{3}}}$. Коэффициент диффузии $D = \frac{1}{3}\bar{v}\lambda$, где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя арифметическая скорость молекул гелия. Тогда коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{kT}{\sqrt{2}\pi p\left(3T_к k/(16\pi p_к)\right)^{\frac{3}{2}}};\ D \approx 3{,}5\cdot 10^{-5}\ м^2/с.$$

6.14. Построить изотермы $p = f(V)$ для количества $\nu = 1$ кмоль углекислого газа при температуре $t = 0°$ С. Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный. Значения V (в л/моль) для реального газа взять следующие: 0,07, 0,08, 0,10, 0,12, 0,14, 0,16, 0,18, 0,20, 0,25, 0,30, 0,35 и 0,40; для идеального газа — в интервале $0{,}2 \le V \le 0{,}4$ л/моль.

Решение:

а) Для идеального газа, исходя из уравнения Менделеева — Клапейрона, имеем $pV = \nu RT$, отсюда $p = \frac{\nu RT}{V}$.

б) Для реального газа из уравнения Ван-дер-Ваальса

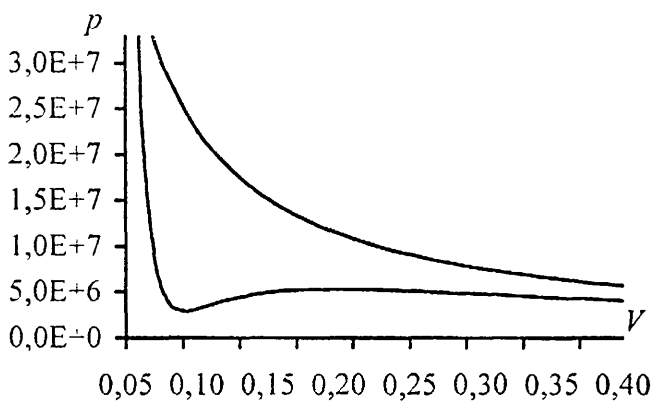
$\left(p+\nu^2\dfrac{a}{V^2}\right)\left(V-\dfrac{m}{\mu}b\right)=\nu RT$ имеем $p+\nu^2\dfrac{a}{V^2}=\dfrac{\nu RT}{V-\nu b}$ или $p=\dfrac{\nu RT}{V-\nu b}-\nu^2\dfrac{a}{V^2}$. Зависимость $p(V)$ дана в таблицах и на графике, где верхняя изотерма соответствует идеальному газу, нижняя — реальному.

Для реального газа:

V, л/моль	0,07	0.08	0,09	0.10	0.12	0,14	0.16	0.18	0.20	0,25	0.30	0.35	0.40
$P.10^4$ Па	85.1	37.8	29.2	31,2	40.3	47.2	51,1	52,8	53,1	51,1	47,7	44,1	40.7

Для идеального газа:

V, л/моль	0.20	0.22	0.23	0,25	0.27	0.28	0,30	0,32	0,33	0.35	0,37	0,38	0.4
$P.10^4$ Па	85.1	37.8	29,2	31,2	40,3	47,2	51.1	52,8	53,1	51,1	47,7	44,1	40.7



6.15. Найти давление p_i, обусловленное силами взаимодействия молекул, заключенных в количестве $\nu = 1$ кмоль газа при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны $T_к = 417$ К и $p_к = 7,7$ МПа.

Решение:

Давление, обусловленное силами взаимодействия молекул $p_i = \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2} = \nu^2\frac{a}{V^2}$, где $a = \frac{27T_к^2 R^2}{64p_к}$ — постоянная Ван-дер-Ваальса. Тогда $p_i = \frac{27\nu^2 T_к^2 R^2}{64p_к V^2}$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$ выразим объем $V = \frac{\nu RT}{p}$, тогда $V^2 = \frac{\nu^2 R^2 T^2}{p^2}$, следовательно, окончательно

$$p_i = \frac{27\nu^2 T_к^2 R^2 p^2}{64p_к \nu^2 R^2 T^2} = \frac{27T_к^2 p^2}{64p_к T^2};\ p_i = 1{,}31\ \text{кПа}.$$

6.16. Для водорода силы взаимодействия между молекулами незначительны; преимущественную роль играют собственные размеры молекул. Написать уравнение состояния такого полуидеального газа. Какую ошибку мы допустим при нахождении количества водорода ν, находящегося в некотором объеме при температуре $t = 0°$ С и давлении $p = 280$ МПа, не учитывая собственного объема молекул?

Решение:

Поскольку силы взаимодействия между молекулами водорода незначительны, то в уравнении Ван-дер-Ваальса можно не учитывать параметр p_i. Уравнение такого газа будет иметь вид $p\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT$ — (1). Количество ν водорода без учета собственного объема молекул можно найти из уравнения Менделеева — Клапейрона: $\nu = \frac{pV}{RT}$ — (2). С учетом собственного объема молекул из уравнения (1)

$RT + pb$ (3). Допускаемая ошибка

$\delta = \dfrac{v - v'}{v'}$. Подставляя в последнее уравнение (2) и (3), получим $\delta = \dfrac{pb}{RT}$; $\delta = 0{,}33 = 33\%$.

6.17. В сосуде объемом $V = 10$ л находится масса $m = 0{,}25$ кг азота при температуре $t = 27°$ С. Какую часть давления газа составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? Какую часть объема сосуда составляет собственный объем молекул?

Решение:

Давление, обусловленное силами взаимодействия молекул $p_i = \dfrac{m^2}{\mu^2}\dfrac{a}{V^2}$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \dfrac{m}{\mu}RT$ имеем $p = \dfrac{m}{\mu}\dfrac{RT}{V}$, тогда $\dfrac{p_i}{p} = \dfrac{m^2}{\mu^2}\dfrac{a}{V^2}\dfrac{\mu}{m}\dfrac{V}{RT} = \dfrac{m}{\mu}\dfrac{a}{VRT}$; $\dfrac{p_i}{p} = 4{,}9\%$. Собственный объем молекул найдем, воспользовавшись постоянной b Ван-дер-Ваальса, равной учетверенному объему молекул, содержащихся в одном моле реального газа. В уравнении Ван-дер-Ваальса $\left(p + \dfrac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT$ поправка vb означает учетверенный объем молекул всего газа, т.е. $vb = 4V_i$. Отсюда $V_i = \dfrac{vb}{4}$ или $V_i = \dfrac{m}{4\mu}b$, тогда $\dfrac{V_i}{V} = \dfrac{mb}{4\mu V}$;

$\dfrac{V_i}{V} = \dfrac{0{,}25 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 0{,}028 \cdot 10^{-2}} = 0{,}85\%$.

6.18. Количество $\nu = 0{,}5$ кмоль некоторого газа занимает объем $V_1 = 1\text{ м}^3$. При расширении газа до объема $V_2 = 1{,}2\text{ м}^3$ была совершена работа против сил взаимодействия молекул $A = 5{,}684$ кДж. Найти постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Решение:

Работа, совершенная против сил взаимодействия молекул, $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p_i dV$, где $p_i = \dfrac{m^2 a}{\mu^2 V^2}$. Таким образом,

$$A = \frac{m^2 a}{\mu^2}\int\limits_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^2} = \frac{m^2 a}{\mu^2}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = \frac{m^2 a(V_2 - V_1)}{\mu^2 V_1 V_2},$$

откуда выразим $a = \dfrac{A\mu^2 V_1 V_2}{m(V_2 - V_1)} = \dfrac{AV_1V_2}{\nu^2(V_2 - V_1)} = 0{,}136\text{ Па}\cdot\text{м}^6/\text{моль}^2$.

6.19. Масса $m = 20$ кг азота адиабатически расширяется в вакуум от объема $V_1 = 1\text{ м}^3$ до объема $V_2 = 1\text{ м}^3$. Найти понижение температуры ΔT при этом расширении, считая известной для азота постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса (смотри ответ 6.2).

Решение:

Работа газа при адиабатическом расширении $A = \dfrac{RT_1}{\gamma - 1}\times$

$$\times\frac{m}{\mu}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}\frac{T_1 - T_2}{T_1}; \qquad A = \frac{R}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}(T_1 - T_2) = \frac{R}{\gamma - 1}\times$$

$\times\dfrac{m}{\mu}\Delta T$, где $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$ — показатель адиабаты, тогда $\gamma - 1 =$

$= \dfrac{i+2}{i} - \dfrac{i}{i} = \dfrac{2}{i}$. Следовательно, работа $A = \dfrac{iR}{2}\dfrac{m}{\mu}\Delta T$ — (1).

С другой стороны, работа, совершенная против сил взаимодействия молекул, $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p_i dV$, где $p_i = \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}$, значит,

$$A = \frac{m^2 a}{\mu^2}\int\limits_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^2} = \frac{m^2 a}{\mu^2}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = \frac{m^2 a(V_2 - V_1)}{\mu^2 V_1 V_2}$$ — (2). Т. к. в (1) и (2) левые части равны, то можно приравнять и правые части, тогда $\frac{iR}{2}\frac{m}{\mu}\Delta T = \frac{m^2 a(V_2 - V_1)}{\mu^2 V_1 V_2}$, откуда

$\Delta T = \frac{2ma(V_2 - V_1)}{iR\mu V_1 V_2}$; $\Delta T = 2{,}33$ К.

6.20. Количества $\nu = 0{,}5$ кмоль трехатомного газа адиабатически расширяется в вакуум от объема $V_1 = 0{,}5$ м^3 до объема $V_2 = 3$ м^3. Температура газа при этом понижается на $\Delta T = 12{,}2$ К. Найти постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Решение:

Понижение температуры при расширении (см. задачу 6.19) $\Delta T = \frac{2ma(V_2 - V_1)}{iR\mu V_1 V_2} = \frac{2\nu a(V_2 - V_1)}{iRV_1 V_2}$. Т. к. газ трехатомный, то число степеней свободы $i = 6$. Следовательно, постоянная Ван-дер-Ваальса $a = \frac{\Delta T iRV_1 V_2}{2\nu(V_2 - V_1)}$; $a = 0{,}364$ Па·м^6/моль^2.

6.21. Какое давление p надо приложить, чтобы углекислый газ превратить в жидкую углекислоту при температурах $t_1 = 31°$ С и $t_2 = 50°$ С? Какой наибольший объем V_{max} может занимать масса $m = 1$ кг жидкой углекислоты? Каково наибольшее давление p_{max} насыщенного пара жидкой углекислоты?

Решение:
Температура $t_1 = 31° C$ — критическая температура углекислого газа, тогда необходимое давление $p = p_к = 7{,}38$ МПа. Поскольку температура t_2 больше критической температуры, то ни при каком давлении нельзя превратить углекислый газ в жидкую кислоту. Наибольший объем $V_{max} = \dfrac{3b}{\mu} = 2{,}9$ л; наибольшее давление $p_{max} = p_к = 7{,}38$ МПа.

6.22. Найти плотность $\rho_к$ водяного пара в критическом состоянии, считая известной для него постоянную b, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса (смотри ответ 6.2).

Решение:
Критический молярный объем водяного пара $V_{0к} = 3b$. Тогда критическая плотность $\rho_к = \dfrac{\mu}{V_{0к}} = \dfrac{\mu}{3b}$; $\rho_к = 196$ кг/м^3.

6.23. Найти плотность $\rho_к$ гелия в критическом состоянии, считая известными для гелия критические значения $T_к$ и $p_к$.

Решение:
Критическая плотность реального газа (см. задачу 6.22) $\rho_к = \dfrac{\mu}{3b}$. Постоянная Ван-дер-Ваальса $b = \dfrac{T_к R}{8 p_к}$, тогда $\rho_к = \dfrac{8 p_к \mu}{3 T_к R}$; $\rho_к = 56{,}77$ кг/м^3.

6.24. Количество $\nu = 1$ кмоль кислорода занимает объем $V = 56$ л при давлении $p = 93$ МПа. Найти температуру t газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса.

Решение:

Если ввести приведенные величины $\pi = \frac{p}{p_к}$; $\tau = \frac{T}{T_к}$; $\omega = \frac{V_0}{V_{0к}}$, то приведенное уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля имеет вид $\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau$, откуда $\tau = \frac{1}{8}\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1)$. Найдем приведенные величины: приведенный молярный объем $\omega = \frac{V_0}{V_{0к}}$, где $V_0 = \frac{V}{\nu}$; $V_0 = 0{,}56 \cdot 10^{-4}$ м^3/моль и $V_{0к} = 3b = \frac{3T_к R}{8p_к}$; $V_{0к} = 9{,}5 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль, тогда $\omega = 0{,}59$; приведенное давление $\pi = \frac{p}{p_к} = 18{,}4$. Тогда $\tau = 2{,}6$ и, следовательно, $T = \tau T_к = 400$ К.

6.25. Количество $\nu = 1$ кмоль гелия занимает объем $V = 0{,}237$ м^3 при температуре $t = -200°$ С. Найти давление p газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах.

Решение:

Если ввести приведенные величины $\pi = \frac{p}{p_к}$; $\tau = \frac{T}{T_к}$; $\omega = \frac{V_0}{V_{0к}}$, то приведенное уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля имеет вид $\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau$, откуда

$\pi + \frac{3}{\omega^2} = \frac{8\tau}{3\omega - 1}$ или $\pi = \frac{8\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}$. Найдем приведенные величины: приведенная температура $\tau = \frac{T}{T_к}$; $\tau = 14{,}03$; приведенный молярный объем $\omega = \frac{V_0}{V_{0к}}$, где $V_0 = \frac{V}{\nu}$; $V_0 = 2{,}37 \cdot 10^{-4}$ м^3/моль и $V_{0к} = 3b = \frac{3T_к R}{8p_к}$; $V_{0к} = 7{,}05 \times$ $\times 10^{-5}$ м^3/моль, тогда $\omega = 3{,}36$. Следовательно, приведенное давление $\pi = 12{,}09$. Окончательно давление газа $p = \pi p_к$; $p = 2{,}78$ МПа.

6.26. Во сколько раз давление газа больше его критического давления, если известно, что его объем и температура вдвое больше критических значений этих величин?

Решение:

По условию $\tau = 2$, $\omega = 2$. Исходя из приведенного уравнения Ван-дер-Ваальса для одного моля, приведенное давление (см. задачу 6.25) $\pi = \frac{8\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}$; $\pi = 2{,}45$.