Глава III
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

§ 9. *Электростатика*

Если в условии задачи не указано, в какой среде находятся заряды, то будем считать, что они находятся в воздухе, относительная диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon = 1$. Для некоторых других диэлектриков значение относительной диэлектрической проницаемости приведено в таблице 14 приложения. Если в задаче приведена графическая зависимость нескольких величин от какой-либо одной и при этом все кривые изображены на одном графике, то по оси y задаются условные единицы. В задачах 9.32, 9.122, 9.123 дан авторский вариант решения.

9.1. Найти силу F притяжения между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м; заряд ядра равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

Решение:

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия между двумя заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием r между ними, опреде-

---

Условия задач приводятся в учебных целях и в необходимом объеме — как иллюстрационный материал. Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги. (Ст. 19 п.2 Закона РФ об авторском праве и смежных правах от 9 июня 1993г.)

ляется формулой $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$, где q_1 и q_2 — электрические заряды тел, ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная. В условиях данной задачи $q_1 = |q_2| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Подставив числовые значения, получим $F = 92{,}3 \cdot 10^{-9}$ Н.

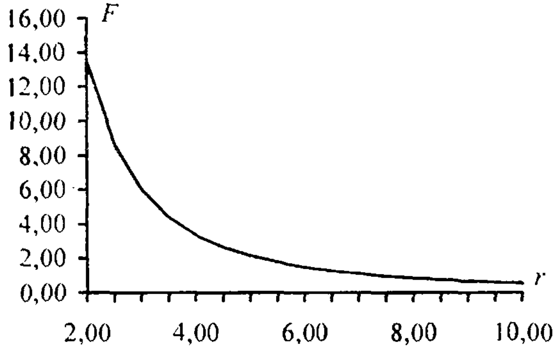
9.2. Два точечных заряда, находясь в воздухе ($\varepsilon = 1$) на расстоянии $r_1 = 20$ см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии r_2 нужно поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия?

Решение:

Согласно закону Кулона два точечных заряда в воздухе взаимодействуют с силой $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_1 r_1^2}$ — (1), а в масле с такой же силой $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_2 r_2^2}$ — (2). Приравняв правые части уравнений (1) и (2), найдем $r_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} r_1$. Диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon_1 = 1$, диэлектрическая проницаемость масла (таблица 14) $\varepsilon_2 = 5$. Подставив числовые значения, получим $r_2 = 8{,}94$ см.

9.3. Построить график зависимости силы F взаимодействия между двумя точечными зарядами от расстояния r между ними в интервале $2 \le r \le 10$ см через каждые 2см. Заряды $q_1 = 20$ нКл и $q_2 = 30$ нКл.

Решение:



По закону Кулона $F=\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$. Подставив числовые значения, получим $F=\dfrac{5{,}4\cdot10^{-6}}{r^2}$. Характер зависимости F от r отражен на графике.

r, см	2	4	6	8	10
F, 10^{-7}·Кл	13,500	3,375	1,500	0,844	0,540

9.4. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания? Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

Решение:

Сила гравитационного притяжения $F_г=G\dfrac{m^2}{r^2}$. Сила электростатического отталкивания $F_э=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$. Тогда $\dfrac{F_э}{F_г}=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon Gm^2}=1{,}24\cdot10^{36}$.

9.5. Найти силу F электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстояние $r = 6 \cdot 10^{-14}$ м. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

Решение:

По закону Кулона $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; $F = 0{,}7$ Н.

9.6. Два металлических одинаково заряженных шарика массой $m = 0{,}2$ кг каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Найти заряд q шариков, если известно, что на этом расстоянии энергия $W_{эл}$ их электростатического взаимодействия в миллион раз больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия.

Решение:

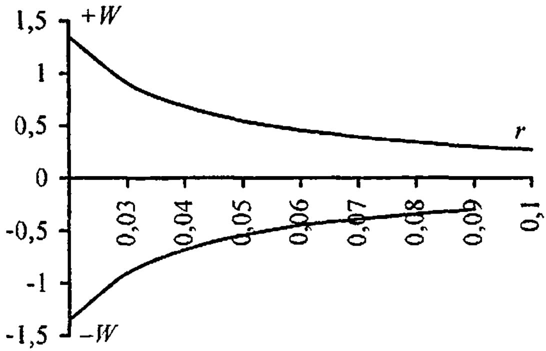
Энергия электростатического взаимодействия шариков $W_{эл} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$, энергия их гравитационного взаимодействия $W_{гр} = \dfrac{Gm_1m_2}{r}$. По условию $W_{эл} = nW_{гр}$, т. е. $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} = \dfrac{nGm_1m_2}{r}$, где $n = 10^6$; отсюда $q = \sqrt{n\varepsilon\varepsilon_0 4\pi G m_1 m_2} = 17$ нКл.

9.7. Во сколько раз энергия $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массой m каждая больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия? Задачу решить для: а) электронов; б) протонов.

Решение:

Энергия электростатического взаимодействия двух частиц $W_{гр} = k\frac{q^2}{r}$; энергия их гравитационного взаимодействия $W_{гр} = \gamma\frac{m^2}{r}$, где r — расстояние между частицами. Тогда для электронов $W_{эл} / W_{гр} = 4\cdot 10^{42}$. Для протонов $W_{эл} / W_{гр} = 1{,}24\cdot 10^{36}$.

9.8. Построить график зависимости энергии $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния между ними в интервале $2 \le r \le 10$ см через каждые 2 см. Заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 3$ нКл. График построить для: а) одноименных зарядов; б) разноименных зарядов.



Решение:

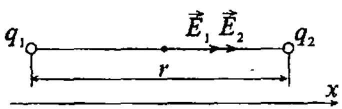
Энергия электростатического взаимодействия двух точечных зарядов $W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot r}$. Подставив числовые значения, получим $W_1 = \frac{27\cdot 10^{-3}}{r}$ — для одноименных зарядов.

$W_2 = -\dfrac{27 \cdot 10^{-3}}{r}$ — для разноименных зарядов. Характер зависимости W от r дан на графике.

r, м	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10
W_1, Дж	1,35	0,68	0,45	0,34	0,27
W_2, Дж	–1,35	–0,68	–0,45	–0,34	–0,27

9.9. Найти напряженность E электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 10$ см; $\varepsilon = 1$.

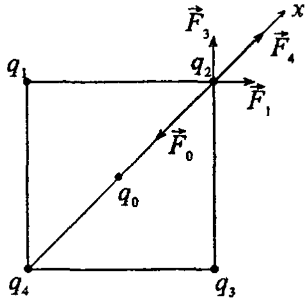
Решение:



Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ или в проекции на ось x $E = E_1 + E_2$. Напряженность электрического поля точечного заряда $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, где r — расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность. $\vec{E}_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2/4} = \dfrac{q_1}{\pi\varepsilon_0 r^2}$; $E_2 = \dfrac{|q_2|}{\pi\varepsilon_0 r^2}$. Суммарная напряженность $E = \dfrac{q_1 + |q_2|}{\pi\varepsilon_0 r^2} = 50{,}4$ кВ/м.

9.10. В центр квадрата, в каждой вершине которого находится заряд $q = 2{,}33$ нКл, помещен отрицательный заряд q_0. Найти этот заряд, если на каждый заряд q действует результирующая сила $F = 0$.

Решение:



Рассмотрим силы, действующие на любой из зарядов в вершинах, например, на заряд q_2. Со стороны зарядов q_1, q_3, q_4 на него действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ и $\vec{F}_4$ соответственно, причем $F_1 = F_3 = = \frac{kq^2}{a^2}$, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; $F_4 = k\frac{q^2}{2a^2}$. Сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_0, равна $F_0 = \frac{2kq|q_0|}{a^2}$. Условие равновесия заряда q_2: $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_0 = 0$ — (1). В проекции на ось x (1) имеет вид: $F_1 \cos 45° + F_3 \cos 45° + F_4 - F_0 = 0$, или $k\frac{q^2}{a^2}\sqrt{2} + k\frac{2q|q_0|}{a^2} = 0$. Отсюда находим $|q_0| = \frac{q}{4}\left(1 + 2\sqrt{2}\right) = = 0{,}95q$; $q_0 = -2{,}23$ нКл.

9.11. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда. Найти напряженность E электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Каждый заряд $q = 1{,}5$ нКл; сторона шестиугольника $a = 3$ см.

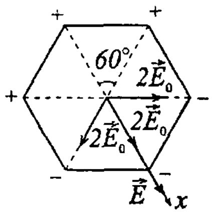
Решение:

Напряженность поля электрического заряда $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$.

Найдем напряженность поля E_0 одного заряда. $E_0 = |q| / 4\pi\varepsilon_0 a^2$ (очевидно, что расстояние от зарядов до центра шестиугольника равно стороне треугольника a),

$E_0 = 15$ кВ/м. Согласно принципу суперпозиции результирующая напряженность $\vec{E}$ находится по правилу векторного сложения $\vec{E} = \sum_{n=1}^{6} \vec{E}_n$, причем $E_1 = E_2 = \ldots = E_6 = E_0$.

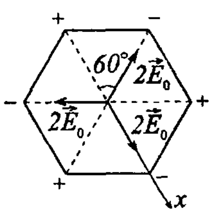
Рассмотрим три варианта расположения зарядов:



а) В проекции на ось x:

$E = 2E_0 \cos 60° + 2E_0 + 2E_0 \cos 60°$;

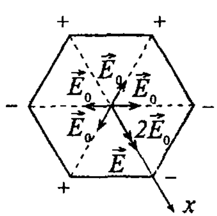
$E = 4E_0$; $E = 60$ кВ/м.



б) В проекции на ось x:

$E = -2E_0 \cos 60° - 2E_0 + 2E_0 \cos 60°$;

$E = 0$.



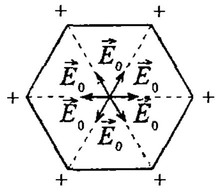
в) В проекции на ось x:

$E = 2E_0$; $E = 30$ кВ/м.

9.12. Решить предыдущую задачу при условии, что все шесть зарядов, расположенных в вершинах шестиугольника, положительны.

Решение:

На рисунке мы видим три пары противоположно направленных и равных по модулю векторов. Каждая такая пара в сумме дает напряженность равную нулю. Таким образом, результирующая напряженность $\vec{E}$ в центре шестиугольника равна нулю.

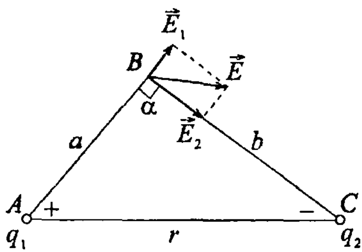


9.13. Два точечных заряда $q_1 = 7{,}5$ нКл и $q_2 = -14{,}7$ нКл расположены на расстоянии $r = 5$ см. Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстояниях $a = 3$ см от положительного заряда и $b = 4$ см от отрицательного заряда.

Решение:

Стороны треугольника BCA a, b и r удовлетворяют условию $r^2 = a^2 + b^2$, следовательно, треугольник прямоугольный, угол $\alpha = 90°$. Согласно принципу суперпозиции результирующая напряженность в точке C: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где $\vec{E}_1$ — напряженность, создаваемая положительным зарядом q_1, $\vec{E}_2$ — напряженность, создаваемая отрицательным зарядом q_2. По правилу сложения двух взаимноперпендикулярных векторов в скалярном виде $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$. Поскольку $E_1 = \dfrac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}$, а $E_2 = \dfrac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon b^2}$, то $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \times$

$$\times\sqrt{\frac{q_1^2}{a^4} + \frac{q_2^2}{b^4}} = 112 \text{ кВ/м}.$$



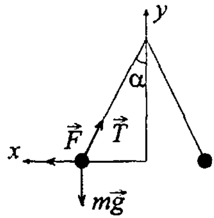
нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 0{,}4$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha = 60°$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 20$ см.

Решение:

На каждый шарик действуют три силы (см. рисунок к задаче 9.15): сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила электростатического отталкивания $\vec{F}$. Запишем условие равновесия шариков в векторной форме $\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$ или в проекциях на ось x: $F - T\sin\alpha = 0$ — (1), на ось y: $T\cos\alpha - mg = 0$ — (2). Из (1) найдем $T = \dfrac{F}{\sin\alpha}$, из (2) найдем $T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$. Следовательно, $\dfrac{F}{\sin\alpha} = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$, откуда $mg \cdot tg\alpha = F$ — (3). Из рисунка видно, что $r/2 = l\sin\alpha$ — (4). Поскольку $F = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, то, с учетом (3) и (4), имеем $mg \cdot tg\alpha = \dfrac{q^2}{16\pi\varepsilon\varepsilon_0 l^2 \sin^2\alpha}$, где $q = \dfrac{q_0}{2}$ — заряд на каждом шарике. Отсюда $m = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 4l^2 \sin^2\alpha \cdot tg\alpha} = 15{,}6$ г.

9.15. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд q нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала равной $T = 98$ мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 10$ см; масса каждого шарика $m = 5$ г.

После сообщения шарикам заряда q каждый из них отклонился от вертикали на угол α и остановился в положении равновесия. Поскольку условия равновесия для обоих шариков одинаковы, рассмотрим один из них. По закону сохранения заряда заряд q распределится на два шарика равномерно. Тогда каждый шарик получит заряд $q_0 = \frac{q}{2}$. На шарик действуют три силы: сила Кулона $\vec{F}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила тяжести $m\vec{g}$. Условие равновесия шарика $\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$ или в проекциях на ось x: $F - T\sin\alpha = 0$ — (1), на ось y: $T\cos\alpha - mg = 0$ — (2). Расстояние между шариками равно $2l\sin\alpha$. Кулоновская сила определяется формулой $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_0^2}{4l^2\sin^2\alpha}$ — (3). Выразим величину $\sin\alpha$. Из (2) $\cos\alpha = \frac{mg}{T}$ или $1 - \sin^2\alpha = \left(\frac{mg}{T}\right)^2$, отсюда $\sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{mg}{T}\right)^2}$ — (4). Из (1) найдем $F = T\sin\alpha$ — (5). Приравняв правые части уравнений (5) и (3) и разделив полученное выражение на $\sin\alpha$, получим $T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_0^2}{4l^2\sin^3\alpha}$.



Подставив в это выражение уравнение (4), выразим

$$q_0 = 4l\sqrt{\pi T\varepsilon_0\varepsilon\left(1 - \left(\frac{mg}{T}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 5{,}32\cdot10^{-7}\text{ Кл}.$$

Тогда заряд, сообщенный обоим шарикам, $q = 2q_0 \approx 1{,}1\cdot10^{-6}$ Кл.

9.16. Найти плотность материала ρ шариков задачи 9.14, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равным $2\alpha_к = 54°$.

Решение:

Для шарика, находящегося в воздухе (см. рисунок к задаче 9.15), имеем (см. задачу 9.14) $mg = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot 4l^2 \sin^2\alpha \cdot tg\alpha}$ — (1), где диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon = 1$. При погружении шариков в керосин на каждый шарик стала действовать выталкивающая сила Архимеда $F_А$. Для шарика, находящегося в керосине, имеем $mg - F_А = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_к \cdot 4l^2 \sin^2\alpha_к tg\alpha_к}$ — (2). Т. к. $mg - F_А = \rho Vg - \rho_к Vg = (\rho - \rho_к)Vg$ — (3), где ρ — плотность материала шарика, $\rho_к = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3 — плотность керосина, $\varepsilon_к = 2$ — диэлектрическая проницаемость керосина, V — объем шарика, то из (1) — (3) имеем $\dfrac{mg - F_А}{mg} = \dfrac{\rho - \rho_к}{\rho} = \dfrac{\varepsilon \sin^2\alpha tg\alpha}{\varepsilon_к \sin^2\alpha_к tg\alpha_к}$, откуда плотность материала $\rho = \rho_к \dfrac{\varepsilon_к \sin^2\alpha_к tg\alpha_к}{\varepsilon_к \sin^2\alpha_к tg\alpha_к - \varepsilon \sin^2\alpha tg\alpha}$. Подставляя числовые данные, получим $\rho = 2{,}55 \cdot 10^3$ кг/м^3.

9.17. Два заряженных шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины и опущены в жидкий диэлектрик, плотность которого равна ρ и диэлектрическая проницаемость равна ε. Какова должна быть плотность ρ_0

материала шариков, чтобы углы расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике были одинаковыми?

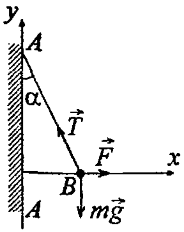
Решение:

Воспользуемся итоговой формулой, полученной в предыдущей задаче, учитывая, что $\alpha_к$ и α равны. Применительно к данной задаче получим плотность диэлектрика

$$\rho_0 = \rho \frac{\varepsilon \sin^2 \alpha \cdot tg\alpha}{\varepsilon \sin^2 \alpha \cdot tg\alpha - \sin^2 \alpha tg\alpha} \text{ или } \rho_0 = \frac{\rho\varepsilon}{\varepsilon - 1}.$$

9.18. На рисунке AA — заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 40$ мкКл/м^2 и B — одноименно заряженный шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 1$ нКл. Какой угол α с плоскостью AA образует нить, на которой висит шарик?

Решение:



Заряженный шарик находится в электрическом поле плоскости AA. Напряженность поля $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$. На шарик действуют три силы: электростатическая сила $\vec{F}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила тяжести $m\vec{g}$. Условие равновесия шарика $\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$ или в проекциях на ось x: $F - T\sin\alpha = 0$ — (1), на ось y: $T\cos\alpha - mg = 0$ — (2).

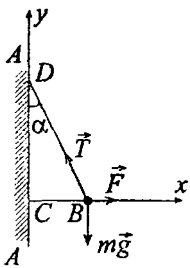
Электростатическая сила $F = Eq = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$ — (3). Из (2) найдем $T = \frac{mg}{\cos\alpha}$. Подставляя это выражение в (1), получим

$F = mg\,tg\alpha$ — (4). Приравнивая правые части (3) и (4), найдем $\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = mg\,tg\alpha$, откуда $tg\alpha = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon mg}$; $tg\alpha = 0{,}23$; $\alpha = 13°$.

9.19. На рисунке AA — заряженная бесконечная плоскость и B — одноименно заряженный шарик с массой $m = 0{,}4$ мг и зарядом $q = 667$ пКл. Сила натяжения нити, на которой висит шарик, $T = 0{,}49$ мН. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости AA.

Решение:

Плоскость и шарик заряжены одноименно, поэтому на шарик действует электростатическая сила отталкивания $\vec{F}$. Кроме того, на шарик действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Нить отклоняется от вертикали до тех пор, пока все силы, действующие на шарик, не уравновесят друг друга. Запишем условие равновесия $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{T} = 0$. По теореме Пифагора из прямоугольного треугольника CDB имеем $F = \sqrt{T^2 - (mg)^2}$. Напряженность поля бесконечной заряженной плоскости $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$, с другой стороны, $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ или $E = \frac{F}{q}$. Тогда $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{F}{q}$ или $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sqrt{T^2 - (mg)^2}}{q}$. Отсюда поверхностная плотность заряда плоскости AA. $\sigma = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon\sqrt{T^2 - (mg)^2}}{q} =$



$= 7{,}8 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

9.20. Найти силу F, действующую на заряд $q = 2$ СГС$_q$, если заряд помещен: а) на расстоянии $r = 2$ см от заряженной нити с линейной плотностью заряда $\tau = 0{,}2$ мкКл/м; б) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 20$ мкКл/м^2; в) на расстоянии $r = 2$ см от поверхности заряженного шара с радиусом $R = 2$ см и поверхностной плотностью заряда $\sigma = 20$ мкКл/м^2. Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 6$.

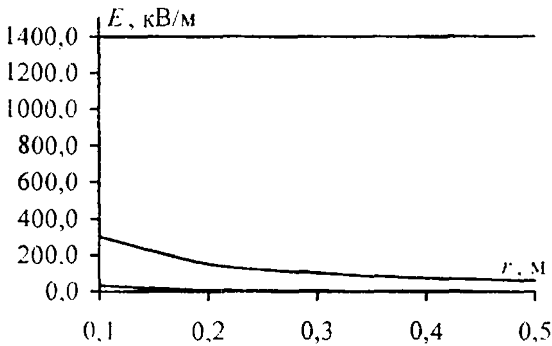
Решение:

Переведем единицы измерения заряда в СИ: $q = 2\text{СГС}_q \approx$ $\approx 2 \cdot 3{,}336 \cdot 10^{-10}$ Кл. а) Напряженность электрического поля заряженной нити $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$, следовательно, на заряд q действует электростатическая сила $F = Eq = \dfrac{\tau q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$; $F = 20{,}1$ мкН. б) Аналогично для заряженной плоскости $F = \dfrac{\sigma q}{2\varepsilon\varepsilon_0} = 126$ мкН. в) Напряженность электрического поля заряженного шара $E = \dfrac{q_{ш}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, где заряд шара $q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$. Тогда $E = \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, а сила, действующая на заряд, $F = \dfrac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 (r+R)^2} = 63$ мкН.

9.21. Построить на одном графике кривые зависимости напряженности E электрического поля от расстояния r в интервале $1 \le r \le 5$ см через каждый 1см, если поле образовано: а) точечным зарядом $q = 33{,}3$ нКл; б) бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 1{,}67$ мкКл/м; в) бесконечно протяженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 25$ мкКл/м^2.

Решение:

а) Напряженность электрического поля точечного заряда $E = q / 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2$. Подставляя числовые данные, получим $E = \dfrac{300}{r^2}$ В/м. б) Для нити $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} = \dfrac{30\cdot 10^3}{r}$ В/м. в) Для плоскости $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = 1{,}4\cdot 10^6$ В/м. Зависимость E от r приведена на графике.



r, м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
E, кВ/м — точ. заряда	30,0	7,5	3,3	1,9	1,2
E, кВ/м — нити	300	150	100	75	60
E, кВ/м — плоскости	1400	1400	1400	1400	1400

9.22. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $r = 0{,}2$ нм от одновалентного иона. Заряд иона считать точечным.

Решение:

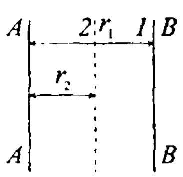
Одновалентный ион создает электрическое поле с напряженностью $E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$. Заряд одновалентного иона равен по абсолютной величине заряду электрона. Подставив числовые данные, получим $E = 36$ ГВ/м.

9.23. С какой силой F_l электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на единицу длины заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити $\tau = 3$ мкКл/м и поверхностная плотность заряда на плоскости $\sigma = 20$ мкКл/м^2.

Решение:

Напряженность поля бесконечной заряженной нити $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$. С другой стороны, $E = \frac{F}{q}$, где $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{F}{\tau \cdot l}$. Отсюда сила, действующая на единицу длины нити, $F_l = \frac{F}{l} = \frac{\sigma\tau}{2\varepsilon_0\varepsilon} = 3{,}4$ Н/м.

9.24. С какой силой F_l на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\tau = 3$ мкКл/м, находящиеся на расстоянии $r_1 = 2$ см друг от друга? Какую работу A_l на единицу длины надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния $r_2 = 1$ см?



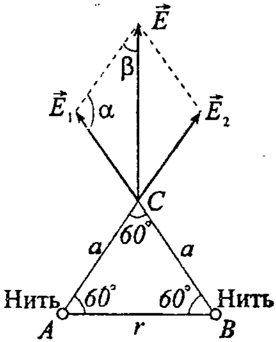
Решение:

Напряженность поля бесконечной заряженной нити $E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1}$ — (1). С другой стороны, $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ — (2), где $\vec{F}$ — сила электростатического отталкивания; $q = \tau l$. Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим $\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} = \frac{F}{\tau l}$. Тогда сила, приходящаяся на единицу длины нити, $F_l = \frac{F}{l} = \frac{\tau^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} = 8{,}1$ Н/м. Для уменьшения расстояния между нитями нужно совершить работу A против сил поля $A = -A'$, где A' — работа сил электростатического поля нити AA при перемещении нити BB из точки 1 в точку 2 (нить AA при этом остается неподвижна). Т. к. электростатическая сила изменяется с расстоянием, то $A = -A' = -\int_{r_1}^{r_2} F(r)dr$. Работа, приходящаяся на единицу длины, $A_l = -\int_{r_1}^{r_2} F_l(r)dr$; $A_l = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau^2 dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = -\frac{\tau^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \times$ $\times \ln\frac{r_2}{r_1} = 0{,}112$ Дж/м.

9.25. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2 = 10$ мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности $\vec{E}$ результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10$ см от каждой нити.

Решение:

Пусть $\tau_1 = \tau_2 = \tau$, следовательно напряженность поля каждой нити в точке C: $E_1 = E_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}$. Тогда согласно принципу суперпозиции результирующая напряженность поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Т. к. по условию $r = a$, то треугольник ABC — равносторонний, $\angle ACB = 60°$. Прямая, на которой лежит вектор $\vec{E}$, перпендикулярна плоскости, проходящей через обе нити. По теореме синусов $\frac{E}{\sin\alpha} = \frac{E_1}{\sin\beta}$, где $\alpha = 120°$, $\beta = 30°$, т. е. $E = \sqrt{3}E_1$;



$$E = \frac{\sqrt{3}\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a} = 3{,}12 \text{ МВ/м.}$$

9.26. С какой силой F_S на единицу площади отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на плоскостях $\sigma = 0{,}3$ мКл/м^2.

Решение:

Напряженность поля бесконечной заряженной плоскости $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$. С другой стороны, $E = \frac{F}{q}$, где $q = \tau S$. Приравняем $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{F}{\tau \cdot S}$, отсюда сила, действующая на единицу площади плоскости, $F_S = \frac{F}{S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = 5{,}1$ Н/м.

9.27. Медный шар радиусом $R = 0{,}5$ см помещен в масло. Плотность масла $\rho_м = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3. Найти заряд q шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность $E = 3{,}6$ МВ/м.

Решение:

На шар действуют три силы: электростатическая сила $\vec{F}$ (вверх), сила тяжести $m\vec{g}$ (вниз) и сила Архимеда $\vec{F}_A$ (вверх). Запишем уравнение равновесия: $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_A = 0$ или в скалярном виде $mg = F + F_A$ — (1). Здесь $mg = \dfrac{4\pi R^3 g\rho}{3}$, $F = Eq$, $F_A = \dfrac{4\pi R^3 g\rho_м}{3}$ — (2), где ρ и $\rho_м$ — соответственно плотности меди и масла. Из (1) и (2) имеем $q = \dfrac{4\pi R^3 g(\rho - \rho_м)}{3E} = 11$ нКл.

9.28. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля $E = 60$ кВ/м. Заряд капли $q = 2{,}4 \cdot 10^{-9}$ СГС$_q$. Найти радиус R капли.

Решение:

На капельку ртути в конденсаторе действует электростатическая сила $\vec{F}$ (вверх) и сила тяжести $m\vec{g}$ (вниз), которые уравновешивают друг друга, т. е. $\vec{F} + m\vec{g} = 0$ или $F = mg$. Масса капли $m = \rho V = \dfrac{3}{4}\pi r^3 \rho$. Сила $\vec{F} = \vec{E}q$. Тогда $Eq = \rho\dfrac{4}{3}\pi r^3 g$, откуда $r = \sqrt[3]{\dfrac{3Eq}{4\rho\pi g}} = 0{,}44$ мкм.