

СОВРЕМЕННОЕ ПОНЯТИЕ МАССЫ

Для философии природы восемнадцатого и девятнадцатого столетий было характерно то, что называлось субстанциальным понятием материи: материальные объекты рассматривались как содержащие субстанциальный субстрат, лежащий в основе всей физической реальности. К тому же этот субстрат рассматривался как абсолютный, так как он имел функцию носителя изменяющихся свойств, данных нам в ощущениях, не испытывая сам никакого воздействия со стороны этих свойств, подобно тому как ньютоновское пространство было абсолютным, действуя в качестве инерциальной системы по отношению ко всем материальным объектам и не испытывая никакого воздействия со стороны последних. Сохранение тождественности физических объектов во времени, несмотря на изменчивость воспринимаемых нами свойств, относилось к субстанциальности материи.

Постепенно с признанием инертной массы обнаружилось, что эти метафизические построения получают научное основание в принципе сохранения массы. Конечно, в «Началах» Ньютона уже содержалась в неявном виде идея того, что количество материи сохраняется в процессе развития материальной системы. Методологическая важность этого принципа была подчеркнута Кантом, который поместил его в один ряд с законами движения ¹, отметив при этом, что «общая метафизика» полагает принцип сохранения массы как постулат. Действительно, этот принцип рассматривался как существенный элемент древней идеи неразрушимости и несотворимости материи, выраженной ранними атомистами — Эмпедоклом, Аристотелем, Лукрецием и др.

¹ И. Кант, Метафизические начала естествознания, Соч., т. 6, стр. 148.

Новое подтверждение принципа было дано в восемнадцатом столетии химическими исследованиями Антуана Лавуазье. В своем трактате «Элементы химии», опубликованном в 1789 году ², Лавуазье показал, что принцип сохранения массы применим также и к химическим реакциям: «Ничто не создается ни при искусственных, ни при естественных операциях, и можно принять за правило принцип, что в каждом процессе в начальный и конечный момент находится неизменное количество материи»^{3*}. Лавуазье иллюстрирует действие этого принципа на примере процесса брожения вина, в котором вес, или масса, первоначальных веществ (вода, сахар, дрожжи) равен весу компонентов, полученных в результате брожения (отстоявшийся напиток, углекислый газ). После опубликования результатов этих исследований были предприняты количественные исследования множества других химических реакций с использованием весов, и этот принцип сразу же был принят первыми сторонниками новой химии. Тем временем стало известно, что вес тел находится в зависимости от их положения на земной поверхности, из чего было ясно, что в физических и химических процессах в действительности сохраняется не вес, а масса. Более того, так как масса рассматривалась в качестве универсальной и единственно универсальной характеристики физических тел, которая сохранялась, то понятие массы для всех практических целей отождествлялось с понятием субстанции. Оно, таким образом, стало основным понятием в субстанциальной концепции материи. Еще в 1896 году Фрейшине в своих очерках по философии науки заявлял: «Если бы мне необходимо было дать определение материи, то я бы сказал: „Материя есть все то, что имеет массу, или все то, что требует силы для того, чтобы прийти в движение“»⁴.

И все же, несмотря на определяющую роль этого понятия, ему не было дано никакого формального определения. Обычно его рассматривали как синоним понятия

² «Traité élémentaire de chimie».

³ Цит. по А. Л. Лавуазье, Мемуары, Л., 1931, стр. 26. (Предисловие).

⁴ Charles de Freychinet, Essais sur la philosophie des sciences (Paris, 1896), p. 168: «Si j'avais à définir la matière, je dirais: la matière est tout ce qui a de la masse, ou tout ce qui exige de la force pour acquérir du mouvement».

количества материи, не объясняя, как измерить это количество, и не применяя какую-либо другую операциональную интерпретацию. Так, в физическом словаре Бриссона масса определяется как количество материи, которое содержит тело⁵. В физическом словаре Сиге де ла Фона дается почти такое же определение массы⁶. Учебники и трактаты по механике в восемнадцатом столетии не предлагают никаких лучших определений массы.

Единственное исключение в этом отношении представляет собой «Механика» Леонарда Эйлера, написанная с особой целью построения рациональной механики как науки на основе аксиом, определений и логической дедукции. Посредством такой науки Эйлер пытался продемонстрировать аподиктический характер ньютоновой механики. Для истории понятия массы «Механика» Эйлера имеет исключительное значение, так как она образует логический переход от первоначального ньютоновского понятия массы, основанного на понятии силы инерции, к более современному абстрактному понятию как численному коэффициенту, характеризующему отдельное физическое тело и определяемому посредством отношения силы к ускорению.

Предположение 7 первой книги «Механики» устанавливает закон инерции для покоящихся тел, который, согласно Эйлеру, может быть доказан посредством принципа достаточного основания. «Нет никаких оснований для того, чтобы тело скорее двигалось в одном направлении, нежели в другом»⁷.

⁵ M. Brisson, Dictionnaire raisonné de physique (Paris, 1781), vol. 2, p. 108: «Masse. On appelle ainsi, en physique, la quantité de matière propre que contient un corps».

⁶ Sigaud de la Fond, Dictionnaire de physique (Paris, 1781), vol. 3, p. 121: «On entend en physique par la masse d'un corps la quantité de matière qu'il contient».

⁷ Л. Эйлер, Основы динамики точки, М.-Л., 1938, стр. 68: «Теорема. Тело, находящееся в состоянии абсолютного покоя, должно вечно пребывать в покое, если не получит побуждения к движению от внешней причины».

Доказательство. Если мы допускаем, что это тело находится в бесконечном пространстве и при этом в пустоте, то ясно, что нет никакого основания, почему бы оно начало двигаться в том или другом направлении. Отсюда следует: так как нет достаточного основания, почему бы оно стало двигаться, то оно всегда должно будет оставаться в покое». Принцип достаточного

Вторым интересным для нас является также предположение 17: «Сила инерции в любом теле пропорциональна количеству материи, которое содержит тело». В этом, конечно, видно влияние ньютоновского пояснения к определению 3 в «Началах». До сих пор Эйлер следует Ньютону. Но в доказательстве предположения 17 появляется новая идея. Эйлер описывает силу инерции (силу, благодаря которой тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения) как определяемую силой, которая понуждает выводить тело из его состояния покоя или состояния движения. Различные тела требуют различных сил, пропорционально их количеству материи⁸. Таким образом, количество материи или масса определяются посредством движущих сил — идея, которая в последующих главах «Механики»,

основания неоднократно применялся для «доказательства» закона инерции как для покоящихся тел, так и для тел, движущихся равномерно. См. наши замечания о «Братьях Чистоты» (стр. 40), а также: А р и с т о т е л ь, Физика, IV, 8, 215a—215b (аргументы против пустоты); И. К а н т, Метафизические начала естествознания, часть 3, теорема 3; А. Ш о п е н г а у э р, Мир, как воля и представление, М.-П., т. 1, М., 1900; Д. К. М а к с в е л л, Материя и движение, М., 1924, глава 3; J. le Rond d'Alembert, Traité de dynamique, part 1, chap. 1, law 2; R. H. L o t z e, System der Philosophie (Metaphysik), Leipzig, 1874, S. 311; K. K r o m a n, Unsere Naturerkenntnis (Copenhagen, 1883); E. D ü h r i n g, Logik und Wissenschaftstheorie (Leipzig, 1878). S. 280. Критику такого рода доказательств см. в: Ф. Ф р а н к, Философия науки, М., 1960, стр. 205—207; F. P o s k e, Der empirische Ursprung und die Allgemeingültigkeit des Beharrungsgesetzes, «Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie», 8, 385—404 (1884); P. J o h a n n e s o n, Das Beharrungsgesetz (Berlin, 1896); W. W u n d t, Die Physikalischen Axiome und ihre Beziehung zum Causalprincip (Erlangen, 1866), S. 40; H. S t r e i n i t z, Die physikalischen Grundlagen der Mechanik (Leipzig, 1883), S. 53; K. L a s s w i t z, Atomistik und Kriticismus (Braunschweig, 1878), S. 78.

⁸ Л. Эйлер, Основы динамики точки, стр. 116—117.

Т е о р е м а. Сила инерции каждого тела пропорциональна количеству материи, из которой оно состоит.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Сила инерции есть присущее каждому телу стремление оставаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения. Она определяется той силой, которая необходима, чтобы вывести тело из его состояния. Различные же тела в одинаковой мере выводятся из своего состояния силами, которые пропорциональны количествам материи, заключающимся в этих телах. А так как силы инерции этих тел пропорциональны этим силам, то, следовательно, они пропорциональны и количествам материи».

равно как и в его «Теории движения твердых тел» (1760), приобретает все большее значение. Так, в пояснении 2 к определению массы (определение 15)⁹ Эйлер утверждает, что материя (масса) тела измеряется не его объемом, но силой, необходимой для того, чтобы привести тело в данное движение (ускорение). Здесь, следовательно, впервые имеет место выражение хорошо известной формулы: «Сила равна массе, умноженной на ускорение», и это выражение служит точным определением понятия массы.

Определение понятия массы как отношения силы к ускорению было широко принято, в особенности во французской школе математических физиков. Большинство трактатов по рациональной механике в девятнадцатом столетии, подобных трактатам Ж. М. К. Дюамеля¹⁰ или Г. А. Резаля¹¹, начинают свои обсуждения с этого определения. П. Аппель, например, в своем классическом «Трактате по рациональной механике» пишет следующее: «Масса материальной точки представляет собой постоянное отношение, которое существует между интенсивностью постоянной силы и ускорением, приобретенным этой точкой под действием этой силы»¹².

Однако развитие современных фундаментальных исследований, начавшихся в середине девятнадцатого столетия с появлением неевклидовой геометрии и изучением ее логических оснований, привело также к тщательному изучению оснований физики. В частности, принципы механики Ньютона стали предметом критических исследований физиков, математиков и философов, таких, как Сен-Венан, Рич, Андрад, Кирхгоф, Мах, Герц и Пуанкаре. Возраставшее влияние на естествознание новых позитивистских воззрений привело на первых порах, как мы знаем¹³, к основательной критике понятия силы. То, что в ньютоновской физике играло централь-

⁹ Л. Эйлер, Основы динамики точки, стр. 137.

¹⁰ «Cours de mécanique» (Paris, 1845—1846), vol. 1, p. 93.

¹¹ «Traité de mécanique générale» (Paris, 1873—1881), vol. 1, p. 132.

¹² Paul Appell, Traité de mécanique rationnelle (Paris, 1893), vol. 1, p. 87: «La masse d'un point matériel est donc le rapport constant qui existe entre l'intensité d'une force constante et l'accélération qu'elle imprime au point».

¹³ Мах J a m m e r, Concepts of force, p. 200—240.

ную роль, рассматривалось теперь как темное метафизическое понятие, которое должно быть устранено из науки. Было провозглашено, что кинематика как своеобразный сплав геометрии и времени обладает логическим и методологическим преимуществом в сравнении с динамикой. Сведение динамических понятий к кинематическим стало важной задачей теоретической механики.

Одним из ранних исследований, выполненных в этом духе, были «Принципы механики, основанные на кинематике» Сен-Венана, опубликованные в 1851 году. В этой работе, а также в ряде статей, опубликованных в «Comptes rendus», Сен-Венан возражает против традиционного понятия количества материи как лишнего физического значения. В то же время масса является для него вполне законным физическим понятием, определяемым кинематическим способом: масса данного тела представляет собой число его частей, которые при взаимном столкновении с произвольным телом, принятым за единицу, сообщают друг другу равные и противоположно направленные скорости. Или более точно: «Масса тела есть отношение двух чисел — числа частей данного тела к числу частей стандартного тела. При этом части, будучи разделенными, при взаимном попарном столкновении сообщают друг другу равные и противоположно направленные скорости»¹⁴.

Если два тела, будучи брошены навстречу друг другу, имеют равные скорости или удаляются друг от друга с равными скоростями, то их массы равны. Сен-Венан обобщает это определение. Если v_1 и v_2 представляют собой скорости до столкновения, $v_1 + \Delta v_1$, $v_2 + \Delta v_2$ — скорости после столкновения и если m_1 и m_2 — массы в ньютоновском смысле, то, согласно принципу сохранения количества движения,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 (v_1 + \Delta v_1) + m_2 (v_2 + \Delta v_2)$$

или

$$m_1 \Delta v_1 + m_2 \Delta v_2 = 0.$$

Следовательно,

$$m_2 : m_1 = |\Delta v_1| : |\Delta v_2|.$$

¹⁴ B a r r é d e S a i n t - V e n a n t, Mémoire sur les sommes et les différences géométriques et sur leur usage pour simplifier la mécanique, «Comptes rendus», 21, 620 (1845).

Сен-Венан использует это последнее уравнение в качестве отправного пункта для определения равенства масс: два тела имеют равные массы, если после столкновения равны приращения их скоростей. Исходное условие в определении Сен-Венана — а именно концептуальное расчленение двух тел на элементы с равными массами — позднее было опущено, и последняя формула была взята в качестве определения отношения масс двух тел. Андрад в статье, озаглавленной «Основные идеи механики»¹⁵, и в своих «Лекциях по физической механике», опубликованных в Париже в том же, 1898 году, рассматривает формулу

$$m_2 : m_1 = |\Delta v_1| : |\Delta v_2|$$

как единственное не вызывающее возражений определение массы¹⁶.

В 1867 году Эрнст Мах, один из наиболее красноречивых проповедников поднимающегося антиметафизического отношения к науке, настаивал на необходимости нового определения массы. Заметка из пяти страниц «Об определении массы», в которой он впервые изложил свои идеи по поводу данного предмета, была отвергнута «Анналами физики» Поггендорфа, но год спустя, в 1868 году, была опубликована в «Трудах по экспериментальной физике»¹⁷.

В соответствии с основным положением своего учения, что чистая наука как абстрактная количественная запись фактов не связана с элементами опыта самого по себе, но, скорее, с функциональными отношениями, посредством которых они контролируются, Мах, подобно своему предшественнику Сен-Венану, отвергает понятие количества материи более категорично, чем понятие материи, поскольку это касается науки. Однако понятие массы как математической величины, удовлетворяющей некоторым урав-

¹⁵ «Revue philosophique de la France et de l'étranger», 46, 399—419 (1898).

¹⁶ «Leçons de mécanique physique» (Paris, 1898), p. 53.

¹⁷ E r n s t M a c h, Über die Definition der Masse, «Carl's Repertorium der Experimentalphysik», 4, 355—359 (1868). Перепечатано в кн.: «Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit» (Prag, 1872). Позднее мы выясним, каким образом подход Маха к понятию массы связан с принципом сохранения энергии или, как называет его Мах, «принципом невозможности вечного двигателя».

нениям теоретической физики, остается весьма удобным для науки¹⁸.

Методологическая ценность этого понятия проистекает из того, что, хотя его интерпретация как количества материи представляет собой незаконный выход за пределы опыта, оно все же является специфической константой рассматриваемого физического тела. Это означает, в частности, что определение этого понятия и его обоснование должны быть независимы от каких-либо физических гипотез относительно того, что в ньютоновской физике называлось полем сил.

Поэтому для того чтобы получить кинематическое определение понятия силы, Мах рассматривает две частицы *A* и *B*, взаимодействующие друг с другом, но тем не менее не испытывающие воздействия со стороны всех других частиц во Вселенной. Это допущение, поясняет он, представляет собой законную экстраполяцию от опыта. В своей «Механике» он называет это утверждение опытным принципом. Мы сошлемся здесь на соответствующее место и процитируем его полностью:

«а. Опытный принцип. Противопоставленные друг другу тела вызывают друг в друге при известных, определенных в экспериментальной физике условиях противоположные ускорения в направлении соединяющей их линии...

б. Определение. Отношение масс двух тел есть отрицательное обратное отношение их взаимных ускорений.

с. Опытный принцип. Отношения масс не зависят от рода физических состояний тел (будь то электрические, магнитные и т. д. состояния), обуславливающих взаимное их ускорение; они остаются также одними и теми же, безразлично, получены ли они опосредованно или непосредственно.

¹⁸ Ernst Mach, Die Prinzipien der Wärmelehre (Leipzig, 1900), S. 363: «Wenn ich mich bemühe, alle metaphysischen Elemente aus den naturwissenschaftlichen Darstellungen zu beseitigen, so meine ich damit nicht, dass alle bildlichen Vorstellungen, wo dieselben nützlich sein können, und eben nur als Bilder aufgefasst werden, ebenfalls beseitigt werden sollen. Noch weniger ist aber eine antimetaphysische Kritik als gegen alle bisherigen wertvollen Grundlagen gerichtet anzusehen. Man kann z. B. ganz wohl gegen den metaphysischen Begriff „Materie“ starke Bedenken haben, und hat doch nicht nötig den wertvollen Begriff „Masse“ zu eliminieren, sondern kann denselben etwa in der Weise, wie ich es in der „Mechanik“ getan habe, festhalten, gerade deshalb, weil man durchschaut hat, dass derselbe nichts als die Erfüllung einer wichtigen Gleichung bedeutet»*.

d. Опытный принцип. Ускорения, которые вызывают несколько тел $A, B, C \dots$ в каком-нибудь теле K , друг от друга не зависят...

e. Определение. Движущая сила есть произведение из величины массы какого-нибудь тела на вызванное в нем ускорение»¹⁹.

Далее мы дадим несколько модернизированный анализ понятия массы, осуществленный Махом, точно придерживаясь оригинального текста.

Пусть $a_{A/B}$ обозначает ускорение частицы A , полученное от частицы B , и $a_{B/A}$ — ускорение частицы B , полученное от A . Опыт показывает, что (1) эти ускорения имеют противоположные направления и (2) что отрицательное обратное отношение, обозначенное $m_{A/B}$, является положительной численной константой, независимой от соответствующего положения или движения частиц:

$$m_{A/B} = -\frac{a_{B/A}}{a_{A/B}} = \text{положительная константа.} \quad (1)$$

Если частицу B удалить и заменить ее третьей частицей C , взаимодействующей с A , то мы получим подобным образом

$$m_{A/C} = -\frac{a_{C/A}}{a_{A/C}} = \text{другая положительная константа.} \quad (2)$$

Если взаимодействуют только частицы C и B , то

$$m_{C/B} = -\frac{a_{B/C}}{a_{C/B}} = \text{третья положительная константа.} \quad (3)$$

Далее, из опыта мы узнаем, как доказывает Мах на основании описанного им мысленного эксперимента, что эти три выражения для масс удовлетворяют следующему соотношению:

$$m_{A/B} = m_{A/C} m_{C/B}. \quad (4)$$

Следовательно, каждое выражение для масс может быть представлено как отношение двух положительных чисел:

$$m_{A/B} = \frac{m_A}{m_B}, \quad m_{A/C} = \frac{m_A}{m_C}, \quad m_{C/B} = \frac{m_C}{m_B}, \quad (5)$$

где новые константы m_A, m_B, m_C , любая из которых может быть произвольно принята за единицу, будут называться относительными массами соответственно частиц A, B и C . Уравнения (1), (2), (3) в этом случае будут

¹⁹ Э. Мах, Механика, стр. 210—211.

читаться следующим образом:

$$m_A a_{A/B} = -m_B a_{B/A}, \quad (1')$$

$$m_A a_{A/C} = -m_C a_{C/A}, \quad (2')$$

$$m_C a_{C/B} = -m_B a_{B/C}. \quad (3')$$

Эти уравнения показывают, что в произведении относительной массы любой частицы на ускорение, вызванное другой частицей, первый множитель независим от выбора другой частицы. Уравнения (1') и (2'), например, показывают, что математическое описание взаимодействия частицы A с частицей B или с частицей C в обоих случаях связывает с частицей A одну и ту же относительную массу m_A . Наконец, если одну из этих частиц взять в качестве стандартной частицы, приняв ее относительную массу за единицу (скажем, $m_A = 1$), тогда другие относительные массы (в нашем случае m_B и m_C) могут быть названы просто массами частиц.

Транзитивность отношений масс, другими словами, справедливость уравнения (4) легче всего может быть показана, согласно Э. Маху, в частном случае равных масс, к которому можно свести все другие случаи. Равными массами являются, конечно, массы, которые при столкновении частиц вызывают взаимно равные и противоположно направленные ускорения. Вопрос, таким образом, сводится к тому, что может быть названо «транзитивной проблемой»: являются ли две массы, скажем, m_A и m_B , равными друг другу, если они порознь равны третьей массе, скажем, m_C ?

Положение, содержащееся в уравнении (4), логически эквивалентно положительному ответу на «транзитивную проблему». Это вытекает из следующих соображений: на основании уравнения (2'), $m_A = m_C$ предполагает

$$a_{A/C} = -a_{C/A}, \quad (2'')$$

а на основании уравнения (3') $m_B = m_C$ предполагает

$$a_{C/B} = -a_{B/C}. \quad (3'')$$

Далее, если также $m_A = m_B$, то на основании уравнения (1')

$$a_{A/B} = -a_{B/A}. \quad (1'')$$

Другими словами, все шесть ускорений a являются в этом случае антисимметричными относительно своих знаков. Но тогда, очевидно, выполняется следующее уравнение:

$$-\frac{a_{B/A}}{a_{A/B}} = \left(-\frac{a_{C/A}}{a_{A/C}} \right) \left(-\frac{a_{B/C}}{a_{C/B}} \right), \quad (6)$$

которое представляет собой точную формулировку уравнения (4).

Для того чтобы показать, что опыт исключает возможность отрицательного ответа на «транзитивную проблему», Мах использует следующий мысленный эксперимент. Допустим, говорит он, что три упругих тела A , B и C могут двигаться по абсолютно гладкому и неподвижному кольцу²⁰. Предполагая, что $m_{A/B} = 1$ (то есть $m_A = m_B$) и $m_{B/C} = 1$ (то есть $m_B = m_C$), получаем из опыта, что $m_{A/C} = 1$. Если мы сообщим некоторую скорость телу A , то оно передаст такую же скорость при помощи удара телу B в силу первого допущения. А тело B в свою очередь передаст такую же скорость телу C в силу второго предположения. Далее, если бы m_C было больше, чем m_A , то тело A получило бы большую скорость, так как кинетическая энергия системы увеличилась бы в противоречии с опытом или в противоречии с «принципом невозможности вечного двигателя»²¹. Если бы m_A было меньше, чем m_C , то обратное направление движения привело бы к тому же самому результату.

Мах сам говорит²², что его идеи первоначально игнорировались или прямо отвергались. Однако со времени опубликования «Лекций по механике» Кирхгофа (1874—1876), программная цель которых состояла в «законченном и простейшем способе описания движения, имеющего место в природе»²³, и благодаря большому авторитету Кирхгофа воззрения Маха становились все более популярными и наконец они были провозглашены (в особенности в позитивистских школах) как значительный успех в развитии механики.

²⁰ Э. Мах, Механика, стр. 184.

²¹ Ernst Mach, Über die Definition der Masse (см. сноску 17).

²² Э. Мах, Механика, стр. 225.

²³ Gustav Kirchhoff, Vorlesungen über Mechanik (Leipzig, 1876).

Одно из самых ранних возражений маховскому определению массы состояло в замечании относительно неясности выражения «при известных, определенных в экспериментальной физике условиях», которое имеется в первом опытном принципе Маха. Относятся ли эти условия к выявлению особой системы отсчета? Более того, не может ли оказаться, что критерием выбора приемлемой системы отсчета является понятие массы?

Действительно, тот факт, что массовое отношение $m_{A/B}$ зависит от системы отсчета S , может быть легко показан. Наблюдатель, система отсчета которого S' движется с ускорением a относительно S , определяет массовое отношение двух частиц A и B следующим образом:

$$m'_{A/B} = - \frac{a'_{B/A}}{a'_{A/B}},$$

где $a'_{B/A} = a_{B/A} - a$ и $a'_{A/B} = a_{A/B} + a$. Его массовое отношение связано, следовательно, с $m_{A/B}$ посредством уравнения

$$m'_{A/B} = m_{A/B} \frac{1 - (a/a_{B/A})}{1 + (a/a_{A/B})}. \quad (7)$$

Так как состояние движения наблюдателя не отражается на условии «изолированности» материальной системы, содержащей частицы A и B , то ясно, что каждый наблюдатель получает, вообще говоря, различное значение массового отношения. Действительно, для любого произвольно данного положительного числа y преобразование координатной системы может быть установлено для любых двух данных частиц таким образом, что по отношению к преобразованной системе y станет массовым отношением этих частиц. Новая система отсчета приобретает движение относительно первоначальной системы с ускорением

$$a = \frac{m_{A/B} \cdot y}{(m_{A/B}/a_{B/A}) + (y/a_{A/B})}, \quad (8)$$

где $m_{A/B}$, $a_{A/B}$ и $a_{B/A}$ являются величинами, как они определены выше, по отношению к первоначальной системе. С другой стороны, можно показать — и это не будет тривиальным результатом, — что если в системе отсчета S две частицы имеют равные массы, то они будут иметь

равные массы в любой другой системе S' . Полагая $m_A = m_B$ (то есть $m_{A/B} = 1$) в уравнении (7) при антисимметрии ускорений $a_{A/B}$ и $a_{B/A}$ по отношению к их знакам, получим $m'_{A/B} = 1$ или $m'_A = m'_B$. Интересно отметить, что современные учебники по механике, которые вводят понятие массы более или менее в соответствии с Махом, не подчеркивают важности того факта, что определение массы зависит от выбора системы отсчета.

Более того, обобщая эти результаты, можно показать²⁴, что для любой данной динамической системы с массами m_1, m_2, \dots, m_n (относительно системы отсчета S) и для любого произвольно взятого ряда n положительных скалярных величин m'_1, m'_2, \dots, m'_n может быть найдена система отсчета S' , относительно которой эти n скалярных величин могут быть интерпретированы как массы данных частиц.

Было также выдвинуто возражение, что определение Маха предполагает существование сил, природа которых не известна. Не является ли допущение «индуцирования» ускорений темным, если не сказать таинственным, элементом во всем ходе мыслей, который находится в явном противоречии с собственными принципами Маха? Так, Фолькман ставит вопрос о законности фундаментального допущения Маха о том, что любые два тела, расположенные друг перед другом, воздействуют друг на друга с противоположно направленными ускорениями вдоль линии, соединяющей эти тела²⁵. Вульф, защищая Маха²⁶, предполагает, что динамическое допущение Маха можно заменить несомненным экспериментальным фактом, состоящим в том, что при центральном столкновении двух тел они вызывают друг у друга противоположные ускорения, направленные по прямой, соединяющей центры тяжести этих тел.

²⁴ P a u l A p p e l, Sur la notion d'axes fixes et de mouvement absolu, «Comptes rendus», 166, 513—516 (1918).

²⁵ P a u l V o l k m a n n, Über Newton's «Philosophiae naturalis principia mathematica» und ihre Bedeutung für die Gegenwart, «Sitzungsberichte der physikalische-ökonomischen Gesellschaft in Königsberg» (1898). См. также «Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie» (1898), S. 917—918; «Einführung in das Studium der theoretischen Physik» (Leipzig, 1900).

²⁶ T. W u l f, Zur Mach'schen Massendefinition, «Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht», 12, 205—208 (1899).

Другая трудность, которую необходимо было преодолеть, состояла в допущении Махом динамически изолированной системы, состоящей только из двух тел A и B . Говорилось, что такого рода изолированная система практически редко встречается. Какова же тогда польза от операционального определения, если его предпосылки не выполняются в природе? Астрономические бинарные системы (двойные звезды), если они локализованы на достаточном расстоянии от других звезд, могут, конечно, быть взяты в качестве представителей таких изолированных систем в природе. Математическое описание движения их компонентов является, однако, довольно сложной задачей. Было естественно обобщить процедуру Маха, перейдя от системы, состоящей из двух частиц, к системе, состоящей из произвольного конечного числа частиц, рассматривая, например, Солнечную систему, которая является, возможно, наиболее известной приближенно изолированной системой, как одну из таких систем в природе. Однако такое обобщение порождает некоторые трудности, на что указал Пендс²⁷ и некоторые другие авторы. Ускорение a_A частицы A необходимо сначала разложить на компоненты $a_{A/B}$, $a_{A/C}$, \dots , $a_{A/N}$ в направлении прямой, соединяющей A с B , C , \dots , N , и то же самое необходимо сделать для a_B , a_C и т. д. Далее, необходимо допустить, что величина каждого из этих компонентов зависит исключительно от положения двух частиц, что отмечено соответствующими индексами. Для последующего изложения будет удобнее придать численные индексы каждой частице. Так, частица A будет иметь индекс 1, частица B — индекс 2 и т. д. В таком случае a_k , векторное ускорение k -й частицы (при $k = 1, 2, \dots, n$), может быть представлено следующим выражением:

$$\mathbf{a}_k = \sum_{i=1}^n \alpha_{ki} \mathbf{u}_{ki} \quad (\alpha_{kk} = 0), \quad (9)$$

где \mathbf{u}_{ki} представляет собой единичный вектор, направленный от k -й частицы к i -й частице, и α_{ki} являются

²⁷ C. G. P e n d s e, A note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 24, 1012—1022 (1937). Его же: «On mass and force in Newtonian mechanics», в: «Philosophical Magazine», 29, 477—484 (1940).

численными коэффициентами. Величины a_h и u_{hi} определяются путем измерения; α_{hi} не известны и должны быть определены.

Выражения (9) образуют систему из n векторных уравнений в трехмерном пространстве или систему из $3n$ алгебраических линейных уравнений для $n(n-1)$ неизвестных α_{hi} . Поэтому α_{hi} можно определить только при условии, если $n(n-1) \leq 3n$, то есть если $n \leq 4$. Но так как α_{hi} определяется относительными массами или массовыми отношениями, ясно, что процедура Маха теряет свой смысл для системы из пяти и более частиц. Для компланарных ускорений и движений, примером которых могут служить ускорения и движения в Солнечной системе, эта процедура теряет свое значение для четырех, а для коллинеарных ускорений — и для трех частиц.

В 1939 году Пендс на основе третьего закона движения Ньютона²⁸ следующим образом обобщил эти выводы. Пусть дано n частиц с соответствующими массами m_k ($k=1, 2, \dots, n$) и пусть $F_{ki}u_{hi}$ будут силы, направленные на k -ю частицу со стороны i -й частицы по направлению единичного вектора u_{hi} от k -й к i -й частице. По третьему закону Ньютона $F_{ki} = F_{ik}$. Уравнение движения для k -й частицы записывается следующим образом:

$$m_k a_k = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n F_{ki} u_{hi}.$$

Существуют $3n$ различных однородных линейных независимых алгебраических уравнений для $n + \frac{1}{2}n(n-1)$ неизвестных (n масс m_k и $\frac{1}{2}n(n-1)$ сил F_{ki}). Поэтому решение вообще неопределенно только при $n \geq 6$. Более того, если наблюдения проведены в r различные моменты времени, то число уравнений может достигнуть $3nr$, в то время как число неизвестных в силу предполагаемого постоянства масс во времени равно только $n + \frac{1}{2}n(n-1)r$. Уравнения, таким образом, будут иметь неопределенные решения для любого r , если $n \geq 8$. Наконец, если динамическая система из n масс является

²⁸ C. G. P e n d s e, A further note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 27, 51—61 (1939).

динамически изолированной, то есть линейные и угловые моменты сохраняются, то $6r$ однородных линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^n m_k \mathbf{a}_k(t) = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_k [\mathbf{r}_k(t) \times \mathbf{a}_k(t)] = 0,$$

выполняющиеся в r различные моменты времени t , определяют (с точностью до коэффициента пропорциональности) массовые отношения однозначным образом, если эти уравнения независимы при условии $r > 1/6 (n - 1)$. Таким образом, при некоторых условиях массы динамической системы могут быть определены, если при этом обеспечено достаточное число наблюдений.

Если игнорировать столь тонкие, как только что описанные, трудности, то можно справедливо рассматривать определение массы Махом как приемлемое операциональное определение теоретической конструкции. Путем обоснования правил соответствия между теоретической конструкцией массы и серией ясно определенных операций (измерений ускорения), теоремы теоретической механики, поскольку это касается понятия массы, становятся значимым рядом предложений. Среди философов, первыми понявших важность маховского определения массы, следует упомянуть У. Клиффорда и К. Пирсона. В своей работе «Общий смысл точных наук»²⁹, опубликованной в 1885 году в «Международной научной серии» (Лондон), Клиффорд определяет понятие массы в манере Маха. Пирсон в своей некогда популярной «Грамматике науки», опубликованной первоначально в 1889 году в «Современной научной серии» (Лондон), говорит о «научном понятии массы», которое весьма близко к маховскому понятию³⁰. С другой стороны, Дюринг в «Критической истории общих принципов механики»³¹, опубликованной

²⁹ W. K. Clifford, The common sense of the exact sciences (London, 1885), chap. 5, sec. 11, p. 241. Вновь перепечатано Давером (Нью Йорк, 1955).

³⁰ К. Пирсон, Грамматика науки, СПб., 1911, стр. 351—360.

³¹ Е. Дюринг, Критическая история общих принципов механики, М., 1893.

пять лет спустя после появления маховского определения массы, все еще отождествляет массу с количеством материи ³², основывая свои аргументы на том, что может быть названо аддитивностью массы. Два тела, говорит он, сходные друг с другом во всех отношениях, при объединении их каким-либо способом обладают вдвое большей массой в качестве составного тела. При этом масса самих компонентов не меняется. Это свойство, продолжает он, обеспечивает методологическое основание и логическую автономность понятия массы, ее независимость от науки механики. Хотя количественное определение является предметом динамики, добавляет он, само понятие массы предшествует такому определению, и без такого предварительного понятия процедура, ведущая к численному определению, потеряла бы смысл ³³. В свете этих положений не удивительно, что известный в свое время философский словарь все еще давал определение понятия массы как количества материи ³⁴. Другим сравнительно недавним примером (1949) является книга А. Ф. Иоффе «Основные представления современной физики», переведенная на английский язык в Москве. Цель этой книги, сформулированная автором, состоит в подтверждении учения диалектического материализма данными современной физики. Так как понятие массы играет важную роль в современной материалистической философии, особенно интересно знать, как известный советский физик представляет себе идею массы. Масса, по определению Иоффе, является «мерой количества материи»*.

Вообще, однако, необходимо заметить, что учебники по физике, написанные или опубликованные с начала столетия, только в редких случаях сохраняют неопределенное понятие массы как количества материи. Среди более чем 140 трактатов и учебников по физике, просмотренных с этой целью в 1918 году Эдвардом Хантингтоном ³⁵, только в одной книге масса определяется просто

³² Там же, стр. 174—175.

³³ Там же, стр. 175.

³⁴ E l i B l a n c, Dictionnaire de philosophie (Paris, 1909), p. 804: «Ce qu'on peut dire de plus clair peut-être c'est que la masse d'un corps est la quantité de matière de ce corps».

³⁵ См. «Bibliographical note on the use of the word mass in current textbooks», «American Mathematical Monthly», 25, 1—15 (1918).

как количество материи ³⁶. Большинство исследованных учебников вводят понятие массы как частное от деления силы на ускорение или посредством операции взвешивания на весах. Около 10 из этих 140 учебников более или менее близко следуют процедуре Маха. Неопубликованное статистическое изучение учебников по физике и трактатов по механике (или динамике), выполненное автором настоящей книги, за период с 1920 по 1960 год ясно показывает, что значительно возрос процент книг, в которых масса определяется посредством взаимных ускорений.

Логические и методологические аспекты маховского определения были в дальнейшем разработаны в особенности логическими позитивистами, такими, как Рудольф Карнап ³⁷ и Филипп Франк ³⁸. Карнап показал, каким образом отношение равенства масс (соответствующее равным ускорениям) является транзитивным и симметричным отношением, а неравенство масс — транзитивным и асимметричным отношением, находясь, таким образом, в соответствии с правилом, которое он назвал топологическим определением и которое позволяет однозначно связать численное значение с обсуждаемым свойством.

Некоторые теоретики выбирали различные подходы к точному операциональному определению массы. Следуя Эйлеру в его концепции массы как отношения силы к ускорению, они не возражали против использования силы как физически содержательного понятия. Одно из наиболее подробных изложений этого направления было представлено Максвеллом в его книге «Материя и движение» ³⁹. Для определения равных масс Максвелл допускает «что возможно сделать так, чтобы сила, с которой одно тело действует на другое, была одинаковой величины в различных случаях». Так, если одна и та же резиновая тесьма или, например, одна и та же упругая пружина, растянутая на одну и ту же длину, сообщает в конце единицы времени одну и ту же скорость двум телам, то

³⁶ A l e x a n d e r Z i w e t, Theoretical mechanics, (New York, 1906).

³⁷ R u d o l f C a r n a p, Physikalische Begriffsbildung (Karlsruhe, 1926), S. 42—43.

³⁸ Ф. Ф р а н к, Философия науки, М., 1960, стр. 198—204, 245—246.

³⁹ Д. К. М а к с в е л л, Материя и движение, М., 1924, стр. 29.

массы этих тел по определению равны. Существует единственное определение равных масс, которое может быть допущено в динамике, и оно применимо ко всем материальным телам, из чего бы они ни были сделаны ⁴⁰. Посредством метода сравнения, основанного на аддитивности массы, и посредством калибровки, массы различных тел могут быть сравнимы. Устанавливая определенную единицу массы, можно получить шкалу для измерения масс. Для метода Максвелла характерно то, что в нем уже предполагается понятие силы для определения понятия массы. Мы уже видели, что определение Маха как раз стремится избежать этого шага.

Горячим сторонником этой идеи предшествования силы в определении массы был А. Гёфлер. В комментариях к «Метафизическим основаниям естествознания» Канта и в статье, опубликованной Венским философским обществом ⁴¹, Гёфлер опирается в определении понятия массы и ее измерении на определение понятия силы или напряжения: «Масса в один грамм представляет собой тело, которое под действием силы в одну дину приобретает ускорение в один *см/сек²*» ⁴². Гёфлер обосновывает это определение массы следующим замечанием: «Величина „дина“ как единица силы логически предшествует понятию „один грамм массы“» ⁴³.

Гёфлер, полагавший, что психологически-дидактическое рассмотрение подкрепляет его идею, был не одинок в своей позиции. За несколько лет до него К. Энгельмейер ⁴⁴ опубликовал во «Французском и иностранном

⁴⁰ Там же, стр. 30.

⁴¹ Alois Höfler, Studien zur gegenwärtigen Philosophie der Mechanik, «Veröffentlichungen der philosophischen Gesellschaft an der Universität zu Wien», Bd. 3b, 1900.

⁴² Alois Höfler, Hrsg., Kants Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft (Leipzig), 1900, S. 76.

⁴³ Alois Höfler, «Einige Bemerkungen über das C.G.S.-System im Unterricht», «Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht», 11, 79 (1898).

⁴⁴ Clémentitch de Engelmeyer, Sur l'origine sensorielle des notions mécaniques, «Revue philosophique de la France et de l'étranger», 39, 511—517 (1895): «Les études psychophysiologiques démontraient que notre expérience de chaque jour nous prépare mieux à comprendre la notion de la force que celle de la masse. Pour ma part je crois qu'il en est ainsi. La masse alors rentre-rait parmi les autres grandeurs dérivées» (p. 517).

философском обозрении» интересное исследование относительно сенсорного происхождения научных понятий, применяемых в механике. В этом исследовании он подчеркивает, «что наш повседневный опыт способствует лучшему восприятию понятия силы, чем понятия массы... Масса, таким образом, должна взять на себя роль производного понятия». Вместо конвенциональной системы *CGS*, которую вслед за Гауссом называют «абсолютной системой»⁴⁵, Энгельмейер предлагает «дидактическую систему», основанную на длине (*L*) времени (*T*) и силе (*F*) как основных размерностях. При этом масса оказывается производной величиной с размерностью FT^2L^{-1} .

В целях исторической точности и полноты необходимо упомянуть и о третьем направлении в определении понятия массы. Речь идет о методе, ссылка на который уже была сделана в связи с различными интерпретациями ньютоновского определения массы. Он основан на чисто умозрительном допущении, что последние частицы всех веществ, в сущности, одни и те же. Согласно этому допущению, масса тела определяется просто как число материальных точек. «Энциклопедия Джонсона»⁴⁶ и «Большая энциклопедия»⁴⁷ определяют массу как «число одинаковых частиц».

Впервые подобное определение массы было выдвинуто Генрихом Герцем в его «Принципах механики»: «Число материальных частиц в любой части пространства, сравниваемое с числом материальных частиц, находящихся в некоторой выбранной части пространства в определенное время, называется массой, содержащейся в первой части пространства»⁴⁸. Герц, однако, уточняет свое определение следующим замечанием: «Число материальных

⁴⁵ K. F. G a u s s, *Intensitas vis magneticae ad mensuram absolutam revocata* (Göttinger Abhandlungen, 1832); перепечатано в «Werke» (Leipzig), 1863—1903, Bd. 5, S. 81—118. В действительности Гаусс принимает длину, массу и ускорение в качестве основных величин.

⁴⁶ «A. J. Johnson's new universal cyclopedia» (New York, 1893—1895), vol. 2, p. 875, «Dynamics».

⁴⁷ «La grande encyclopédie», Paris, 1896—1902, vol. 23, p. 371, «Mass: astronomy».

⁴⁸ Г. Герц, *Принципы механики*, изложенные в новой связи, М., 1959, стр. 62.

частиц в пространстве, выбранном для сравнения, можно и нужно выбирать бесконечно большим. Масса отдельных частиц будет тогда в соответствии с определением бесконечно малой. Поэтому масса в любом объеме может принимать любое рациональное или иррациональное значение». Это несколько парадоксальное утверждение — как может рациональное число частиц быть иррациональным? — может найти свое объяснение в герцевском понятии материальной частицы. Это понятие не рассматривается как атомная единица или как невидимый элемент, но просто как понятие внутренней интуиции, с помощью которого «мы однозначно соотносим определенную точку пространства в данный момент времени с определенной точкой пространства в любой другой момент времени»⁴⁹. Другими словами, благодаря своей неразрушимости и неизменяемости материальная частица является носителем тождественности и с математической точки зрения остается таковой на том же основании, что и точка в геометрии Евклида. Поскольку, однако, говорит Герц, мы представляем себе массы как символы для обозначения объектов внешнего опыта, предшествующее определение должно быть дополнено процедурой, определяющей соотношение между чувственными восприятиями. Такой процедурой, согласно Герцу, является в соответствии с предыдущим теоретическим определением, измерение массы путем взвешивания: «Массы движущихся осязаемых тел мы определяем при помощи весов»⁵⁰.

Таким образом, операциональное герцевское определение массы принадлежит, несомненно, к тому классу определений, которые связаны с взвешиванием. Как мы уже упоминали, в большом числе учебников в начале нашего столетия равенство масс и масса вообще определялись при помощи рычажных весов. В качестве типичного примера приведем определение равенства масс, данное Гано: «Два тела имеют равные массы, если при взвешивании их на идеальных весах в вакууме они уравновешивают друг друга»⁵¹. Определение массы Пикаром посредством

⁴⁹ Там же.

⁵⁰ Там же, стр. 155.

⁵¹ «Ganot's Physics», trans. by Atkinson and Reinold (Longmans, New York, 1906, ed. 17), p. 15.

деформации упругого стержня может быть отнесено к той же категории определений⁵².

Определение массы через вес является, возможно, бесспорным методом с практической точки зрения, так как представляет собой наиболее действенный способ определения масс обычных физических объектов. Однако с дидактической точки зрения этот метод легко приводит к смешению массы и веса. С методологической точки зрения в этом способе используется чисто случайный аспект классической физики — пропорциональность гравитационной и инертной массы для определения последней. Если, например, закон тяготения Ньютона записать в виде $F = GM^nm^n/r^2$, где M и m представляют собой массы взаимно притягивающихся тел, r — расстояние между ними, G — гравитационную постоянную, а n — число, отличное от единицы, тогда ясно, что отношение весов двух объектов будет равным n -й степени отношения их масс.

Подобные определения стали бы менее бесспорными, если бы ученые в явном виде высказали допущение, что их определения не претендуют на выражение характеристической особенности определяемого, но являются лишь определениями через абстракцию. Так, например, Гарольд Джеффрис утверждает: «Мы объединяем в один класс тела, находящиеся в равновесии с одним и тем же телом, и абстрактное свойство массы. Если в этом случае тело уравнивает одно и то же тело, уравновешенное посредством n наших стандартных грузов, то мы говорим, что его масса составлена из n этих грузов»⁵³.

Довольно софистическая аргументация относительно происхождения понятия массы, опирающаяся также на понятие силы, была дана в 1911 году А. Лэмпа⁵⁴. Прежде всего, заявляет Лэмпа, эксперименты с машиной Атвуда показывают, что постоянная сила вызывает равномерно ускоренное движение. Если F обозначает ускоряющую

⁵² E m i l e P i c a r d, Quelques réflexions sur la mécanique (Paris, 1902), p. 43.

⁵³ H a r o l d J e f f r e y s, Scientific inference (Macmillan, New York and London, 1931), p. 89.

⁵⁴ A n t o n L a m p a, Eine Ableitung des Massenbegriffs, «Lotos, Naturwissenschaftliche Zeitschrift» (Prag), 59, 303—312 (1911).

силу, a — ускорение тела B , то функциональное отношение между F , a и характеристическим свойством B принимает вид:

$$F = f(B, a). \quad (10)$$

Для того чтобы определить структуру функции f , прибегают к помощи экспериментов с хорошо известным прибором для демонстрации центробежной силы, в котором центробежная сила, действующая на тело, скользящее вдоль гладкого горизонтально вращающегося стержня, уравновешивается грузом, помещенным на том же стержне симметрично относительно оси вращения и привязанным при помощи шнура к вращающемуся телу. Если удвоить, утроить и т. д. число вращений в секунду, то центростремительное ускорение, как показывает кинематика, увеличится в 4, 9 и т. д. раз, оставляя при этом расстояние r тела от оси вращения постоянным. Далее, эксперименты показывают, что тело B уравновешивается учетверенным, удевятиренным и т. д. первоначальным весом. Центробежная сила, таким образом, пропорциональна центростремительному ускорению и уравнение (10) должно отвечать такому условию:

$$nF = f(B, na), \quad (11)$$

которое может удовлетворяться, если

$$F = a\varphi(B), \quad (12)$$

где $\varphi(B)$ является характеристическим свойством B и определяет ускорение под действием F . Функция φ в уравнении (12) может быть определена теперь ссылкой на эксперименты с двумя скользящими металлическими телами B_1 и B_2 , имеющими веса G_1 и G_2 , связанными шнуром и скользящими по одному и тому же горизонтальному вращающемуся стержню. В случае равновесия центробежные силы уравновешивают друг друга независимо от числа вращений в секунду:

$$F_1 = a_1\varphi(B_1) = F_2 = a_2\varphi(B_2). \quad (13)$$

Если расстояния по радиусу от B_1 и B_2 до оси вращения представляют R_1 и R_2 , а угловая скорость есть ω , тогда $a_1 = R_1\omega^2$, $a_2 = R_2\omega^2$, так что на основании уравнения (12)

$$R_1\varphi(B_1) = R_2\varphi(B_2). \quad (14)$$

Сопоставление радиусов R_1 и R_2 с весами G_1 и G_2 тел B_1 и B_2 показывает, что $R_1G_1 = R_2G_2$. Поэтому из уравнения (14) следует

$$\frac{\varphi(B_1)}{G_1} = \frac{\varphi(B_2)}{G_2}. \quad (15)$$

Другими словами,

$$\varphi(B) = CG, \quad (16)$$

где C представляет собой константу, не зависящую от какого-либо выбора тела B . Уравнение (12) показывает теперь, что

$$F = aCG. \quad (17)$$

Это дает возможность подсчитать ускорение a тела весом G , вызванное данной силой F , и определить константу C . Наконец, для того чтобы определить C , уравнение (8) применяется к случаю свободного падения, в котором ускоряющей силой является вес G самого тела B :

$$G = gCG, \quad (18)$$

где g — ускорение свободного падения. Это уравнение дает

$$C = 1/g, \quad (19)$$

и, следовательно, характеристическое свойство $\varphi(B)$ тела B обнаруживается как G/g , которое называется массой тела B . Излишне говорить, что определение массы, данное Лэмпа, интересное с концептуальной точки зрения, слишком сложно для того, чтобы служить введением в это важное, фундаментальное понятие.

Если для некоторых теоретиков в начале столетия основным понятием было понятие силы, а не понятие массы, то для В. Оствальда таким понятием была энергия, которая рассматривалась в качестве исходного фундаментального понятия физической науки. Масса, таким образом, должна была определяться в терминах энергии. В своей «Натурфилософии»⁵⁵ Оствальд ставит вопрос, является ли энергия движения физического объекта, если не считать ее зависимости от скорости, функцией каких-либо других изменяющихся величин. Утвердительный ответ на этот вопрос демонстрируется простым примером: кусок пробки и камень брошены в нас с одной

⁵⁵ В. О с т в а л ь д, Натурфилософия, М., 1902.

и той же скоростью. По опыту мы знаем, что удар камня будет значительно сильнее, чем удар пробки. Мы также знаем из опыта, что для сообщения некоторой скорости камню требуется больше работы (энергии). «Это особое свойство, от которого, как и от скорости, зависит энергия движущегося тела, называется массой»⁵⁶. Таким образом, масса для Оствальда является просто емкостью для кинетической энергии, подобно тому как удельная теплоемкость представляет собой емкость для тепловой энергии. Выражаясь математически, масса определяется и измеряется при помощи отношения

$$\frac{E}{\frac{1}{2}v^2},$$

где E — кинетическая энергия, а v — скорость движущегося объекта.

В лекции, прочитанной в 1895 году на научном конгрессе в Любеке, Оствальд подчеркнул связь между своим понятием массы и своей общей «энергетикой», согласно которой весомая и осязаемая материя является лишь вместилищем энергии. Оствальдовское определение массы вскоре было обобщено Тюрином⁵⁷, выведено за пределы механических явлений и распространено на электромагнитные процессы. Оствальдовское представление массы физического объекта в терминах энергии и скорости, его объема в терминах сжимаемости и его формы в терминах упругости представляет собой одну из заключительных стадий в развитии, которое началось с сенсуалистической философии Локка и которое навсегда положило конец субстанциальному понятию материи. То, что мы ощущаем, не является больше сомнительной и в себе совершенно неопределенной «материей», относительно которой прежние сторонники классической механики полагали, что в области точных количественных определений она дана посредством их понятия *количества материи*, или *силы инерции*. Пассивный и индифферентный субстрат свойств теперь устранен. Объект представляет собой только то, чем он является, — источник активности, способ воздействия на наши органы чувств. Эта тенденция

⁵⁶ Там же, стр. 136.

⁵⁷ V. von Tü r i n, Über die Grundsätze und Hauptbegriffe der Mechanik, «Annalen der Naturphilosophie», 5, 378—394 (1906).

в направлении десубстанциализации материи до некоторой степени в неявной форме содержалась уже в маховском понятии массы. Это, несомненно, одно из основных положений в концепции массы у Оствальда в рамках его натурфилософии*.

Обозревая ситуацию в начале настоящего столетия, мы оказываемся перед лицом смущающего нас выбора между различными определениями массы. Сложность ситуации была полностью осознана современными учеными и исследователями, и проблема массы была предметом многих дискуссий в специальных журналах и предметом многих дебатов на научных конференциях. Итальянское физическое общество, например, полагало, что необходимо обратиться к выдающимся теоретикам механики в этой стране (механика, как и геометрия, получила в то время в Италии сильное развитие) для разъяснения ситуации. В результате Г. Ванни, Л. Силла, К. Горетти, Е. Алессандрини, М. Асколи, Ф. Бонетти, Д. Мацотто, Г. Кастельново и другие приняли участие в 1907 году в дискуссии о понятии массы и о его изложении в элементарных курсах механики. Протокольная запись этих дискуссий появилась в печати под названием «О понятии массы в начальном курсе механики» в журнале «Nuovo cimento» за тот же год⁵⁸. По вопросу о том, как ввести понятие массы в курсах механики, не было достигнуто полного согласия. И действительно, этот вопрос остается предметом обсуждения и в настоящее время.

⁵⁸ «Nuovo cimento», [5] 14, 80—124 (1907).