

ПОНЯТИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ МАССЫ

Определения массы в терминах веса являются, строго говоря, определениями гравитационного понятия массы. В настоящей главе, однако, будут рассмотрены только те понятия, которые характеризуют массу и динамическое поведение материи посредством ссылки на закон тяготения.

С тех пор как Ньютон в книге III (предложения I — VIII) своих «Начал» сформулировал закон тяготения, согласно которому каждая частица во Вселенной притягивает каждую другую частицу с силой, обратно пропорциональной квадрату их расстояния друг от друга и «пропорциональной некоторому количеству материи, которое они содержат»¹, гравитация стала рассматриваться как универсальное свойство материи (подобно инерции).

То, что гравитационная сила пропорциональна массе притягивающегося тела (которая в последующем будет называться пассивной гравитационной массой), Ньютон вывел из экспериментального факта, состоящего в том, что Юпитер воздействует на свои спутники, Солнце — на планеты, а Земля — на Луну и на тела на ее поверхности таким образом, что их ускорения равны на равных расстояниях от соответствующего центрального тела. В этом случае из принципа равенства действия и противодействия следует, что эта сила пропорциональна также массе центрального тела (она будет называться активной гравитационной массой). Против первой части рассуждений Ньютона интересные возражения были выдвинуты Викаром², который охарактеризовал утверждение Ньютона

¹ И. Ньютон, Математические начала..., стр. 518.

² E. Vicair, Sur la loi de l'attraction astronomique et sur les masses des divers corps du système solaire, «Comptes rendus», 74, 790—794 (1874).

как недостаточно обоснованное. Ньютон, говорит он, рассматривает только силы, которые действуют между большим телом, с одной стороны, и маленьким телом — с другой. Но при этих условиях, полагает Викар, однородная функция масс, которая представляет собой более общую структуру, чем та, которая предложена Ньютоном, одинаково хорошо ведет к тем же самым результатам, по крайней мере в первом приближении. Викар иллюстрирует свое утверждение путем тейлоровского представления такой функции.

Так как гравитационное притяжение есть универсальное свойство материи, то закон тяготения может быть использован для определения и измерения того, что обычно называется активной гравитационной массой, и это будет более детально обсуждаться несколько далее (стр. 133 и сл.).

Одним из очевидных методов определения этих масс гравитирующей системы является, например, метод, описанный Нарликаром³. Пусть n частиц системы, массы которых m_1, m_2, \dots, m_n , должны быть определены, локализованы во времени t в точках $[x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$, $[x_2(t), y_2(t), z_2(t)]$, \dots , $[x_n(t), y_n(t), z_n(t)]$ и пусть $a_{xk}(t)$ будут компонентами ускорения частицы k вдоль оси x в данный момент. Тогда

$$a_{xk}(t) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{m_i [x_i(t) - x_k(t)]}{r_{ik}^3(t)}, \quad (1)$$

где $r_{ik}(t)$ — наблюдаемое расстояние между частицей i и частицей k в момент времени t ,

$$r_{ik}(t) = \{[x_i(t) - x_k(t)]^2 + [y_i(t) - y_k(t)]^2 + [z_i(t) - z_k(t)]^2\}^{1/2}, \quad (2)$$

а гравитационная постоянная принята за единицу. Если $n - 1$ наблюдений в $n - 1$ различные моменты времени

³ V. V. Narlikar, The concept and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 27, 33—36 (1939).

представлены $n - 1$ независимыми уравнениями (1), то $n - 1$ отношений масс могут быть найдены из измерений ускорений и расстояний путем соответствующих преобразований.

Более абстрактное и менее элементарное определение массы в терминах гравитации было предложено Р. де Сосюром⁴ в 1904 году на Международном философском конгрессе в Женеве. Пусть вектор \mathbf{F} обозначает напряженность гравитационного поля, а $d\mathbf{S}$ — элемент замкнутой поверхности, внутри которой находятся частицы с общей массой M . Тогда, согласно теореме Гаусса,

$$\int \int \mathbf{F} d\mathbf{S} = -4\pi GM, \quad (3)$$

где G — гравитационная постоянная. Если последнюю снова принять за единицу, то теорема Гаусса может быть выражена так: масса, замкнутая данной поверхностью, равна гравитационному потоку, проходящему сквозь эту поверхность, деленному на 4π .

Принимая принцип предшествования силы в сравнении с массой, Сосюр конструирует полную и последовательную теорию механики на основе двух фундаментальных понятий — движения и принуждения (*mouvement et contrainte*). Если A представляет собой геометрическую фигуру в пространстве (точка, линия и т. п.), то непрерывное протяжение A в одном измерении является (одномерной) последовательностью A , в двух измерениях — конгруенцией A . Движение есть результат объединения последовательности с одномерной изменяющейся величиной (временем), принуждение — результат объединения конгруентности с двухмерной изменяющейся величиной, потоком силы (или «стационарным потоком», по терминологии Сосюра). Мера движения есть последовательность, деленная на время (т. е. скорость), мера принуждения есть поток, деленный на конгруентность (т. е. сила). Сила есть вектор, нормальный к конгруенции, скорость тангенциальна последовательности. Наконец, масса (про-

⁴ René de Saussure, *Les fondements de la mécanique, «Rapports et comptes rendus, Congrès International de Philosophie», 11th session (Geneva, 1904).*

изводное понятие) определяется потоком (Φ), деленным на 4π . Затем Сосюр показывает ⁵, каким образом закон тяготения Ньютона может быть выведен из этих допущений и определений.

Ньютоновская механика, строго говоря, различает три рода массы ⁶: (1) *инертную массу*, которая определяется на основании второго закона движения Ньютона через ее противодействие независимой от массы силе; (2) *активную гравитационную массу*, определяемую как материальный источник гравитационного поля или как массу, которая индуцирует гравитацию, подобную массе Сосюра, или массе, которая проявляется в уравнении Пуассона; и, наконец, (3) *пассивную гравитационную массу*, определяемую как материальный объект гравитационного притяжения, или как массу, склонную к восприятию гравитации. Традиционная классическая механика провозглашает универсальную пропорциональность для всех трех родов массы. Пропорциональность инертной массы тела его пассивной гравитационной массе впервые была сформулирована Ньютоном на основе его экспериментов с маятниками ⁷ и экспериментально подтверждена со все возрастающей точностью Бесселем ⁸, Этвешем ⁹, Пекаром ¹⁰, Саутернсом ¹¹, Зеemanом ¹² и другими.

Сравнительно недавно Вестфалем была высказана мысль о возможности проверки универсальной пропорциональности между инертной и пассивной гравитацион-

⁵ René de Saussure, Les bases physiques et logiques de la mécanique, «Revue scientifique de Paris» (1905).

⁶ См. H. Bondi, Negative mass in general relativity, «Reviews of Modern Physics», 29, 423—428 (1947).

⁷ И. Ньютон, Математические начала..., стр. 392.

⁸ F. W. Bessel, «Astronomische Nachrichten», 10, 97 (1833).

⁹ R. v. Eötvös, Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus, «Annalen der Physik», 59, 354—400 (1896); «Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn», 8, 65—103 (1890).

¹⁰ R. v. Eötvös, D. Pekár, and E. Fekete, Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität, «Annalen der Physik», 68, 11—66 (1922).

¹¹ L. Southern, A determination of the ratio of mass to weight for a radioactive substance, «Proceedings of the Royal Society», 84, 325—344 (1910).

¹² P. Zeeman, «Proceedings of the Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam», 20, 542 (1917).

ной массами с помощью астрономического метода, основанного на так называемых гармонических законах Кеплера¹³.

В то же время универсальная пропорциональность активной и пассивной гравитационной масс одного и того же тела есть следствие третьего закона Ньютона (действие равно противодействию), что может быть показано на примере следующих рассуждений. Если через m_{a1} и m_{p1} обозначить активную и пассивную гравитационные массы тела 1, а через m_{a2} и m_{p2} — соответствующие массы тела 2, то сила тяготения, воздействующая на тело 2, дается выражением

$$F_2 = G \frac{m_{a1} m_{p2}}{r^2},$$

а сила тяготения, воздействующая на тело 1, выражается

$$F_1 = G \frac{m_{a2} m_{p1}}{r^2},$$

где, как обычно принято, G — гравитационная постоянная, а r — расстояние между двумя телами (знаком или направлением пренебрегают). Далее, согласно третьему закону Ньютона, $F_1 = F_2$, что приводит к $m_{a1}/m_{p1} = m_{a2}/m_{p2}$.

Таким образом, если пропорциональность между инертной массой и пассивной гравитационной массой чисто эмпирическая и случайная черта классической физики, то пропорциональность между активной и пассивной гравитационной массами глубоко коренится в самих принципах ньютоновской механики.

Как указал Бонди,¹⁴ чисто эмпирическим фактом является то обстоятельство, что инертная и гравитационная массы положительны или, более точно, что они обладают лишь одного рода полярностью. Поучительно рассмотреть различные возможности, вытекающие из пренебрежения этим фактом. Если мы допустим, например, что инертная масса, как обычно, имеет положительную полярность, а гравитационные массы, подобно электрическим зарядам, положительную или отрицательную полярность, тогда, очевидно, реакция материи на негра-

¹³ W. Westphal, Die Möglichkeit einer Prüfung des Satzes von der Gleichheit der trägen und der schweren Masse auf astronomischer Grundlage, «Die Naturwissenschaften», 10, 260 (1922).

¹⁴ См. H. Bondi, Negative mass in general relativity (сноска 6).

витационные силы осталась бы прежней. В то же время подобные массы притягивались, а различные массы отталкивались бы друг от друга (так как закон гравитационного притяжения Ньютона является «обратным» закону Кулона). Если бы инертная масса была отрицательной, а гравитационная масса положительной, то материя с такого рода строением вела бы себя под действием всех сил, гравитационных и негравитационных, прямо противоположно тому, что нам известно из природы.

Существование отрицательных гравитационных масс серьезно рассматривалось как решение некоторых трудностей, когда ньютоновский закон тяготения был применен ко Вселенной в целом. Первый, кто обратил внимание на такого рода трудности, был, по-видимому, Карл Нейман ¹⁵. Двадцать лет спустя та же самая проблема математически более строгим образом была поставлена Г. Зелигером ¹⁶. Число силовых линий, сходящихся из бесконечности к телу с (пассивной гравитационной) массой m , пропорционально m (по аналогии с электростатикой). Допустим, что материя во Вселенной имеет однородное распределение со средней плотностью ρ и неограниченно простирается в пространстве; в таком случае $\frac{4}{3}\pi r^3$ линий пересекают поверхность сферы радиуса r . Так как площадь поверхности $4\pi r^2$, то плотность силовых линий, т. е. интенсивность гравитации, равна $\frac{1}{3}\rho r$, и эта интенсивность возрастает прямо пропорционально радиусу сферы. Поскольку центр последней может быть выбран сколь угодно далеко, интенсивность гравитационного поля с необходимостью была бы бесконечной в любой данной точке пространства. Ввиду такой парадоксальной ситуации Зелигер пришел к следующему выводу: «Закон тяготения Ньютона, несомненно, не является совершенно

¹⁵ Carl Neumann, Über die den Kräften elektrodynamischen Ursprungs zuzuschreibenden Elementargesetze, «Abhandlungen der math.-phys. Classe der königl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften», 10, 417—524 (Leipzig, 1874).

¹⁶ H. Seeliger, Über das Newton'sche Gravitationsgesetz, «Astronomische Nachrichten», 137, 129—136 (1895); «Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der königl. bayrischen Akademie der Wissenschaften zu München», 26, 373—400 (1896); См. также «Astronomische Nachrichten», 138 (№ 3292).

строгим, он должен быть видоизменен посредством некоторых коэффициентов, благодаря чему эти трудности будут устранены»¹⁷. Первым допущением такого рода «дополнительных коэффициентов» было введение экспоненциального (поглощающего) множителя по аналогии с законом распределения Лапласа¹⁸. Закон Ньютона в этом случае читается, согласно Зелигеру, следующим образом:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} e^{-\lambda r}.$$

Допущение Зелигера вскоре было оставлено по следующей причине. Численное значение поправочного коэффициента могло быть вычислено из прецессии перигелия Меркурия; это значение, однако, если использовать для вычисления прецессию перигелия других планет, ведет к результатам, не соответствующим данным наблюдения. Были предложены и другие многочисленные видоизменения формулы Ньютона, но они имели еще меньший успех. Ввиду такого рода неудач Фёппл предпринял своеобразную попытку преодолеть эти трудности. В статье, озаглавленной «О возможном обобщении закона тяготения Ньютона»¹⁹, Фёппл ввел понятие «отрицательной массы». Следует отметить, что уже Пирсон в своем «гидродинамическом» объяснении гравитации и магнетизма говорил о притягательных и отталкивающих гравитационных силах²⁰ и об «обратном магнетизме». Но именно Фёппл развил логически последовательную теорию положительных и отрицательных масс по аналогии с положитель-

¹⁷ «Astronomische Nachrichten», 137, 134 (1895).

¹⁸ Pierre Simon Marquis de Laplace, *Traité de mécanique céleste*, в: «Oeuvres complètes» (Académie des Sciences, Paris, 1882), vol. 5, p. 448.

¹⁹ August Föppl, Über eine mögliche Erweiterung des Newton'schen Gravitations-Gesetzes, «Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München», 27, 93—99 (1897).

²⁰ Karl Pearson, On the motion of spherical and ellipsoidal bodies in fluid media, «Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics», 20, 60—80, 184—211 (1885). См. также K. Pearson, Ether squirts, «American Journal of Mathematics», 13, 309—362 (1891), где он говорит о материи, созданной в равных и противоположных по знаку количествах, и где он полагает, что быстро удаляющаяся звезда «1830 Возничья» с самым большим собственным движением, известным в то время, возможно, состоит из отрицательных масс и благодаря этому выталкивается из нашей области пространства.

ными и отрицательными зарядами максвелловской теории электромагнитного поля.

По аналогии с вектором \mathbf{E} в теории электромагнитного поля гравитационное поле в данной точке пространства определяется неаксиальным вектором $\mathbf{V} = -\text{grad } \varphi$, где φ — гравитационный потенциал в точке, равный $-Gm/r$. Хорошо известное выражение Максвелла для плотности энергии поля $\frac{1}{2} \epsilon_0 \mathbf{E}^2$ с точки зрения «обратного» закона тяготения Кулона должно быть видоизменено в $e_0 - \frac{1}{2} cV^2$, где постоянная e_0 представляет собой плотность энергии для $\mathbf{V} = 0$, а $c = \frac{1}{4}\pi G$. Необходимость введения e_0 для случая «обратного» закона Кулона была отмечена еще Максвеллом ²¹. Сумма общей гравитационной энергии во Вселенной дается посредством выражения

$$T = T_0 - \frac{1}{2}c \iiint V^2 d\tau,$$

где

$$T_0 = \iiint e_0 d\tau,$$

и интегрирование производится по всему пространству. Согласно теореме Грина,

$$\iiint V^2 d\tau = 4\pi \iiint \varphi \rho d\tau,$$

где ρ — плотность активной массы, что вместе с $d\tau$ дает активную гравитационную массу, содержащуюся в $d\tau$ ²².

Допустим теперь, говорит Фёппл, что ρ или точечные массы q могут быть либо положительными, либо отрицательными. Все наши заключения останутся справедливыми. Смещение точечной массы q_1 на $d\mathbf{r}$ изменяет общую поле-

²¹ J a m e s C l e r k M a x w e l l, Scientific papers (Cambridge, 1890), vol. 1, p. 570. Первоначально статья была опубликована в: «Transactions of the Royal Society» (London) 155, 492 (1865).

²² Так как $4\pi\rho = \text{div } \mathbf{V}$, а $\mathbf{V} = -\text{grad } \varphi$, то

$$\begin{aligned} \iiint \varphi \rho d\tau &= \frac{1}{4\pi} \iiint \varphi \text{div } \mathbf{V} d\tau = \frac{1}{4\pi} \iiint [\text{div}(\varphi\mathbf{V}) - \\ &- \mathbf{V} \text{grad } \varphi] d\tau = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iiint \varphi V_n d\sigma + \iiint V^2 d\tau \right\} = \\ &= \frac{1}{4\pi} \iiint V^2 d\tau. \end{aligned}$$

вую энергию T на

$$\delta T = c q_1 \int \int \int \frac{\rho}{r^3} \mathbf{r} \, d\tau \, \delta \mathbf{r}.$$

Если F есть сила, необходимая для смещения, то сохранение энергии требует, чтобы

$$\mathbf{F} \delta \mathbf{r} + \delta T = 0$$

или

$$\mathbf{F} = -c \int \int \int \frac{q_1 \rho}{r^3} \mathbf{r} \, d\tau,$$

или для двух точечных масс

$$\mathbf{F} = -c \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r},$$

что представляет собой ньютоновский закон тяготения.

При помощи введения отрицательных масс как приемников гравитационных силовых линий в противоположность положительным массам как их источникам вышеуказанные трудности, конечно, устраняются, так как каждая силовая линия простирается только от источника до приемника. Тот факт, что мы не наблюдаем взаимного отталкивания масс, может быть объяснен, полагает Фёппл, правдоподобным допущением, что отрицательные массы, оттолкнутые положительными массами, преобладающими в нашей области пространства, удалились на расстояния, недоступные для нашего опыта.

Гипотеза Фёппла ведет к интересным результатам: постоянная e_0 благодаря притяжению однородных масс необходимо достигает по крайней мере максимума величины $|^{1/2}cV^2|$, и вследствие этого в межзвездном пространстве, где V примерно равно нулю, плотность энергии становится «непомерно» высокой.

Фёппл хорошо понимает, что его понятие массы существенно отличается от понятия инертной массы.

«Там, где я говорю о массе,— замечает он,— я имею в виду под этим термином не величину, проявляющуюся в законе инерции или в фундаментальном уравнении движения, но, скорее, материальный субстрат Вселенной, поскольку он носитель гравитационных явлений. Следовательно, масса в этой связи синоним источника потока силы, подобно тому как это имеет место в теории электричества»²³.

²³ August Föppl, Über eine mögliche Erweiterung des Newton'schen Gravitations-Gesetzes, p. 96 (сноска 19).

Понятие отрицательной гравитационной массы, введенное Пирсоном и Фёпплом, вскоре стало предметом многочисленных философских спекуляций. Шустер, например, в статье, озаглавленной «Потенциальная материя — праздный вымысел», опубликованной в «Nature»²⁴, предлагает вообразить мир, в котором атомы являются источниками, посредством которых в трехмерное пространство втекает невидимый флюид. Постоянное творение этого флюида в источниках компенсируется его исчезновением в равном числе приемников. «Эти приемники могут образовывать другую совокупность атомов, возможно равную нашей собственной во всех отношениях, кроме одного: они взаимно притягивались бы друг к другу, но отталкивались бы от материи, с которой мы имеем дело на Земле». Шустер говорит далее об этих «антиатомах» как об «антиматерии» и рассматривает возможность того, что посредством слияния материи с антиматерией может произойти нейтрализация не только гравитации, но также и инерции. Такого рода «потенциальная материя» образуется по аналогии с исчезновением кинетической энергии и ее превращением в потенциальную энергию в качестве сохраняющегося запаса. «Не является ли наша не в меру превозносимая аксиома сохранения массы иллюзией, основанной на ограниченном опыте нашего непосредственного окружения?» Этим вопросом он заключает свои спекулятивные построения.

Для современного физика, изучающего космологические гипотезы непрерывного творения и ядерную динамику античастиц, предположения, подобные гипотезе Шустера, могут показаться чем-то большим, чем фантазия, хотя, конечно, понятие антиматерии у Шустера не совпадает с современным понятием античастиц. И все же он не стал бы переоценивать научное значение такого рода спекуляций. Однако результаты серьезных научных исследований часто приближаются к наиболее фантастическому полету воображения. Так, Кемпффер в недавних исследованиях относительно принципа Маха²⁵, следуя некоторым предположениям Моррисона и Голда, рассматривает

²⁴ «Nature», 58, 367 (1898).

²⁵ F. A. K e m p f f e r, On possible realizations of Mach's program, «Canadian Journal of Physics», 36, 151—159 (1958).

возможность того, что в дополнение к положительной гравитационной покоящейся массе материи и отрицательной гравитационной покоящейся массе антиматерии существует третьего рода гравитационная масса, но не «потенциальная масса» Шустера, а «кинетическая масса», которая имеет один и тот же знак как для материи, так и для антиматерии и которая исчезает как для материи, так и для антиматерии в состоянии покоя. Более точно, предполагается, что это именно то взаимодействие кинетических масс во Вселенной, посредством которого инерция как материи, так и антиматерии находит объяснение в соответствии с космологическим принципом Маха.

Я должен, однако, заметить, что Шифф в статье опубликованной в 1959 году «Гравитационные свойства антиматерии»²⁶ выдвинул ряд важных аргументов в пользу допущения, что *все* частицы материи, равно как и антиматерии, имеют положительные покоящиеся массы и положительные пассивные гравитационные массы.

Если, согласно принципу Маха, инерция является эффектом, зависящим от распределения материи, то любая асимметрия в распределении материи в пространстве должна вызвать анизотропию инерции: инерционное поведение макроскопических и микроскопических тел должно быть неодинаковым в различных направлениях. Наша Солнечная система занимает, как известно, ясно выраженное периферическое положение по отношению к Галактике. Поэтому весьма вероятно — если только справедлив принцип Маха, — что инерционная реакция земных объектов или пробных частиц является функцией их направления по отношению к центру Галактики. Выражаясь математически, масса перестает быть скалярной и становится тензорной величиной в ее отношении к векторным величинам силы и ускорения, имеющим направление.

Преимущество рассмотрения массы как тензора было отмечено, хотя и в другой связи, Дюнгеном в 1945 году²⁷, который предложил интерпретировать массу как тензор

²⁶ «Proceedings of the National Academy of Science», Washington, D. C., 45, 69—80 (1959).

²⁷ F. H. v a n d e n D u n g e n, Sur la notion de masse, «Akadémie Royale de Belgique, Bulletin de la classe des sciences», 31, 666—668 (1945).

второго ранга первоначально в интересах упорядочивания обозначений. Дюнген указал, что фундаментальное уравнение классической механики — $md^2x^i/dt^2 = F^i$, — записанное, как обычно, в терминах контравариантных векторов и правильное после перестановки dx^i , по определению, представляет собой контравариантные векторы. С другой стороны, скалярная величина работы определяется из уравнения $dW = F_i dx^i$ в терминах ковариантных компонентов вектора силы. Таким образом, требуется метрика для того, чтобы преобразовать контравариантные компоненты в ковариантные.

Если масса определяется как тензор m_{ij} , то ковариантный импульс p_i может быть выражен уравнением $p_i = m_{ij} dx^j/dt$ (суммирование по повторяющимся индексам j) и основной закон движения может быть записан в виде $dp_i/dt = F_i$. Если пренебречь эффектом направления (действие принципа Маха), как это имеет место в статье Дюнгена, то тензор массы для прямоугольных систем координат сводится к диагональному тензору $m_{ij} = m\delta_{ij}$ (δ_{ij} — символы Кронекера). Кинетическая энергия частицы выражается как инвариант $\frac{1}{2} m_{ik} (dx^i/dt) (dx^k/dt)$, и ее преобразование в косые координаты упрощается. Процедура легко может быть обобщена на релятивистскую массу, величина которой зависит от скорости. Но кроме такого разрастания системы обозначений, развиваемая процедура не дает никакого дальнейшего проникновения в физический смысл понятия массы.

Если, однако, масса представляется как тензор для того, чтобы экспериментально исследовать возможность эффекта направления в инерционной реакции материи, то результаты такого эксперимента продемонстрировали бы не только законность дискуссии относительно принципа Маха, но также пролили бы свет на понятие массы как на эффект индукции.

В экспериментальном исследовании анизотропии инерции Коккони и Сальпетер²⁸ предполагают, что вклад галактической материи в инертную массу земных объектов является максимальным, если эти объекты ускоряются

²⁸ G. Cocconi and E. Salpeter, A search for anisotropy of inertia, «Nuovo cimento», 10, 646—651 (1958).

в направлении (или от) ²⁹ к центру Галактики, и минимальным, если они ускоряются перпендикулярно этому направлению. Тензор массы m_{ij} характеризуется посредством направления трех основных осей и соответствующих диагональных элементов m_{ii} . Если диагональный элемент, соответствующий основной оси в направлении галактического центра, выбран как $m + \Delta m$ (а диагональные элементы для двух других осей взяты как $m - \frac{1}{2} \Delta m$, след от m), то вклад анизотропии $\Delta m/m$ может быть оценен на основе количественной формулировки принципа Маха. С этой целью Коккони и Сальпетер предполагают, что этот вклад зависит линейно от производящей инерцию массы M и является обратно пропорциональным k -ой степени расстояния. Кроме того, должна быть постулирована ограниченность сферы действия (в соответствии с радиусом Вселенной R в космологии). Если ρ есть средняя плотность материи внутри этой сферы действия, тогда, очевидно, изотропная часть инерции m пропорциональна

$$\int_0^R \frac{4\pi r^2 \rho dr}{r^k} = \frac{4\pi \rho}{3-k} R^{3-k}.$$

Если при добавлении массы M на расстоянии r от пробной частицы эта масса обуславливает анизотропный вклад Δm , то в таком случае ясно, что

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{M}{r^k} \frac{3-k}{4\pi R^{3-k}}.$$

При $\rho = 10^{-28} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$, $R = 10^{28} \text{ см}$ ($= cT$, где T^{-1} есть постоянная Хаббла, а c — скорость света) и предполагая $k = 1$, величина $\Delta m/m$ будет порядка 10^{-7} по отношению к Галактике; если $k = 0,25$, то $\Delta m/m \sim 10^{-11}$.

В принципе такой эффект должен наблюдаться во множестве макроскопических явлений, например при суточной вариации периода кварцевых часов. Так как, однако, в настоящее время точность измерений, необходимая для обнаружения эффекта, пока еще низка, поскольку

²⁹ Если бы инертная масса в направлении движения к центру Галактики отличалась от инертной массы в противоположном направлении, то обыкновенные силы перестали бы быть консервативными.

это касается макроскопических наблюдений, то Кокони и Сальпетер предложили микроволновое измерение зеемановского расщепления уровней одного электрона с различными ориентациями магнитного поля относительно центра Галактики. В этих измерениях может быть получена точность порядка одной части к 10^{11} . Карелли³⁰ предложил оптически точные измерения явлений двойной рефракции в жидкости или газе в видимой области (предполагая две перпендикулярные плоскости движения электронов). К сожалению, решающий эксперимент³¹ еще не осуществлен и вопрос о справедливости принципа Маха, равно как интерпретация массы в соответствии с этим принципом, остается еще интригующей проблемой.

³⁰ A. Carrelli, On Mach's principle, «Nuovo cimento», 13, 853—856 (1959).

³¹ Кокони и Сальпетер предложили также использовать эффект Мёссбауэра для того, чтобы увеличить точность измерения $\Delta m/m$ до 10^{-14} . См. «Physical Review Letters», 4, 176—177 (1960).