

## Глава XII

### ПОНЯТИЕ МАССЫ В ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

С точки зрения теории относительности поразительным образом обнаруживается, как инертная масса внутренним образом соотносится со всей структурой физической теории. Так как специальная теория относительности исключает из своего рассмотрения какие бы то ни было ссылки на гравитационные явления, предметом настоящей главы будет только инертная масса.

Для более глубокого проникновения в релятивистское понятие массы вернемся прежде всего к некоторым классическим чертам этого понятия. С этой целью мы примем элементарное (дорелятивистское) различие между сохранением (во времени) и инвариантностью и ковариантностью по отношению к преобразованиям координат, несмотря на тот факт, что законы сохранения в конечном счете выражают инвариантность по отношению к некоторым операциям симметрии. (Сохранение импульса или момента импульса есть следствие инвариантности гамильтониана по отношению к трансляциям или вращениям в пространстве, сохранение энергии следует из инвариантности при трансляции во времени, сохранение заряда — из инвариантности по отношению к градиентным преобразованиям и т. д.)

Будем считать, что величина  $Q$  «сохраняется», если численное значение  $Q$  не зависит от времени. Будем называть функцию  $F$  инвариантом по отношению к группе преобразований  $T$  (кратко —  $T$ -инвариантом), если значение  $F$  не изменяется при произвольных преобразованиях  $T$ , совершаемых над аргументами  $F$ . Наконец, пусть  $P(x, y, z, \dots)$  будет предложением, содержащим параметры  $x, y, z, \dots$ , и пусть эти последние подвергаются произвольным преобразованиям, принадлежащим группе преобразований  $S$ , так что  $x$  становится  $x'$ ,  $y$  становится

$y'$ ,  $z$  становится  $z'$ . Если предложение  $P'(x', y', z')$  имеет ту же самую логико-математическую структуру в  $x', y', z', \dots$ , какую  $P(x, y, z, \dots)$  имеет в  $x, y, z, \dots$ , то мы назовем  $P'$  формальным инвариантом, или ковариантом по отношению к группе преобразований  $S$ , или, кратко,  $S$ -ковариантом. Мы полностью сознаем известный недостаток логической строгости по отношению к представленной здесь терминологии, но ради простоты не будем подвергать бóльшей формализации наши дальнейшие рассуждения<sup>1</sup>.

Начнем с некоторых исторических замечаний. Одним из фундаментальных предложений классической механики является теорема сохранения импульса, ее выполнимость следует из второго и третьего законов движения Ньютона. Ограничиваясь системами из двух тел — из  $F_1 = m_1 a_1$  и  $F_2 = m_2 a_2$  — вместе с принципом действия и противодействия  $F_1 = -F_2$  получаем

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = 0$$

или — после интегрирования —

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = \text{const.}$$

Последнее выражение представляет собой запись принципа сохранения импульса ( $m$ ,  $u$ ,  $a$  и  $F$  обозначают соответственно массу, скорость, ускорение и силу).

Ньютон, ссылаясь на этот принцип мимоходом, как на закон сохранения центра тяжести, в пояснении 4 к своим законам движения пишет:

«Центр тяжести системы двух или нескольких тел от взаимодействия тел друг на друга не изменяет ни своего состояния покоя, ни движения; поэтому центр тяжести системы всех действующих друг на друга тел (при отсутствии внешних действий и препятствий) или находится в покое, или движется равномерно и прямолинейно»<sup>2</sup>.

Хотя Лагранж в своей «Аналитической механике»<sup>3</sup>, ссылаясь на приведенное место, приписывает Ньютону

<sup>1</sup> Более строгую трактовку см. в: J. C. C. McKinsey and P. Suppes, On the notion of invariance in classical mechanics, «British Journal for the Philosophy of Science», 5, 290—302 (1955).

<sup>2</sup> И. Ньютон, Математические начала..., стр. 47.

<sup>3</sup> Ж. Лагранж, Аналитическая механика, т. I, М., 1950, стр. 316.

открытие этого принципа, известно, что уже Декарт<sup>4</sup> установил его (правда, не в полной формулировке) и что Гюйгенс, Мариотт, Валлис и Врен использовали этот принцип в своих исследованиях удара тел<sup>5</sup>. Д'Аламбер и в особенности Лагранж полностью создавали фундаментальное значение этого принципа для ньютоновой механики. Этот принцип имеет значение и для маховского определения массы, как мы уже видели выше.

После краткого отступления вернемся теперь к дорелятивистскому понятию массы. Механика Ньютона утверждает постоянство массы как для отдельного тела, так и для системы тел, а также ее инвариантность по отношению к преобразованиям Галилея. Увеличение или уменьшение массы всегда интерпретировалось в классической физике как приток и отток материи, что является, конечно, естественнонаучным выражением принципа неразрушимости материи при отождествлении материи и массы, как уже неоднократно отмечалось.

С целью дальнейших ссылок и в отличие от новых данных теории относительности мы произведем формальное доказательство некоторых теорем, относящихся к дорелятивистскому понятию массы и его связи с группой преобразований Галилея  $G$ :

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (1)$$

*Теорема А.* Масса является  $G$ -инвариантом.

*Доказательство.* Наше доказательство основывается на определении массы как отношения силы к ускорению.  $G$ -инвариант силы есть следствие того факта, что ньютоновские силы представляют собой функцию только расстояния, а расстояния в свою очередь являются  $G$ -инвариантами ( $x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1, \dots$ ).  $G$ -инвариантность ускорения непосредственно следует из уравнений (1).

<sup>4</sup> Рене Декарт, Избранные произведения, М., 1950, «Начала философии», стр. 485: «Когда одна частица материи движется вдвое скорее другой, а эта последняя по величине вдвое больше первой, то в меньшей столько же движения, сколько и в большей из частиц; и что насколько движение одной частицы замедляется, настолько же движение какой-либо иной возрастает».

<sup>5</sup> Более детально см. Рене Дугас, La mécanique au XVIIe siècle (Editions du Griffon, Paris, Neuchatel 1954).

Таким образом, масса как отношение двух  $G$ -инвариантных величин сама является  $G$ -инвариантом.

*Теорема В.* Теорема сохранения импульса есть  $G$ -ковариантное предложение.

*Доказательство.* Рассмотрим столкновение двух тел с массами  $m_1$  и  $m_2$ . Пусть скорости двух тел перед столкновением будут  $u_1$  и  $u_2$ , а после столкновения соответственно  $\bar{u}_1$  и  $\bar{u}_2$ . Относительно принятой системы отсчета  $R$  теорема сохранения импульса утверждает, что

$$\sum_{i=1}^2 m_i u_i = \sum_{i=1}^2 m_i \bar{u}_i. \quad (2)$$

По отношению к системе отсчета  $R'$ , движущейся с постоянной скоростью  $\mathbf{v}$  относительно первой системы, скорости перед столкновением и после столкновения даются с помощью формул:

$$\mathbf{u}'_i = \mathbf{u}_i - \mathbf{v}; \quad \bar{\mathbf{u}}'_i = \bar{\mathbf{u}}_i - \mathbf{v} \quad (3)$$

(при  $i = 1$  или  $2$ ), как это следует из уравнений (1). Подставляя эти величины в уравнение (2), мы получаем

$$\sum m_i (\bar{\mathbf{u}}'_i + \mathbf{v}) = \sum m_i (\bar{\mathbf{u}}_i + \mathbf{v}) \quad (4)$$

или

$$\sum m_i \mathbf{u}'_i = \sum m_i \bar{\mathbf{u}}'_i. \quad (5)$$

Так как, согласно теореме А,  $m_i = m'_i$ , то

$$\sum m'_i \mathbf{u}'_i = \sum m'_i \bar{\mathbf{u}}'_i, \quad (6)$$

что и является теоремой сохранения линейного импульса для  $R'$ .

*Теорема С.* Масса не зависит от скорости.

*Доказательство.* Рассмотрим столкновение идентичных и абсолютно неупругих тел в системе отсчета  $R$ . Пусть их скорости в системе  $R$  перед столкновением будут  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}$  и  $\mathbf{u}_2 = -\mathbf{u}$ . После столкновения их скорости равны нулю. С точки зрения системы  $R'$  их скорости перед столкновением равны

$$\mathbf{u}'_1 = \mathbf{u} - \mathbf{v}, \quad \mathbf{u}'_2 = -\mathbf{u} - \mathbf{v}. \quad (7)$$

Общий импульс перед столкновением будет

$$m' (u'_1) \mathbf{u}'_1 + m' (u'_2) \mathbf{u}'_2. \quad (8)$$

который на основании теоремы *B* представляет собой векторную величину в направлении  $\mathbf{v}$ . Таким образом,

$$m'(u'_1) \mathbf{u}'_1 + m'(u'_2) \mathbf{u}'_2 = \alpha \mathbf{v}. \quad (9)$$

Принимая во внимание уравнение (7), получаем:

$$m'(u'_1) (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + m'(u'_2) (-\mathbf{u} - \mathbf{v}) = \alpha \mathbf{v}. \quad (10)$$

В общем случае это возможно лишь при

$$m'(u'_1) = m'(u'_2), \quad (11)$$

что доказывает справедливость теоремы по отношению к системе  $R'$ . Из теоремы *A* получаем, что независимость массы от скорости сохраняется в любой галилеевой системе.

Напомним таким образом дорелятивистские положения, вернемся теперь к рассмотрению понятия массы с точки зрения специальной теории относительности. В развитии релятивистского понятия массы можно различить три различных этапа, связанных с именами Эйнштейна, Льюиса и Толмена и, наконец, Минковского.

В своей исторической статье «К электродинамике движущихся тел»<sup>6</sup> Эйнштейн развил понятие массы, зависящей от скорости, из электродинамических соображений. Обосновав в кинематической части статьи так называемые уравнения преобразований Лоренца, Эйнштейн рассматривает в «Электродинамической части» (часть II) движение частицы с зарядом  $e$  и массой  $m_0$ , «поскольку ее движение является медленным». В параграфе, озаглавленном «Динамика (слабо ускоренного) электрона», Эйнштейн дает уравнения

$$\begin{aligned} m_0 \frac{d^2x}{dt^2} &= eE_x, \\ m_0 \frac{d^2y}{dt^2} &= eE_y, \\ m_0 \frac{d^2z}{dt^2} &= eE_z, \end{aligned} \quad (12)$$

которые описывают переход заряженной частицы из состояния покоя в состояние движения по отношению к системе отсчета  $R$ . Для того чтобы найти закон движения частицы, имевшей первоначально скорость  $v$  по отношению к

<sup>6</sup> А. Эйнштейн, К электродинамике движущихся тел, Собрание научных трудов, т. I, М., 1965.

системе  $R$ , Эйнштейн рассматривает ситуацию с точки зрения системы  $R'$ , движущейся со скоростью  $v$  относительно  $R$ . В этой системе  $R'$ , ситуация идентична случаю перехода от состояния покоя к состоянию движения (в  $R$ ). Согласно принципу относительности,

$$\begin{aligned} m_0 \frac{d^2 x'}{dt'^2} &= e E'_x, \\ m_0 \frac{d^2 y'}{dt'^2} &= e E'_y, \\ m_0 \frac{d^2 z'}{dt'^2} &= e E'_z. \end{aligned} \quad (13)$$

Масса частицы по отношению к системе  $R'$  снова становится массой медленно движущейся частицы и на основании принципа относительности должна быть равной  $m_0$ . При помощи уравнений Лоренца предшествующие уравнения могут быть теперь преобразованы в координатах  $R$ , давая для движения вдоль оси  $O_x$  следующие уравнения:

$$\begin{aligned} m_0 \gamma^3 \frac{d^2 x}{dt^2} &= e E'_x, \\ m_0 \gamma^2 \frac{d^2 y}{dt^2} &= e E'_y, \\ m_0 \gamma^2 \frac{d^2 z}{dt^2} &= e E'_z, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\gamma$  равна  $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ . Так как правые члены уравнений (14) «являются компонентами поперечной силы, действующей на электрон, причем эти компоненты рассматриваются в координатной системе, которая в данный момент движется вместе с электроном с такой же, как у электрона, скоростью», сравнение <sup>7</sup> с традиционной формулой — масса  $\times$  ускорение = силе — показывает, что продольная масса равна  $\gamma^3 m_0$ , а поперечная —  $\gamma^2 m_0$ :

$$\text{Продольная масса} = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}, \quad (15)$$

$$\text{Поперечная масса} = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}. \quad (16)$$

<sup>7</sup> В связи с настоящим определением силы Эйнштейном см. M a x P l a n c k, Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik, «Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft», 4, 136—141 (1906).

Замечание Эйнштейна, что «мы будем получать другие значения масс при другом определении силы и ускорения»<sup>8</sup>, ясно показывает, что он сознавал произвольность своего определения массы. Действительно, если силы определить таким образом, что законы импульса и энергии принимают простейшую форму, тогда в силу тожде-

$$\gamma^3 \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \gamma \frac{dx}{dt} \right)$$

уравнение (14) приняло бы форму:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 v}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \right] = \text{вектор силы.} \quad (17)$$

Сравнивая это выражение с первоначальным ньютоновским определением силы как меры изменения импульса и определяя массу как коэффициент при скорости в выражении для импульса, мы видим, что зависимость массы от скорости дается общей формулой:

$$m = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}. \quad (18)$$

Такой результат, жизненно важный для самой механики, был получен из заключений, основывающихся на электромагнитной теории Максвелла — Герца, и в нем, вообще говоря, чувствовался серьезный и близкий подход к теории относительности. Таким образом, было естественным исследовать вывод уравнения (18) без обращения к немеханическим теориям. Выполнение этой задачи представляет собой вторую стадию в развитии релятивистского понятия массы.

В статье, опубликованной в 1909 году и озаглавленной «Принцип относительности и неньютоновская механика»<sup>9</sup> Льюис и Толмен дали вывод уравнения (18), основанный на теореме сохранения импульса и на уравнениях преобразований Лоренца. Они рассматривают две системы отсчета  $a$  и  $b$ , движущиеся равномерно по направлению общей оси  $x$ .

<sup>8</sup> А. Эйнштейн, К электродинамике движущихся тел, стр. 34 (сноска 6).

<sup>9</sup> Gilbert N. Lewis and Richard C. Tolman, «Philosophical Magazine», 18, 510—523 (1909).

«Экспериментатор  $A$  в первой системе изготавливает шар из твердого материала объемом в один кубический сантиметр и приводит его в движение со скоростью  $1 \text{ см/сек}$  по направлению к системе  $b$  (перпендикулярно линии относительного движения двух систем). В другой системе экспериментатор  $B$  изготавливает из того же материала подобный шар объемом в  $1 \text{ см}^3$  в своих единицах, и сообщает ему, также в своих единицах, скорость в  $1 \text{ см/сек}$  по направлению к  $a$ . Эксперимент планируется таким образом, что шары должны столкнуться и, отскочив, изменить первоначальные пути. Так как две системы полностью симметричны, что очевидно на основании принципа относительности, то (алгебраическое) изменение скорости первого шара, как оно измерено экспериментатором  $A$ , равно изменению скорости второго шара, как оно измерено экспериментатором  $B$ . Может случиться, что наблюдатель  $A$ , рассматривающий себя покоящимся, приходит к выводу, что реальное изменение скорости шара  $b$  отличается от изменения скорости его собственного шара, так как он помнит, что в то время как единица длины остается одной и той же в поперечном направлении в обеих системах, единица времени длиннее в движущейся системе.

Скорость измеряется в сантиметрах в секунду и так как секунда длиннее в движущейся системе, в то время как сантиметр в рассматриваемом направлении остается одним и тем же в обеих системах, то наблюдатель  $A$ , использующий единицы своей собственной системы, приходит к выводу, что изменение скорости шара  $b$  меньше в отношении  $(1 - \beta^2)^{1/2}:1$ , чем изменение скорости шара  $a$ . Изменение скорости каждого шара, умноженное на его массу, дает изменение импульса. Далее, на основании закона сохранения импульса, экспериментатор  $A$  полагает, что каждый шар испытывает одно и то же изменение импульса, и поэтому, так как он уже решил, что шар  $b$  испытывает меньшее изменение скорости в отношении  $(1 - \beta^2)^{1/2}:1$ , он должен прийти к заключению, что масса шара в системе  $b$  больше, чем масса его собственного шара в отношении  $1:(1 - \beta^2)^{1/2}$ . На основании этого он должен допустить, что масса тела возрастает с увеличением его скорости»<sup>10</sup>.

Мы еще раз видим, что масса определяется таким образом, чтобы удовлетворять некоторому математическому уравнению. В данном случае этим уравнением является закон сохранения импульса,  $G$ -инвариантность которого молчаливо предполагается Льюисом и Толменом.

Кэмпбелл в своей статье «Теория относительности и сохранение импульса» критикует рассуждения в только что процитированном отрывке. В особенности он направляет свои возражения против неопределенности таких выражений, как «реальное изменение скорости», используемых двумя авторами. «Когда он (Толмен) приступает

<sup>10</sup> Ibid., p. 517.



к подсчету «реального изменения», — говорит Кэмпбелл, — не объясняя, что он понимает под этим термином, я подозреваю, что он употребляет слова, которым не может сопоставить какого-либо значения»<sup>11</sup>. Хотя это настойчивое требование большей точности утверждений, несомненно, справедливо, тем не менее Кэмпбелл, конечно, ошибался в своих возражениях против результатов этих исследований. Его утверждение, что результат для случая столкновения по линии относительного движения необоснован, было вскоре опровергнуто другой статьей Толмена в 1912 году<sup>12</sup>, в которой он выводит уравнение (18) для случая прямого столкновения по общему направлению движения двух систем отсчета.

Между тем Эпштейн строгим образом вывел формулу для столкновения тел, движущихся перпендикулярно друг другу<sup>13</sup>. Общий случай упругого столкновения двух движущихся тел был предметом детального исследования для Ф. Юттнера<sup>14</sup> на основе чисто механических рассуждений.

Все эти исследования предполагают справедливость принципа сохранения импульса и дают вывод зависимости массы от скорости на основании тонко продуманных мысленных экспериментов. Их общий отправной пункт состоит в следующей теореме, которая может быть сравнима с теоремами  $A - C$ :

*Теорема D.* Если теорема сохранения импульса представляет собой  $L$ -ковариантное предложение, то масса не может быть независимой от скорости.

*Доказательство.* Рассмотрим идеально неупругое столкновение двух одинаковых тел, движущихся по направлению оси  $x$  в системе отсчета  $R$  с равными и противоположно направленными скоростями  $u_1 = u$ , а  $u_2 = -u$ .

<sup>11</sup> Norman Campbell, «Philosophical Magazine», 21, 626—630 (1911).

<sup>12</sup> Richard C. Tolman, Non-Newtonian mechanics, the mass of a moving body, «Philosophical Magazine», 23, 375—380 (1912).

<sup>13</sup> Paul S. Epstein, Über relativistische Statik, «Annalen der Physik», 36, 779—795 (1911). Вывод формулы (18) дается в разделе 4 этой статьи. Современный вариант вывода Эпштейна см. в: П. Г. Бергман, Введение в теорию относительности, М., 1947, стр. 124—130.

<sup>14</sup> Ferencz Jüttner, Die Gesetze des Stosses in der Lorentz-Einsteinschen Relativtheorie, «Zeitschrift für Mathematik und Physik», 62, 410—433 (1913).

После удара их скорости равны нулю. По отношению к системе отсчета  $R'$ , движущейся относительно  $R$  по направлению общей оси  $x$  со скоростью  $v$ , скорости двух тел будут равны до столкновения

$$u'_1 = \frac{u-v}{1-uv/c^2}, \quad u'_2 = \frac{-u-v}{1+uv/c^2}, \quad (19)$$

и после столкновения

$$\bar{u}'_1 = \bar{u}'_2 = -v, \quad (20)$$

как это следует из уравнений преобразования Лоренца. Допустим, что масса не зависит от скорости. Из этого допущения и  $L$ -ковариантного закона сохранения мы получаем для  $R'$

$$m'u'_1 + m'u'_2 = m'\bar{u}'_1 + m'\bar{u}'_2. \quad (21)$$

Подставляя из уравнений (19) и (20) и сокращая не зависящую от скорости массу  $m'$ , будем иметь:

$$\frac{u-v}{1-uv/c^2} + \frac{-u-v}{1+uv/c^2} = -2v. \quad (22)$$

Полагая  $v = u$ , получаем

$$\frac{2u}{1+u^2/c^2} = 2u. \quad (23)$$

Последнее выражение показывает, что наше допущение о независимости массы от скорости несовместимо с  $L$ -ковариантностью теоремы сохранения.

Таким образом, теория относительности оказалась перед выбором: либо отбросить Лоренц-ковариантную теорему сохранения линейного импульса, либо принять вывод, что масса есть величина, зависящая от скорости. Вторая альтернатива оказалась более удобной в методологическом отношении.

В развитии этих идей до сих пор еще не получило полного применения понятие четырехмерного вектора, посредством которого теория относительности и в особенности релятивистская динамика могут быть представлены значительно яснее и философски более удовлетворительно, как мы знаем об этом со времени опубликования в 1908 году работы Минковского, составившей эпоху<sup>15</sup>. На языке

<sup>15</sup> Г. Минковский, Пространство и время, «Успехи физических наук», т. 69, вып. 2, 1959, стр. 303—320.

четырёхмерных векторов — и это представляет собой третью стадию из упомянутых выше — динамические свойства частицы характеризуются при помощи так называемого вектора энергии-импульса  $P^i$ , который постулируется, во-первых, всегда параллельным четырёхмерной скорости  $U^i [ = dx/d\tau, dy/d\tau, dz/d\tau, d(ict)/d\tau$ , где  $d\tau$  есть элемент пространства-времени] и, во-вторых, постоянным во времени для свободной частицы. Эти условия предполагают, что

$$P^i = m_0 U^i, \quad (24)$$

где  $m_0$  является инвариантом, так называемой собственной массой (или массой покоя) частицы. На основании соотношения  $d\tau = dt (1 - \beta^2)^{1/2}$  пространственными компонентами  $P^i$  будут

$$P^1 = \frac{m_0 dx/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad P^2 = \frac{m_0 dy/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad P^3 = \frac{m_0 dz/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \quad (25)$$

или в трёхмерном обозначении

$$\mathbf{P} = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \mathbf{v}. \quad (26)$$

Отождествляя — как в классической механике — коэффициент при скорости в выражении импульса с массой частицы, мы получаем

$$m = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (27)$$

Можно также дать формальное доказательство сохранения (постоянства во времени) собственной массы свободной частицы (в отсутствии взаимодействия). Так как

$$\frac{dP^i}{d\tau} = \frac{dm_0}{d\tau} U^i + m_0 \frac{dU^i}{d\tau} = 0, \quad (28)$$

то умножение на  $U^i$  даёт

$$\frac{dm_0}{d\tau} U^i U^i + m_0 \frac{dU^i}{d\tau} U^i = 0. \quad (29)$$

Второе слагаемое в левой части этого уравнения обращается в нуль благодаря постоянству длины четырёхмерного вектора. Следовательно,

$$\frac{dm_0}{d\tau} = 0, \quad (30)$$

или, так как  $d\tau = dt(1 - \beta^2)^{1/2}$ ,

$$\frac{dm_0}{dt} = 0. \quad (31)$$

Вывод уравнения (27) с помощью исчисления четырехмерных векторов раскрывает, как это сделано в только что рассмотренном случае столкновения частиц, концептуальный характер зависимости массы от скорости, имеющий смысл определения\*. Именно новое соотношение между пространством и временем, другими словами, кинематика Лоренца — Минковского приводит к своеобразной функциональной зависимости импульса от скорости и, следовательно, к зависимости массы от скорости. Это не новое свойство материи, которое было открыто, и не таинственная или скрытая черта природы, обнаруженная наукой.

И все же не подвергалось ли релятивистское уравнение (27) экспериментальной проверке? Действительно, поскольку электромагнитная теория Абрагама вела к функциональной зависимости массы от скорости и эта зависимость отличалась от соответствующей зависимости в теории относительности, было предпринято большое число экспериментальных исследований начиная с 1906 года с целью выбора между конкурирующими теориями.

Как мы уже видели <sup>16</sup>, в электромагнитной теории материи зависимость поперечной массы от скорости дается формулой

$$m = f_1(\beta),$$

где

$$f_1(\beta) = \frac{3}{4} \frac{m_0}{\beta^2} \left( \frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 1 \right).$$

С другой стороны, в теории относительности

$$m = f_2(\beta),$$

где

$$f_2(\beta) = m_0(1 - \beta^2)^{-1/2}.$$

Развертывая  $f_1(\beta)$  и  $f_2(\beta)$  в степенные ряды по  $\beta$ ,

$$f_i(\beta) = f_i(0) (1 + a_{i1}\beta + a_{i2}\beta^2 + \dots) \quad (i = 1, 2),$$

<sup>16</sup> См. стр. 155 данной книги.

легко заметим, что в теории Абрагама  $a_{11} = \frac{2}{5}$ ,  $a_{12} = \frac{9}{35}$ , в то время как в теории Эйнштейна  $a_{21} = \frac{1}{2}$  и  $a_{22} = \frac{3}{8}$ . Поэтому измерение отношения заряда к массе  $e/m$  как функции от  $v = \beta c$  должно обеспечить возможность выбора.

Первоначальные эксперименты Кауфмана, как мы уже видели, были с энтузиазмом интерпретированы как экспериментальное подтверждение концепции массы Абрагама. Так, например, Шварцшильд начинает свою статью «Об электродинамике»<sup>17</sup> с утверждения: «Теория Абрагама необычайно строгим образом получила подтверждение в опытах, осуществленных Кауфманом». Но уже начиная с 1908 года различные эксперименты, и в особенности выполненные Бухерером<sup>18</sup>, определенно говорили в пользу релятивистской концепции. Зависимость электромагнитной массы от скорости стала предметом многочисленных экспериментов и еще более многочисленных дискуссий<sup>19</sup>. Среди этих исследований необходимо отметить наиболее важные работы Висса и Коттона<sup>20</sup>,

---

<sup>17</sup> K. Schwarzschild, Zur Elektrodynamik, «Göttinger Nachrichten», (1903), S. 245—278. В подлиннике это утверждение выглядит следующим образом: «Herr Abrahams Theorie hat sich an den Versuchen von Herrn Kaufmann in der erstaunlichsten Weise bewährt».

<sup>18</sup> A. H. Bucherer, Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie, «Physikalische Zeitschrift», 9, 755—762 (1908); Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips, «Annalen der Physik», 28, 513—536 (1909); Nachtrag zu meiner Arbeit «Bestätigung des Relativitätsprinzips», «Annalen der Physik», 29, 1063 (1909); A. V e s t e l m e y e r, Bemerkungen zu der Abhandlung Herrn A. H. Bucherer «Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips», «Annalen der Physik», 30, 166—174 (1909); A. H. B u c h e r e r, Antwort auf die Kritik des Herr A. Bestelmeyer bezüglich meiner experimentellen Bestätigung des Relativitätsprinzips, «Annalen der Physik», 30, 974—986 (1909); A. V e s t e l m e y e r, Erwiderung auf die Antwort des Herrn A. H. Bucherer, «Annalen der Physik», 32, 231—235 (1910).

<sup>19</sup> Взаимный обмен мнений между Бухерером и Бестельмейером является лишь примером. Сравнительно недавно детальный анализ метода Бухерера был проведен Цаном и Списом в их статье «Критический анализ классических экспериментов по релятивистскому изменению массы электрона», см. «Physical Review», 53, 511—521 (1938). Авторы приходят к заключению, что фильтры скоростей, примененные Бухерером, были несовершенны, так что разложение для скоростей, больших  $0,7c$ , было слишком слабым, чтобы получить убедительный результат.

<sup>20</sup> «Journal de Physique», 6, 429 (1907).

Классена <sup>21</sup>, Вольца <sup>22</sup>, Гмелина <sup>23</sup>, Гупки <sup>24</sup>, Гюи и Ратновского <sup>25</sup>, Малассеза <sup>26</sup>, Шефера <sup>27</sup> и Неймана <sup>28</sup>. Подобным образом измерения отношения заряда к массе электростатически ускоренных электронов, выполненные в 1921 году Гюи и Лаванши <sup>29</sup>, эксперименты по ядерной спектроскопии, осуществленные в 1940 году М. Роджерсом, Мак-Рейнольдсом и Ф. Роджерсом <sup>30</sup>, определение отношения заряда к массе протонов, которое проделали Гров и Фокс на 140-дюймовом синхроциклотроне в Карнегийском технологическом институте в 1953 году, — три наиболее значительных эксперимента такого рода за последние 40 лет — были интерпретированы как определенный ответ в пользу релятивистской формулы. Однако Фараго и Яноши <sup>31</sup>, еще раз проверившие все экспериментальные доказательства, пришли к заключению, что эксперименты, выполненные до сих пор, «подтверждают

---

<sup>21</sup> «Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft», 10, 700 (1908).

<sup>22</sup> K. W o l z, Die Bestimmung von  $e/m$ , «Annalen der Physik», 30, 273—288 (1909).

<sup>23</sup> P. G m e l i n, Der Zeemaneffekt einiger Quecksilberlinien in schwachen Magnetfeldern, «Annalen der Physik», 28, 1079—1087 (1909).

<sup>24</sup> E. H u p k a, Beitrag zur Kenntnis der trägen Masse bewegter Elektronen, «Annalen der Physik», 31, 169—204 (1910).

<sup>25</sup> C. E. G u y e, S. R a t n o v s k y, Sur la variation de l'inertie de l'électron en fonction de la vitesse dans les rayons cathodiques et sur le principe de relativité, «Comptes rendus» 150, 326—329 (1910). На стр. 329 авторы заявляют: «Принцип относительности находится в согласии с опытом».

<sup>26</sup> «Annales de Chimie et de Physique», 23, 231 (1911).

<sup>27</sup> C. S c h ä f e r, Die träge Masse schnell bewegter Elektronen, «Physikalische Zeitschrift», 14, 1117—1118 (1913).

<sup>28</sup> G. N e u m a n n, Die träge Masse schnell bewegter Elektronen, «Annalen der Physik», 45, 529—579 (1914). Подводя итоги ситуации, в 1914 году Нейман приходит к выводу, что для  $0,4 \leq \beta \leq 0,7$  метод отклонения говорит в пользу релятивистского изменения, но для  $0,7 \leq \beta \leq 0,8$  никакого определенного вывода не может быть сделано.

<sup>29</sup> C. E. G u y e, C. L a v a n c h y, «Mémoires de la Société de Physique de Genève», 39, 315 (1921).

<sup>30</sup> M. M. R o g e r s, A. W. M c R e y n o l d s and F. T. R o g e r s, A determination of the masses and velocities of three radium B beta-particles, «Physical Review», 57, 379—383 (1940).

<sup>31</sup> P. S. F a r a g ó and L. J á n o s s y, Review of the experimental evidence for the law of variation of the electron mass with velocity, «Nuovo cimento», 5, 1411—1436 (1957).

справедливость релятивистской формулы со значительно меньшей строгостью, чем это предполагается в подобных случаях». Действительно, с их точки зрения, только исследование тонкой структуры водородоподобного спектра подтверждает уравнение теории относительности с высокой степенью точности.

Так как эксперименты со свободными электронами, кажется, до сих пор не дали достаточного основания для выбора между формулой Абрагама и формулой Эйнштейна и так как спектроскопические обоснования, будучи к тому же косвенными, относятся только к довольно узкой области скоростей, то вполне строгое непосредственное доказательство этой чрезвычайно важной зависимости массы от скорости все еще остается предметом серьезных забот экспериментальной физики. Однако все согласны с тем, что проблема заключается лишь в увеличении технической точности.

Далее, возможно ли в таком случае, чтобы зависимость массы от скорости, будучи простым определением или конвенциональным постулатом, стала фактической, эмпирически достоверной и экспериментально измеримой ситуацией?

Эта специфическая проблема была подвергнута обсуждению К. Фогтгером в статье, озаглавленной «Изменчивость массы в теории относительности»<sup>32</sup>. Фогтер противопоставляет физика-позитивиста, утверждающего, что «изменчивость массы так же мало подтверждается измерением, как и что-либо другое, если измерение означает произвольное познание отношений во внешнем мире», физика-реалисту, у которого «изменчивость массы есть измеримое отношение и как таковое достоверно и удовлетворяет формуле теории относительности». Автор настоящей книги не согласен с выводом Фогтера, что «изменчивость массы по теории относительности не является однозначно определенной, так как скорость  $v$  и тело отсчета, к которому она относится, не могут быть установлены единственным образом, и, таким образом, экспериментальное подтверждение должно вести к *contradictio in adjecto*. Реальность, которая подтверждается так неопре-

---

<sup>32</sup> Karl Vogtherr, The variability of mass in the theory of relativity, «Methodos», 9, 199—207 (1957).

деленно, которая является «такой» и в то же самое время «другой», представляется немыслимой»<sup>33</sup>. Решение проблемы состоит, вероятно, в следующем. Подобно тому как дорелятивистское определение инертной массы было частью и областью физической теории как целого, экспериментальное определение массы в теории относительности чрезвычайно тесно связано с множеством операций и интерпретаций и не должно рассматриваться в качестве изолированного факта.

Чтобы пояснить эту точку зрения, обсудим более детально «экспериментальное подтверждение зависимости массы от скорости в теории относительности». В упомянутых уже классических экспериментах электроны высоких скоростей, обладающие зарядом  $e$  и испускаемые радиоактивными источниками или искусственно ускоренные, подвергаются воздействию электрического и магнитного полей  $E$  и  $H$ . Прежде всего путем нормируемого равновесия пучка между пластинами конденсатора, где электрическая сила  $eE$  погашается магнитной силой  $evH$ , скорость  $v$  определяется как  $E/H$ . Далее, на основании измерения радиуса кривизны  $r$  электронного пучка вне конденсатора определяется отношение  $e/m(v)$  из уравнения

$$evH = m(v)v^2/r.$$

Таким образом выявляется соотношение между  $m(v)$  и  $v$ , о котором, если оно соответствует уравнению (27), говорят, что оно «подтверждает зависимость массы от скорости». Однако вышеприведенное уравнение может также быть написанным и в таком виде:

$$ev(1 - v^2/c^2)^{1/2}H = m_0v^2/r,$$

т. е. без упоминания идеи «изменчивости массы». В таком случае в экспериментах по отклонению проверялось бы сравнительно сложное отношение между  $r$  и  $v$ , в котором  $e$  и  $m_0$  брались бы в качестве констант. Более того, результаты экспериментов по отклонению могут быть интерпретированы как обнаружение зависимости заряда  $e$  от скорости, на что было указано Бушем в его статье «Сила между движущимися зарядами»<sup>34</sup>. Возможность другой

<sup>33</sup> Ibid., p. 203.

<sup>34</sup> V. Bush, The force between moving charges, «Journal of Mathematics and Physics», 5, 129 (1925—26).



интерпретации этих эмпирических результатов была показана также О'Рейлли <sup>35</sup>.

Мы, таким образом, представляем себе, что неопределенность в интерпретации эмпирических данных есть результат того, что обсуждаемые понятия носят характер определений. Поскольку, однако, приняты конкретные, хотя и произвольные, определения теоретических понятий, процесс подтверждения — в пределах одной и той же теории — теряет свою неопределенность и становится единственно значимой операцией. То, что основные понятия имеют характер определения, имеет свою аналогию в интерпретации экспериментальных результатов. Момент произвольности операции в конструировании понятий теории снова выступает в описательной интерпретации эмпирических данных. Масса в теории относительности является просто результатом некоторых операций, определения, или спецификации, которых внутренне связаны с пространственно-временными представлениями. Только благодаря этим связям результат измерительных операций действительно зависит от скорости.

С увеличением скорости масса возрастает. Таким образом, очевидно, что все ассоциации с понятием количества материи, которое исторически предшествовало понятию массы, являются полностью потерянными, как это уже произошло в электромагнитной теории материи. Иначе мы должны будем прийти к выводу, что движение порождает материю — результат, против которого решительно выступил Буллиальд еще в 1639 году <sup>36</sup>.

<sup>35</sup> Alfred O'Rahilly, *Electromagnetics, a discussion of fundamentals* (Cork University Press, Cork; Longmans, Green, London, New York, 1938). См. также Parry Moon and Dominica Eberle Spencer, *The new electrodynamics and its bearing on relativity*, в: «Kritik und Fortbildung der Relativitätstheorie» (Akademische, Druck- und Verlagsanstalt, Graz, 1958), S. 144—159.

<sup>36</sup> Ismael Bullialdus (Boulliaud), *Philosopicae dissertationis de vero systemate mundi libri quatuor* (Amsterdam, 1639). В своем исследовании ускорения (и тяжести) свободного падения (кн. I, гл. 4) Буллиальд критикует теорию, согласно которой тело в процессе падения и благодаря падению приобретает дополнительную тяжесть. Если бы это было так, говорит он, то «отсюда следовало бы, что посредством локального движения можно произвести нечто подобное материи; это, однако, ошибочно, так как на основании локального движения можно только утверждать «где», но нельзя получить никакой новой субстанции».