ПЕРВАЯ ГЛАВА

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАТЕМАТИКИ XVII ВЕКА

Научная революция Нового времени

Новым временем нередко условно называют XVII и XVIII века.

В Европе, и прежде всего в экономически более развитых государствах, в эту пору укреплялся новый общественный строй — капитализм. Составной частью этого процесса была техническая революция — переход от мануфактурной промышленности к фабричной и целая серия изобретений, среди которых особое место заняло создание паровой машины. Ф. Энгельс писал, что это орудие «в большей мере, чем что-либо другое, будет революционизировать общественные отношения во всем мире» и «сначала доставит буржуазии социальное и политическое господство, а затем вызовет классовую борьбу между буржуазией и пролетариатом» [1]. Приход к власти буржуазии происходил в острой идеологической и политической борьбе, и в ряде стран для этого потребовался революционный взрыв. Новое время явилось в Европе эпохой буржуазных революций, растянувшихся более чем на два столетия — от революции в Нидерландах конца XVI в., покончившей с испанским владычеством, до революций во Франции и странах Центральной Европы в середине XIX в.

Новое время было вместе с тем эпохой научной революции. Цепную реакцию великих преобразований во всех областях естествознания начали географические открытия XV—XVI вв., связавшие между собой все обитаемые людьми территории нашей планеты.

Подобно общественным революциям, научная революция Нового времени подготовлялась задолго до первого открытого взрыва. В недрах идеологического «старого режима» накоплялись идеи и факты, которым суждено было послужить его низвержению. Старому мировоззрению удары наносили ереси и церковные расколы, гуманизм и Возрождение, философская мысль и научные открытия. Эта борьба укрепляла веру в силу разума и светской науки, независимой от авторитетов натурфилософии и теологии.

Подобно общественным революциям, научная революция Нового времени не была одноактным событием. Первый этап ее продолжался почти около двухсот лет — от Коперника до Ньютона. В течение XVI и XVII вв. она охватила ряд областей знаний — прежде всего астрономию, затем почти одновременно и совместно механику и математику, отчасти оптику.

---

[1] *Ф. Энгельс.* Диалектика природы. М., 1969, стр. 154—155.

Вместе с тем радикальные изменения претерпела концепция мира в целом. Первый удар был нанесен по геоцентрической системе мира, которая обеспечивала за человеком и Землей привилегированное место во Вселенной. Ф. Энгельс ярко характеризовал это событие:

«Революционным актом, которым исследование природы заявило о своей независимости и как бы повторило лютеровское сожжение папской буллы, было издание бессмертного творения, в котором Коперник бросил — хотя и робко и, так сказать, лишь на смертном одре — вызов церковному авторитету в вопросах природы. Отсюда начинает свое летосчисление освобождение естествознания от теологии, хотя выяснение между ними отдельных взаимных претензий затянулось до наших дней и в иных головах далеко еще не завершилось даже и теперь. Но с этого времени пошло гигантскими шагами также и развитие наук...»[1].

Геоцентрическая система Птолемея царила пятнадцать столетий, гелиоцентрическая система Коперника, обнародованная в 1543 г., утвердилась в науке за три четверти века. Тихо Браге попытался примирить обе системы, сохранив Землю в покое и в центре мира. Однако его наблюдения, обладавшие высокой степенью точности, оказались важнее предложенной им искусственной системы. Они позволили Кеплеру на рубеже XVI и XVII вв. усовершенствовать гелиоцентрическую систему, установив математические законы движения планет по эллиптическим орбитам. Тем самым была разрушена еще одна из догм, унаследованных от древности,— учение о совершенстве кругового движения. Тогда же в натурфилософии Бруно была отвергнута идея об ограниченном Космосе, о принципиальном различии земных и небесных движений и место Космоса заняла Вселенная, в бесконечном и однородном пространстве которой все движения подчиняются одинаковым законам. Немного спустя Галилей как своими астрономическими наблюдениями с помощью только что изобретенной зрительной трубы, так и теоретическими, именно динамическими, рассуждениями закрепил победу коперниканства, которой не мог помешать его одновременный официальный запрет со стороны католической церкви.

Новая динамика Галилея, одним из принципов которой явился принцип инерции, а одним из самых ярких результатов — решение проблемы о траекториях тяжелых брошенных тел (без учета сопротивления), радикально изменила всю ситуацию в системе наук о физическом мире. На первый план выдвинулась проблема построения единой системы динамики, охватывающей также и движения небесных светил,— проблема, гениально решенная Ньютоном. «Первое место заняло элементарнейшее естествознание — механика земных и небесных тел, а наряду с ней, на службе у нее, открытие и усовершенствование математических методов. Здесь были совершены великие дела» [2].

Значителен был прогресс и других отраслей механики — статики твердых и жидких тел (Стевин, Галилей, Паскаль), были сделаны первые шаги в области гидродинамики (Торричелли), теории упругости (Гук) и т. д. Из остальных физических наук наибольшие успехи выпали на долю оптики, особенно благодаря открытию зрительной трубы и микроскопа, а затем отражательного телескопа. Преломление и отражение света, а также свойства линз явились предметом исследований Кеплера, Снелля, Декарта, Гримальди и других ученых: Ньютон и Гюйгенс предложили две теории

[1] *Ф. Энгельс.* Диалектика природы, стр. 8.
[2] Там же, стр. 8.

света, которым предстояло соревноваться в дальнейшем,— корпускулярную и волновую. В механике газов, исследовании теплоты, акустике, учении о магнетизме шло преимущественное накопление эмпирического материала. Открытие ряда научных приборов и совершенствование их чрезвычайно расширило возможности и точность научных измерений. Помимо оптических инструментов, следует упомянуть по крайней мере часы с маятником, барометр и термометр.

Механическая картина мира и математика

Одновременно вырабатывалась новая концепция мира. Ученые XVII в. принадлежали к различным философским школам, имели различные религиозные или антирелигиозные убеждения. Но большинство из них сходно трактовало несколько вопросов философии природы, наиболее важных для научного исследования. Физический мир начинают мыслить, как своего рода гигантский механизм, части которого автоматически работают по неизменным законам. Нередко Вселенную сравнивали с часами.

Этот образ — в применении только к античной системе небесных сфер — предложил в первый раз, кажется, Орем, сравнивший при этом бога с мастером, который, изготовив часы, предоставляет им затем ходить самим «в соответствии с установленным порядком». С часами, которые движутся под действием тяжести, сравнивал «небесную машину» Кеплер, надеявшийся объяснить ее действие с помощью магнитной силы. Декарт пошел гораздо далее. Сохраняя сознание только за человеком, он уподобил ходу часов, состоящих только из колес и пружин, даже деятельность животных и их отдельных органов.

Но если мир, по крайней мере физический, представляет собой машину, то средством познания его должна быть механика, а само познание в принципе сводится к установлению законов движения материи. «Пусть мне дадут протяжение и движение,— заявлял Декарт, который отождествлял пространство и материальную субстанцию,— и я переделаю мир». И он продолжал: «...весь мир есть машина, в которой все происходит благодаря фигуре и движению». Качественная физика старых времен с ее многообразием не сводимых друг к другу качеств или форм рушилась. Все воспринимаемые нами качества тел, согласно Декарту, суть лишь результат движений наших нервов, вызываемых действием частиц единой материи, отличающихся между собой фигурой, величиной и движением. Совершенно так же подходил к различению качеств — ощущений вкуса, запаха, звука и т. п. — от объективно присущих внешним телам величины, фигуры, численности и движения Галилей.

Идея «универсальной механики», если можно так выразиться, стала господствующей в науке XVII в., да и позднее. Мы находим соответствующие высказывания у многих крупнейших ученых. Например, Гюйгенс в «Трактате о свете» (1690) писал, что в истинной философии причину всех естественных явлений постигают при «помощи соображений механического характера»[1]. Вся физика должна была быть в принципе сведена к меха-

[1] *Х. Гюйгенс.* Трактат о свете. Перевод Н. Фредерикс под редакцией В. К. Фредерикса. М.— Л., 1935, стр. 12.

нике. А поскольку механика теперь развивалась как наука математическая, то математика приобретала значение универсального метода физического познания —универсального, хотя и не единственного. Галилей выразил в 1623 г. свое понимание роли математики в следующих словах: «Философия написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами (я разумею Вселенную), но ее нельзя понять, не научившись сначала понимать ее язык и не изучив буквы, которыми она написана. А написана она на математическом языке, и ее буквы это треугольники, дуги и другие геометрические фигуры, без каковых невозможно понять по-человечески ее слова: без них — тщетное кружение в темном лабиринте» [1]. Принципиальная позиция в этом вопросе Декарта была такой же. Она подробно развивается в несколько различных формах в «Правилах для руководства ума» (ок. 1628), «Рассуждении о методе» (1637) и «Началах философии» (1644). Лаконично он выразил ее следующими словами: «Вся моя физика есть лишь геометрия» [2]. Отмечая в 1638 г. некоторые свои расхождения с Галилеем в вопросах физики, Декарт подчеркивал вместе с тем полное согласие с ним в том, что тот старается изучать вопросы посредством математических рассуждений,— другого способа найти истину не существует.

В приведенных словах Галилея и Декарта не получила отражения одна из важнейших, если не самая важная, особенность процесса математизации механики, а за ней физики. Геометрия и ее образы служили естественным средством этой математизации. Однако преобладающее значение в разработке механики и физики приобретает измерение величин, создание количественных понятий и поиски законов, выражающихся формулами алгебры и анализа.

Эта особенность развития науки была обусловлена всей практической деятельностью того времени и возникновением актуальных задач, требовавших ответа со все возраставшей степенью точности. Такие задачи появлялись в промышленной, строительной, транспортной технике, в быстро прогрессировавшем артиллерийском деле, в навигации, в связи с изобретением и совершенствованием различных приборов и инструментов и т. д. Назовем несколько таких вопросов, правильная постановка и решение которых требовали математического исследования, завершающегося числовым расчетом. Это цикл проблем гидротехники (давление воды на плотины и шлюзы; работа насосов; движение воды в каналах), затем кораблестроения и навигации (устойчивость плавающих тел; движение твердого тела в жидкости; черчение географических карт; определение долготы корабля в открытом море), артиллерии (прежде всего движение брошенного тела в пустоте и в сопротивляющейся среде), оптики (свойства линз и их систем), точного приборостроения (часы и колебания маятника). Решение этих и других проблем шло, так сказать, путями последовательных приближений, и во многих случаях первый практически удовлетворительный ответ был найден не сразу; от этого задачи отнюдь не утрачивали интереса. Вместе с тем многие задачи ставились вновь и вновь во все усложняющейся постановке, более полно учитывающей условия, имеющиеся в действительности. История гидравлики, картографии, баллистики дает тому множество примеров. Мы не будем здесь перечислять соответственные исследования по математике, которые, в свою очередь, влекли за собой постановку новых

---

[1] *G. Galilei.* Le Opere, v. VI. Firenze, 1891, p. 232.
[2] *R. Descartes.* Oeuvres, v. II. Paris, 1897, p. 268.

математических задач,— это завело бы слишком далеко. Действие этих практических задач сочеталось с собственными потребностями главных областей естествознания, а обобщающая философская мысль с новой силой стимулировала прогресс количественных методов изучения природы.

Таким образом, в механико-математической картине мира выдвигаются на первое место законы, представляющие собой аналитически выраженные функциональные зависимости между совместно изменяющимися величинами. В одних случаях законы подобного рода устанавливались эмпирически и лишь позднее включались в некоторую общую теорию, другие сразу выводились теоретически, т. е. математически. Там, где недоставало аналитических выражений,—фактический запас изученных функций был на первых порах невелик,— закон выражался геометрически; сам вопрос нередко ставился в геометрической форме, например: требовалось найти траекторию движущегося тела или форму подвешенной нити и т. п. Вспомним законы движения планет Кеплера, открытую им же зависимость интенсивности света от расстояния до его источника, закон преломления света Снелля — Декарта, законы Галилея о движении тяжелых тел в пустоте, закон Торричелли о скорости истечения жидкости из отверстия в стенке сосуда, закон Бойля — Мариотта, закон Гука о растяжении пружины... Полное перечисление такого типа законов заняло бы много страниц, даже в границах XVII в.

Несколько позднее существенную и все возрастающую роль, правда в качестве вспомогательного средства исследования, начинают играть другого типа законы природы — дифференциальные законы, к которым приводили задачи механики, оптики, геометрии. Но от дифференциального уравнения, описывающего тот или иной процесс или явление, всегда, разумеется, требовалось перейти к конечному уравнению — его интегралу.

Таковы были общие черты научной революции Нового времени.

Математика XVII века и задачи практики

Одной из непосредственных причин научного прогресса в Новое время явилось радикальное изменение в отношениях между наукой и техникой. Университетские ученые Средних веков не нашли чего-либо интересного даже в таких изобретениях, как часы, линзы и очки, огнестрельное оружие. Начиная с эпохи Возрождения, ученые проявляют возрастающее внимание к практическим, особенно техническим, задачам; вместе с тем государство начинает активно привлекать ученых к исследованию таких задач. Меняется социальная функция науки и ученого,— это в полной мере справедливо и для математиков, причем под математикой здесь следует понимать широкую совокупность теоретических и прикладных дисциплин, которую обозначали этим словом в то время. Собственно «чистые» математики в нашем теперешнем смысле тогда встречались довольно редко. Многие крупные ученые были одновременно инженерами и конструкторами либо выступали в качестве консультантов, помогавших решению технических вопросов. Стевин занимался гидротехникой, Тарталья — баллистикой, Кардано — теорией механизмов; Кеплер, Галилей, Гюйгенс, Ньютон строили зрительные трубы; тот же Гюйгенс, по замечанию Зоммерфельда, был гениальнейшим часовым мастером всех времен; Паскаль и Лейбниц с увлечением работали над изготовлением первых арифмометров. В этой своей деятельности ученые непосредственно соприкасались с мастерами и ремесленниками. От союза между наукой и техникой ожидали величайших благодеяний для человечества лучшие умы, как Фр. Бекон, Декарт и другие.

Еще чаще, чем инженером, математик Нового времени бывал одновременно математиком, астрономом, механиком, физиком и даже философом, хотя какое-нибудь направление его занятий являлось преобладающим. Все это влекло за собой особенно глубокое и органическое слияние физической, математической, философской, а иногда конструкторской мысли. Яркими примерами тому служат, например, механика и метод флюксий Ньютона, учение о всеобщей характеристике и исчисление бесконечно малых Лейбница или исследование Гюйгенса о часах с маятником, в котором решение важнейшей для навигации и астрономии технической задачи осуществляется на основе взаимодействия разработанных для нее понятий и методов математики и механики — методов, которые автор тут же развивает далее, чем требовалось бы только для решения самой задачи.

Предисловие Гюйгенса к сочинению, в котором он подробно изложил как конструкцию, так и теорию своего изобретения, ярко рисует это взаимодействие в творчестве одного и того же ученого. Отметив, что время колебания простого кругового маятника зависит от размаха, поэтому он не является равномерным измерителем времени, Гюйгенс в 1673 г. писал:

«Однако при помощи геометрии я нашел новый, до сих пор неизвестный, способ подвешивания маятников. Я исследовал кривизну некоторой кривой, которая удивительным образом подходит для обеспечения равенства времени качания маятника. После того, как я заставил маятник часов колебаться по этой кривой, ход часов стал чрезвычайно правильным и надежным, как показали испытания на суше и на море. Великая польза этих часов для астрономии и мореплавания может считаться установленной. Эта кривая — та, которую описывает в воздухе гвоздь, вбитый в обод колеса, при качении колеса. Математики нашего времени называют ее циклоидой...

Для проведения... доказательств потребовалось укрепить и, где нужно, дополнить учение великого Галилея о падении тел. Наиболее желательным плодом, как бы величайшей вершиной этого учения, и является открытое мною свойство циклоиды.

Для применения моего изобретения к маятникам мне необходимо было установить новую теорию, а именно, теорию образования новых линий при посредстве развертывания кривых линий. Здесь я столкнулся с задачей сравнения длины кривых и прямых линий. Я изучил этот вопрос несколько далее, чем нужно было для моей цели, так как теория показалась мне изящной и новой.

Я показываю полезность применения в часах сложного маятника. Для изучения его природы я должен был произвести исследование о центре качания... Я здесь доказал ряд теорем относительно линий, площадей и тел, которые заслуживают, как мне кажется, внимания. Но всему этому я предпосылаю описание механического устройства часов и применение маятника в форме, оказавшейся наиболее удобной для астрономических целей»[1].

---

[1] *Х. Гюйгенс.* Три мемуара по механике. Перевод К. К. Баумгарта. Л., 1951, стр. 9—10.

Действительно, маятниковые часы Гюйгенса вскоре после их изобретения получили применение в обсерваториях Парижа, Копенгагена и Гринвича, однако они не смогли быть использованы на кораблях. Проблема определения долготы в открытом море при помощи часов получила удовлетворительное решение почти через столетие, когда Дж. Гаррисон изготовил первый достаточно точный пружинный хронометр.

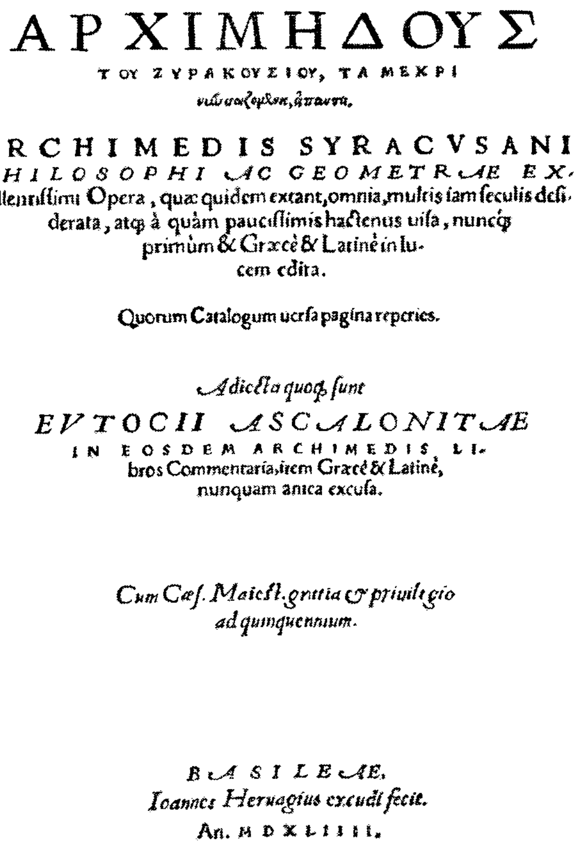
Можно привести множество примеров, когда первый импульс сообщался математическому творчеству извне или когда задача, возникавшая ранее, вроде задачи проведения касательной к кривой, приобретала особую важность для физики, обобщалась и стимулировала открытие нового математического метода. Так, Декарт пришел к задаче о касательных, или, что то же, о нормалях, в поисках линз, имеющих форму поверхности вращения и определенным образом преломляющих лучи света, в согласии с законом Снелля — Декарта. Найдя решение в виде овалов, носящих теперь его имя,— это было сделано, вероятно, с помощью бесконечно малых — Декарт затем доказал требуемое свойство овалов, применив придуманный им общий алгебраический метод определения нормалей. Задачу проведения нормали он считал наиболее полезной и общей в геометрии кривых линий. Та же задача о касательных, естественно, вставала при изучении механического движения, и другие, неалгебраические способы ее решения явились одним из источников дифференциального исчисления.

Прямые связи математики с задачами практической жизни имели для развития этой науки меньшее значение, чем связи через естествознание, особенно механику; остальные отделы физики играли в то время гораздо меньшую роль, так же как картография и области знания, пограничные между математикой и общественными науками, вроде страхования, статистики народонаселения и т. п. Механика земных и небесных движений ставила огромное количество вопросов: от падения тяжелого тела на Землю до задачи трех тел, от проблемы устойчивости плавающих тел до теории приливов и отливов, от движения тел по наклонной плоскости до поисков кривых скорейшего спуска — брахистохрон в сопротивляющейся среде. В центр внимания тем самым ставилось изучение зависимостей между движущими силами, ускорениями, скоростями, траекториями движения и т. д. В наиболее общем математическом выражении все это приводилось к исследованию функций методами исчисления бесконечно малых,— именно, к двум проблемам взаимно обратного характера: установлению дифференциальных свойств функций по данным интегральным свойствам и интегральных свойств по данным дифференциальным. Как известно, после примерно полувековой разработки рядом ученых частных приемов в 60-е и 70-е годы XVII в. Ньютон и Лейбниц создали две равносильные системы общего анализа бесконечно малых.

Конечно, математика XVII в. развивалась не только при решении практических задач или задач физических наук, или же во взаимодействии с последними и с философией. Математика и в XVII в., как и в другие эпохи, не нуждалась в постоянном обращении «за заказами»: в ней происходило и внутреннее саморазвитие, наиболее быстрое и успешное в тех отделах, которые обещали принести богатые плоды в науках о природе.

В этой связи следует высоко оценить роль античного наследия, значительно возросшую в эпоху Возрождения и примыкающее к ней время. Мы уже отмечали в I томе некоторые печатные издания греческих классиков. «Начала» Евклида, сначала вышедшие в латинском переводе с арабского, сделанном в XIII в. Дж Кампано (Venezia, 1482), вскоре появились и в переводе с греческого, выполненном около 1473 г. Бартоломео Цамберти (Venezia, 1505) и затем в греческом издании (Basileae, 1533), подготовленном гуманистом Симоном Гринеусом старшим (1493—1541),— последнему мы обязаны и первым греческим изданием «Альмагеста» Птолемея (Basileae, 1538), латинские изложения и переводы которого были также напечатаны ранее (Venezia; 1496, 1515, 1528). Гринеус опирался на две рукописи сравнительно более поздней редакции «Начал», и потребовалась долгая и кропотливая работа поколений исследователей, прежде чем И. Л. Гейберг (1854—1928) выпустил свое образцовое критическое издание, наиболее близкое, по всей вероятности, к тексту самого Евклида (Leipzig, 1883—1886). Тем временем в течение XVI—XIX вв. «Начала» неоднократно издавались как на обоих древних языках, так и на новых, полностью и в различных переработках и изложениях.

Титульный лист первого греко-латинского издания сочинения Архимеда (Базель, 1544)


ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ, ΤΑ ΜΕΧΡΙ
νῦν σωζόμενα, ἅπαντα.

ARCHIMEDIS SYRACVSANI
PHILOSOPHI AC GEOMETRAE EX-
cellentissimi Opera, quae quidem extant, omnia, multis iam seculis desi-
derata, atq; à quàm paucissimis hactenus uisa, nuncq;
primùm & Graecè & Latinè in lu-
cem edita.

Quorum Catalogum uersa pagina reperies.

Adiecta quoq; sunt
EVTOCII ASCALONITAE
IN EOSDEM ARCHIMEDIS LI-
bros Commentaria, item Graecè & Latinè,
nunquam antea excusa.

Cum Caes. Maiest. gratia & priuilegio
ad quinquennium.

BASILEAE,
Ioannes Heruagius excudi fecit.
An. M D X L I I I I.

Первые латинские издания отдельных работ Архимеда — «Измерения круга», «Квадратуры параболы», затем еще трактатов по статике и гидростатике — появились, как и в случае «Начал», в Италии и также в переводе XIII в., сделанном В. фон Мербеке (Venezia, 1503 и 1543). Вслед затем Томас Гешауф (лат. Венаториус, 1490—1551) издал греческий текст всех известных тогда сочинений Архимеда с комментарием Евтокия вместе с латинским переводом Джакопо из Кремоны (ум. ок. 1452), отредактированным Региомонтаном. Это важное издание, подобно первому греческому тексту «Начал», вышло в Швейцарии (Basileae, 1544). О чрезвычайно возросшем интересе к Архимеду свидетельствуют еще два перевода того времени: тщательно подготовленное и комментированное издание его математических трудов Ф. Коммандино (Venezia, 1558), дополненное затем мемуаром «О плавающих телах» (Venezia, 1565), и столь же выдающееся по своим достоинствам издание всех его сочинений, принадлежащее Ф. Мавролико. Этот последний труд практически увидел свет лишь через сто лет после смерти Мавролико (Palermo, 1670 и 1685); тираж издания 1570 г., за исключением нескольких экземпляров, погиб при перевозке от кораблекрушения.

Современное каноническое издание трудов Архимеда подготовил уже упомянутый И. Л. Гейберг (2-е изд. Leipzig, 1910—1915); то же относится, между прочим, к Аполлонию (Leipzig, 1890—1893). Книги I—IV «Конических сечений» Аполлония, сначала изданные в неудовлетворительном латинском переводе (Venezia, 1537), были вновь переведены теми же Коммандино (Bononiae, 1566) и Мавролико (Messina, 1654): V—VII книги перевели на латынь с арабского Джованни Альфонсо Борелли (1608—1679) в сотрудничестве с ориенталистом из Сирии Абрамом Эккеленсис (Florentiae, 1661); наконец, образцовое издание «Конических сечений» с греческим текстом I—IV книг, латинским переводом V—VII книг и реконструкцией VIII книги выпустил Э. Галлей (Oxoniae, 1710). Заслуживает упоминания, что восстановить содержание V—VII книг, в XVI в. еще неизвестных, попытался Мавролико; не достигнув, как позднее выяснилось, цели, он тем не менее получил некоторые самостоятельные результаты в столь новом для тогдашних европейских математиков учении о конических сечениях.

«Арифметика» Диофанта увидела свет в латинском переводе Вильгельма Гольцмана-Ксиландера (1532—1576) несколько позднее (Basileae, 1575). Впрочем, еще до того большая часть задач Диофанта (147 из 197) была включена, нередко с теми же числовыми данными, в «Алгебру» Р. Бомбелли (1572), а затем многие десятки задач были приведены в сочинениях С. Стевина и Ф. Виета. Впоследствии основное значение приобрело греко-латинское издание «Арифметики», подготовленное К. Баше де Мезириаком (Parisiis, 1621, стр. 70).

Назовем еще латинский перевод «Собрания» Паппа, принадлежащий Коммандино (Pesaro, 1588); сохранившийся греческий текст был опубликован полностью лишь три века спустя.

В трудах древних греков математики Нового времени смогли почерпнуть многие идеи, ставшие отправным пунктом дальнейшего творчества. Не следует забывать, однако, что античные идеи могли обрести теперь новую жизнь именно потому, что оказались созвучными требованиям Нового времени; в других условиях, скажем в Византии, великие творения древних классиков ничего не говорили ни уму, ни сердцу своих пассивных читателей.

Особенности математики XVII века

К концу XVI в. математика складывалась из арифметики и алгебры, геометрии и тригонометрии. Это была по преимуществу математика постоянных величин, хотя в алгебраическом исчислении появились уже переменные параметры. Идея непрерывной функции, зародившаяся в средневековой теории форм, не получила еще развития, так же как идея предельного перехода, фактически содержавшаяся в античном методе исчерпывания.

В XVII в. математические исследования гигантски расширяются и возникает несколько новых наук; аналитическая геометрия, проективная геометрия, теория вероятностей, а главное, исчисление бесконечно малых, включавшее ростки новых дисциплин — теории бесконечных рядов, интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и вариационного исчисления, а также получившее первые приложения к задачам дифференциальной геометрии. Вместе с тем продолжались работы по алгебре и тригонометрии, были созданы разнообразные методы приближенных вычислений, решены отдельные трудные задачи теории чисел и т. д.

За один этот век математика обогатилась бóльшим числом новых понятий и методов, чем за предыдущие пятнадцать. Однако значение сделанных открытий было для науки той эпохи далеко не равноценным. Теория чисел находилась еще в стадии решения частных проблем и привлекала немногих исследователей; среди них, правда, был Ферма, но только после работ Эйлера и Лагранжа теория чисел стала подлинной наукой. Работы Дезарга по проективной геометрии не нашли в XVII в. достойного продолжения, если не считать превосходных изысканий Б. Паскаля; затем они были прочно забыты. Точно так же не привлекло в то время последователей употребление проективных методов Ньютоном. В результате проективная геометрия возродилась только в первой половине XIX в. В теории вероятностей до Я. Бернулли также сделаны были лишь первые шаги, а открытый им закон больших чисел был опубликован уже в начале следующего столетия.

Теперь мы видим первые ростки современной машинной математики в арифмометрах XVII в., к которым можно было бы присоединить еще логарифмическую линейку; однако арифмометры, пригодные для практического употребления, появились только во второй половине XIX в. Даже в области аналитической геометрии, открытие которой сразу приобрело фундаментальное значение, существенный прогресс начался лишь через сто лет после основоположных работ Декарта и Ферма. Главные усилия лучших умов были сосредоточены на разработке инфинитезимальных методов, и можно сказать, что XVII, да и XVIII в. составили в истории математики эпоху почти безраздельного господства исчисления бесконечно малых.

Создание аналитической геометрии и анализа произвело в математике подлинную революцию. Оно поставило в центр исследований новые объекты и методы, которые лишь в самом неразвитом виде существовали в прежней математике. Отныне математика не ограничивается уже изучением постоянных величин и чисел и во все возрастающей мере переходит к исследованию переменных величин и функций, как аналогов механического движения и любого количественного изменения вообще, а для этого — к рассмотрению бесконечно малых и бесконечно больших величин, применение которых к решению конкретных вопросов почти прекратилось со времени Архимеда. Первоначально создаются частные приемы решения изолированных задач, основанные на различных геометрических, механических, алгебраических соображениях, но уже в 60—70-е годы XVIII в. обнаруживается, что все эти задачи приводятся к двум типам взаимообратных проблем, а все частные приемы — к аналитическим операциям над объектами аналитической же природы, как дифференциалы, интегралы, ряды и некоторые другие. Арифметика и геометрия бесконечного преобразуются в его алгебру: с помощью особой символики по примеру алгебраического исчисления создается алгоритм исчисления бесконечно малых.

Построение нового анализа функций как системы алгоритмов оказалось главной целью и главным достижением новой математики.

Ф. Энгельс характеризовал революцию в математике XVII в. следующим образом: «Поворотным пунктом в математике была декартова *переменная величина*. Благодаря этому в математику вошли *движение* и тем самым *диалектика* и благодаря этому же стало *немедленно необходимым дифференциальное и интегральное исчисление*» [1].

Понятие функции как аналитического выражения получило явное применение в «Геометрии» Декарта, вышедшей в 1637 г. Алгоритм дифференциального исчисления был впервые изложен в печати в статье Лейбница «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которых не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления», появившейся в 1684 г. Среди многих знаменательных дат в истории математики Нового времени эти две, быть может, особенно памятны.

Организация научной работы

Одной из сторон научной революции явились новые формы организации исследований, позволившие гораздо шире, чем прежде, привлечь ученых к решению различных практических задач и отвечавшие вместе с тем потребности самих ученых в устном и письменном общении. Во многих случаях частная инициатива опережала мероприятия государственной власти, которая одна могла поставить на прочную материальную и финансовую опору деятельность сравнительно крупных научных коллективов.

Первое общество естествоиспытателей, Академия секретов природы (слово Академия должно было напоминать о научной школе — Академии, основанной Платоном), основанное в 1560 г. в Неаполе, оказалось недолговечным. В 1603 г. была создана Академия рысей — Accademia dei lincei (рысь должна была символизировать зоркость членов Академии) в Риме, существующая и поныне. Одним из членов Академии рысей был Галилей. Во Флоренции в 1657—1667 гг. действовала Академия опыта, закрытая из-за интриг католического духовенства.

Особое значение в XVII в. приобретает взаимный обмен научной информацией при помощи переписки, достигшей в то время и затем в XVIII в. колоссальных размеров. Для примера укажем, что переписка, по большей части научная, Лейбница достигает поистине астрономического числа — примерно 15 000 писем. От корреспонденции Эйлера сохранилось около 3000 писем, их было не менее 4000. Во Франции, именно в Париже, функции нынешних институтов научной информации выполнял многие годы М. Мерсенн, ведший оживленнейшую переписку с Декартом, Ферма,

[1] *Ф. Энгельс.* Диалектика природы, стр. 224.

Галилеем Гоббсом и другими учеными, в Англии, в Лондоне, — Г. Ольденбург, через которого, между прочим, шла переписка между Ньютоном и Лейбницем, и Д. Коллинс, в Германии — вюрцбургский профессор К. Шотт.

Если итальянские академии создавались под покровительством государей и вельмож, то во Франции и Англии они представляли собой на первых порах частные кружки, члены которых собирались для обсуждения научных проблем и новинок. Подобного рода кружки стали появляться во Франции в 20-е годы XVII в.; в 1635 г. один из них, известный под именем Academia Parisiensis, стал основой, на которой благодаря поддержке министра Кольбера в 1666 г. была организована Королевская Академия наук в Париже. Вначале Парижская академия состояла из двух секций — математики и физики — и ее первым президентом был голландец Гюйгенс. В Англии научные кружки появляются после конца гражданской войны в 1645 г.; незадолго перед тем Фр. Бекон в своей утопии «Новая Атлантида» (опубл. 1627) яркими красками описал возможную пользу «Дома Соломона» — центра научных изобретений и экспериментов. Официально Королевское общество в Лондоне оформилось в 1662 г., среди его основателей были Бойль, Гук, Рен, Валлис, первым президентом был высокопоставленный любитель математики Броункер, а секретарем только что упомянутый Ольденбург. Впоследствии долгие годы Королевское общество возглавлял Ньютон. В Пруссии Берлинское общество (академия) наук было основано в 1700 г. по предложению Лейбница, его первого президента. В России Петербургская академия наук была открыта в 1725 г., через несколько месяцев после смерти ее основателя — Петра I. Формы существования и деятельности академий были различными. В большинстве стран это были государственные учреждения, обязанные выполнять различные поручения правительств, и академики состояли на жалованьи, но Королевское общество в Лондоне оплачивало свои скромные расходы (на секретаря, переписку и некоторые другие) из взносов его членов. В уставах академий специально подчеркивалось, что они должны содействовать прогрессу как естественных наук, так и промышленности и техники. Фактически собственно научная работа академий была более эффективной, чем непосредственно техническая, но в конце концов исследование крупных теоретических проблем всегда приносило неоценимую пользу и в области прикладных наук.

Помимо академий (и нередко в их составе), государство субсидировало организацию библиотек, физических кабинетов, обсерваторий, ботанических садов и различных вспомогательных учреждений, а также издательскую деятельность академий. Многие важные научные мероприятия вообще были не под силу отдельным ученым; это особенно относится к дальним морским и сухопутным экспедициям, имевшим равное значение и для теории и для практики.

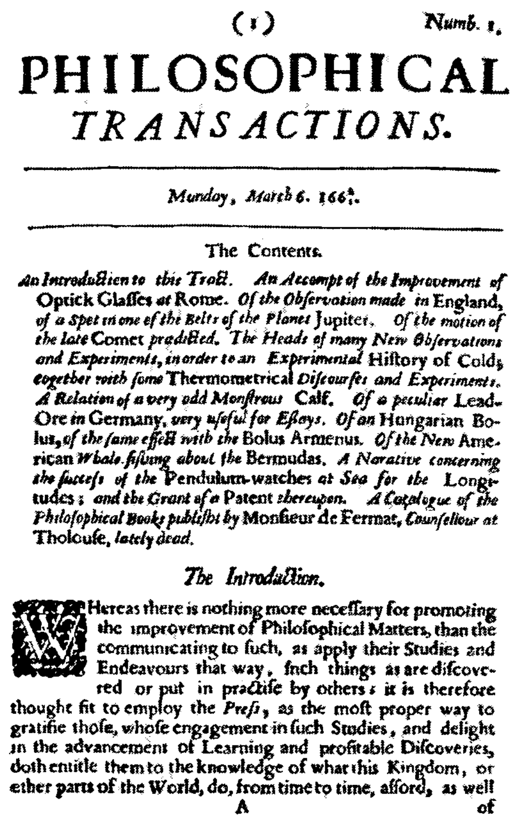
Для быстрого распространения научной информации особое значение приобрело появление научной периодики. В 1665 г. стали выходить «Philosophical Transactions» — «Философские труды» Лондонского Королевского общества и парижский «Journal des Sçavans» — «Журнал ученых», в 1682 г. в Лейпциге «Acta Eruditorum» — «Труды ученых». Этот последний журнал, издававшийся на латинском языке, вплоть до начала XIX в. служившем международным языком ученых, несколько десятков лет играл выдающуюся роль в распространении новых математических идей, деятельным сотрудником его был Лейбниц. Ежегодные «Записки» — «Mémoires» на французском языке стала публиковать с 1699 г. Парижская

Парижские академики за работой в Библиотеке (сверху)
и в Палате опытов (внизу).
По гравюре 1676 г., хранящейся в Кабинете эстампов
Национальной библиотеки в Париже

академия наук, с 1728 г. начали выходить на латыни «Commentarii» — «Записки» Академии наук в Петербурге; другие академии также обзаводились печатными органами. Однако сравнительно редкий выход академических журналов и их немногочисленность не позволяли им еще стать сильным конкурентом личной переписки ученых. В перечисленных периодических изданиях печатались статьи по различным наукам; иногда в них выделялся математический отдел. Специальные математические журналы появились только в XIX в.

Научные общества и академии стали главными центрами развития новой науки и в этом отношении нередко противостояли университетам, многие из которых сохраняли приверженность рутинной средневековой науке. Ведущая роль академий особенно проявилась в XVIII в., но отставание университетов от требований эпохи было совершенно явным и в XVII в., хотя в них и работали некоторые выдающиеся ученые. В этой связи интересно отметить еще одну характерную черту научной жизни XVI—XVII вв.— появление большого числа ученых-любителей, свидетельствовавшее о

Первая страница первого номера «Философских трудов» Лондонского Королевского общества, вышедшего 6 марта 1665 г.



(1) Numb. 1.

PHILOSOPHICAL
TRANSACTIONS.

Munday, March 6. 166$\frac{4}{5}$.

The Contents.

An Introduction to this Tract. An Accompt of the Improvement of Optick Glasses *at* Rome. *Of the Observation made in* England, *of a Spot in one of the Belts of the Planet* Jupiter. *Of the motion of the late* Comet *predicted. The Heads of many New Observations and Experiments, in order to an Experimental* History of Cold; *together with some* Thermometrical *Discourses and Experiments. A Relation of a very odd Monstrous* Calf. *Of a peculiar* Lead-Ore *in* Germany, *very useful for Essays. Of an* Hungarian Bolus, *of the same effect with the* Bolus Armenus. *Of the New American Whale-fishing about the* Bermudas. *A Narative concerning the success of the* Pendulum-watches *at Sea for the* Longitudes; *and the Grant of a* Patent *thereupon. A Catalogue of the Philosophical Books publisht by* Monsieur de Fermat, *Counsellour at* Tholouse, *lately dead.*

The Introduction.

WHereas there is nothing more necessary for promoting the improvement of Philosophical Matters, than the communicating to such, as apply their Studies and Endeavours that way, such things as are discovered or put in practise by others; it is therefore thought fit to employ the *Press*, as the most proper way to gratifie those, whose engagement in such Studies, and delight in the advancement of Learning and profitable Discoveries, doth entitle them to the knowledge of what this Kingdom, or other parts of the World, do, from time to time, afford, as well

A of

резко возросшем интересе к науке в образованной части общества. Если, скажем (ограничиваясь математикой), Кеплер и Галилей то или иное время состояли университетскими профессорами и профессорами же были Кавальери, Роберваль, Валлис, Барроу, Ньютон и братья Я. и И. Бернулли, то Стевин являлся военным инженером, Виет, Ферма и Дебон были юристами, Непер, Декарт, Б. Паскаль и Лопиталь — частными лицами, Дезарг и Рен — архитекторами, Гудде и де Витт — государственными деятелями, а Лейбниц большую часть своей жизни занимал должность библиотекаря и историографа герцога ганноверского. Университетских и академических должностей далеко не хватило бы для названных и других любителей математики, вклад которых в развитие науки был не меньшим, чем дипломированных профессионалов.

Развитие математики, как и всей науки в XVII в., происходило неравномерно в различных странах Европы. В Италии, занимавшей в XV—XVI вв. одно из ведущих мест в культурной жизни Европы, в первой половине XVII в. работали Галилей и такие выдающиеся его ученики, как Кавальери и Торричелли, но разгул клерикальной реакции, казнившей в 1600 г. одного из наиболее замечательных итальянских мыслителей — Джордано Бруно и преследовавшей Галилея, привел к резкому спаду научных исследований в этой стране. На развитии науки в Германии, также бывшей в XVI в. одним из форпостов европейской науки, отрицательно сказывались ее феодальная разобщенность и изнурительная 30-летняя война. К рассматриваемой эпохе относится деятельность крупнейших немецких ученых Кеплера и Лейбница, но они не нашли в то время достойных преемников на родине. Лучшими учениками Лейбница явились швейцарцы Яков и Иоганн Бернулли. На первый план в XVII в. выдвигаются наиболее передовые в социальном и экономическом отношении Англия, Франция и Голландия. В Англии на протяжении XVII в. работали Непер, Валлис, Барроу, Дж. Грегори, Ньютон; во Франции — Декарт, Ферма, Дезарг, Паскаль; в Голландии — Стевин, Жирар, Гюйгенс. Мы называем здесь только наиболее крупных математиков. Благодаря усилившимся контактам наука в этих странах принимает отчетливо выраженный международный характер. Наряду с этим наблюдаются и некоторые национальные особенности, обусловленные специфическими условиями в различных странах. Так, во Франции на рубеже XVII и XVIII вв. сторонники ортодоксального картезианства оказывали противодействие проникновению идей ньютоновой механики и математического анализа, который не имел успеха и среди преемников Галилея и Кавальери. Так, далее, с начала XVIII в. англичане не пользовались понятиями и символикой дифференциального и интегрального исчисления Лейбница, а на континенте Европы чуждались понятий и символики метода флюксий Ньютона.

В некоторых странах Центральной и Восточной Европы прогресс науки сильно замедлился. Сказанное относится к Чехии, полностью утратившей национальную и государственную независимость после сражения с войсками Габсбургов при Белой горе (1620 г.), и к Польше, ослабляемой постоянными внутренними раздорами и внешними войнами. Россия выступила в качестве великой математической державы после организации в 1725 г. Петербургской академии наук.

Обратимся теперь к истории отдельных математических дисциплин.